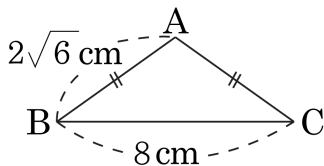


1. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = 2\sqrt{6}\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 인 이등변삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.

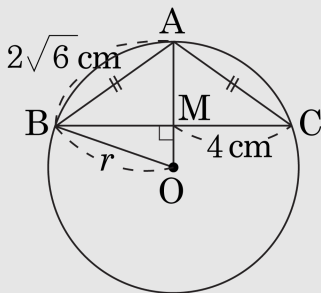


▶ 답 : cm

▷ 정답 : $3\sqrt{2}\text{cm}$

해설

외접원의 반지름을 r 이라 하자. 원의 중심 O 에서 현 BC 에 내린 수선의 발을 M 이라 하면 그 연장선은 점 A 와 만난다.



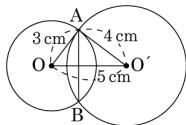
$$\overline{MA}^2 = (2\sqrt{6})^2 - 4^2 = 8$$

$$\therefore \overline{MA} = 2\sqrt{2}(\text{cm}), \overline{OM} = r - 2\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$r^2 - 4^2 = (r - 2\sqrt{2})^2, 4\sqrt{2}r = 24$$

$$\therefore r = 3\sqrt{2}(\text{cm})$$

2. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 3cm, 4cm 인 두 원이 두 점 A, B에서 만나고 중심 사이의 거리가 5cm 일 때, 공통현 AB 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4.8 cm

해설

$\triangle OAO'$ 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{O'A}^2 = \overline{OO'}^2$ 이므로 $\angle A = 90^\circ$

점 A 에서 $\overline{OO'}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

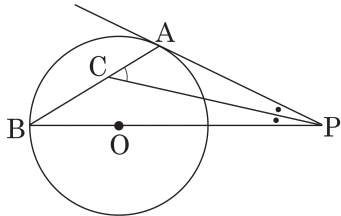
$$\triangle AOO' = \frac{1}{2} \overline{OA} \times \overline{O'A} = \frac{1}{2} \overline{OO'} \times \overline{AH}$$

$$\text{즉, } \overline{OA} \times \overline{O'A} = \overline{OO'} \times \overline{AH}$$

$$3 \times 4 = 5 \overline{AH}, \quad \overline{AH} = 2.4 (\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} = 2 \overline{AH} = 4.8 (\text{cm})$$

3. 다음 그림에서 $\overline{PA}$ 는 원 O 와 점 A 에서 접하고, 선분 PO 의 연장선과 원 O 가 만나는 점을 B 라 한다. 또, $\angle APB$ 의 이등분선이 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 C 라 할 때, $\angle PCA$ 의 크기를 구하면?



① 25°

② 30°

③ 45°

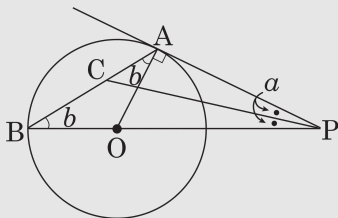
④ 50°

⑤ 60°

해설

점 A 와 점 O 를 연결하면

$$\angle OAP = 90^\circ$$



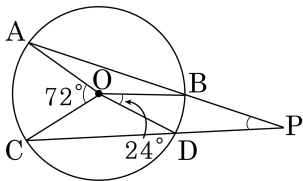
$\angle APC = \angle OPC = a$, $\angle OAB = \angle OBA = b$ 라 하면, $\triangle ABP$ 에서 $90^\circ + 2(a + b) = 180^\circ$

$$\therefore a + b = 45^\circ$$

$\triangle CBP$ 에서 $\angle PCA = \angle CPB + \angle CBP$

$$\therefore \angle PCA = a + b = 45^\circ$$

4. 다음 그림에서 점 P는 원 O의 두 현 AB, CD의 연장선의 교점이다. $\angle AOC = 72^\circ$, $\angle BOD = 24^\circ$ 일 때, $\angle BPD$ 의 크기는?



① 20°

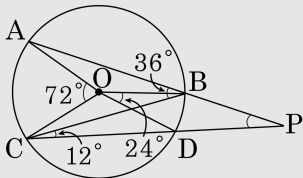
② 22°

③ 23°

④ 24°

⑤ 25°

해설



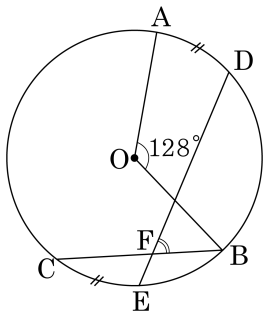
$$\angle ABC = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ, \angle BCD = \frac{1}{2} \times 24^\circ = 12^\circ$$

$$\angle ABC = \angle BCP + \angle BPC \text{ 이므로}$$

$$36^\circ = 12^\circ + \angle BPC$$

$$\therefore \angle BPC = 24^\circ$$

5. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AD} = 5.0\text{pt}\widehat{CE}$ 이고,
 $\angle AOB = 128^\circ$ 일 때, $\angle DFB$ 의 크기는?



① 52°

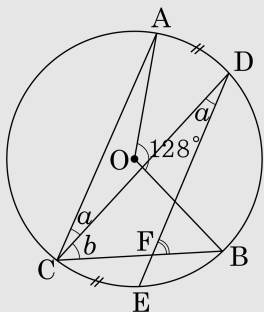
② 56°

③ 60°

④ 64°

⑤ 68°

해설



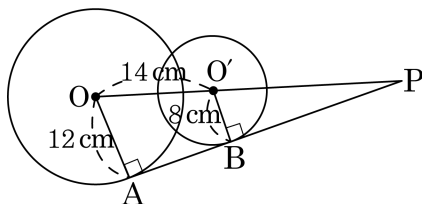
$\angle ACD = a$, $\angle DCB = b$ 라고 하면,

$$a + b = \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = 64^\circ$$

$\angle ACD = \angle CDE = a$ 이므로

$\triangle CDF$ 에서 $\angle DFB = a + b = 64^\circ$

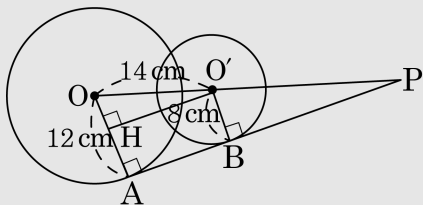
6. 다음 그림과 같이 두 원 O , O' 의 반지름의 길이가 각각 12cm, 8cm 이고 원의 중심 사이의 거리가 14cm 일 때, 선분 PA 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $18\sqrt{5}$ cm

해설



다음 그림과 같이 원 O' 에서 $\overline{OA}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$$\overline{OH} = 12 - 8 = 4(\text{cm})$$

$\overline{O'H} = \overline{AB}$ 이고 $\triangle OHO'$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{O'H} = \sqrt{14^2 - 4^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{O'H} = 6\sqrt{5}(\text{cm})$$

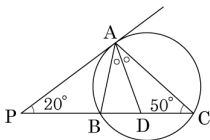
이 때 $\triangle PAO \sim \triangle PBO'$ (AA답음) 이므로

$$\overline{PB} : \overline{PA} = \overline{O'B} : \overline{OA} \text{ 에서}$$

$$(\overline{PA} - 6\sqrt{5}) : \overline{PA} = 8 : 12$$

$$\therefore \overline{PA} = 18\sqrt{5}(\text{cm})$$

7. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PA}$ 는 원의 접선이고, $\angle BAD = \angle CAD$ 이다. $\angle APB = 20^\circ$, $\angle ACB = 50^\circ$ 일 때, $\angle ADP$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 80 °

해설

$$\angle PAB = \angle ACB = 50^\circ$$

$\triangle APB$ 에서

$$\angle ABC = \angle APB + \angle PAB = 20^\circ + 50^\circ = 70^\circ$$

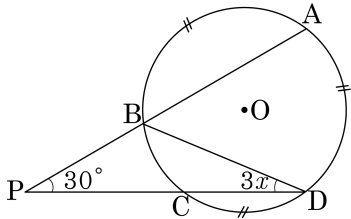
$\triangle ABC$ 에서

$$\begin{aligned}\angle BAC &= 180^\circ - (\angle ABC + \angle ACB) \\ &= 180^\circ - (70^\circ + 50^\circ) = 60^\circ\end{aligned}$$

$$\angle DAC = \frac{1}{2}\angle BAC = 30^\circ$$

$$\therefore \angle ADP = \angle DAC + \angle ACB = 30^\circ + 50^\circ = 80^\circ$$

8. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{AD} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$, $\angle BPD = 30^\circ$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\hspace{1cm}}^\circ$

▷ 정답 : 7.5°

해설

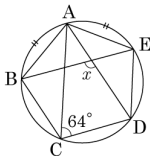
i) $5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 의 원주각이 $3x$ 이므로 $\angle BOC = 6x$

ii) $\triangle BPD$ 에서 $\angle ABD = 30^\circ + 3x^\circ$ 이므로

$$\angle AOD = 60^\circ + 6x^\circ$$

$$\text{iii) } 3(60^\circ + 6x) + 6x = 360^\circ \quad \therefore x = 7.5^\circ$$

9. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{AE}$ 이고 $\angle ACD = 64^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ○

▶ 정답 : 116°

해설

□ ACDE 에서

$$\angle AED = 180^\circ - \angle ACD = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ \text{ 이다.}$$

$$5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{AE} \text{ 이므로}$$

$\angle ABE = \angle BCA = \angle ADE = \angle BEA = \angle y$ 라 하면

$\angle BED = 116^\circ - \angle y$ 이다.

따라서 $\angle x = \angle BED + \angle ADE = 116^\circ - \angle y + \angle y = 116^\circ$ 이다.