1. 남자 4명, 여자 3명으로 구성된 동아리에서 대표 2명을 뽑을 때, 둘 다 여자가 뽑힐 확률은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{7}$ ④ $\frac{5}{21}$ ⑤ $\frac{8}{21}$

해설

모든 경우의 수 : $\frac{7\times6}{2}=21$ (가지)

여자 2명을 대표로 뽑을 경우의 수 : $\frac{3\times2}{2}=3$ (가지)

$\therefore \frac{3}{21}=\frac{1}{7}$

2. 1 에서 15 까지의 수가 각각 적힌 카드가 15 장 있다. 임의로 한 장을 뽑을 때 4 의 배수이거나 6 의 약수일 확률은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{7}{15}$

해설

일어날 수 있는 모든 경우의 수는 15 가지이고, 4 의 배수인 경우는 4, 8, 12 의 3 가지, 6 의 약수인 경우는 1, 2, 3, 6 의 4 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{15}+\frac{4}{15}=\frac{7}{15}$ 이다.

3. 9개의 제비 중 2개의 당첨 제비가 있다. 꺼낸 제비는 다시 넣지 않을 때, A 가 당첨 제비를 뽑은 후 B 가 당첨 제비를 뽑을 확률은?

① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{2}{7}$ ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{7}$

해설

9개의 제비 중 2개의 당첨 제비가 있을 경우 A 가 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{2}{9}$

A 가 뽑고 남은 8개의 제비 중 1개의 당첨 제비가 있을 경우 B 가 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{1}{8}$

4. 우성이가 어떤 문제를 맞힐 확률은 $\frac{2}{5}$ 이다. 두 문제를 풀었을 때, 적어도 한 문제를 맞출 확률은?

① $\frac{4}{25}$ ② $\frac{8}{25}$ ③ $\frac{14}{25}$ ④ $\frac{16}{25}$ ⑤ $\frac{21}{25}$

해설

(적어도 한 문제를 맞출 확률) = 1 − (두 문제 모두 틀릴 확률)

$\therefore 1 - \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{16}{25}$

5. 한 개의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈이 나올 경우의 수를 a, 소수의 눈이 나올 경우의 수를 b라 할 때 $a+b$의 값은?

① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 6

해설

짝수가 나오는 경우는 2, 4, 6으로 $a=3$이고,
소수가 나오는 경우는 2, 3, 5로 $b=3$이다.
$\therefore\ a+b=6$

6. 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나온 눈의 수의 합이 3 또는 5가 되는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ________ 가지

▷ 정답: 6 가지

해설

나온 눈의 수의 합이 3인 경우는
(1, 2), (2, 1)의 2가지
나온 눈의 수의 합이 5인 경우는
(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)의 4가지
따라서 눈의 수의 합이 3 또는 5인 경우의 수는
$2 + 4 = 6$(가지)이다.

7. ㅅ, ㄹ, ㅇ, ㅎ의 4개의 자음과 ㅏ, ㅒ, ㅗ, ㅛ의 4개의 모음이 있다. 자음 1개와 모음 1개를 짝지어 만들 수 있는 글자는 모두 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답: ____________ 가지

▷ 정답: 16 가지

해설

자음 1개를 뽑는 경우의 수 : 4가지
모음 1개를 뽑는 경우의 수 : 4가지
$\therefore\ 4 \times 4 = 16$(가지)

8. 동전 2 개와 주사위 2 개를 동시에 던질 때, 동전은 모두 앞면이 나오고, 주사위는 4 의 약수가 나올 경우의 수는?

① 2 가지 ② 3 가지 ③ 5 가지
④ 6 가지 ⑤ 9 가지

해설

동전이 모두 앞면이 나오는 경우는 1 가지이다. 4 의 약수는 1, 2 , 4 의 3 가지이므로 주사위 2 개가 모두 4 의 약수가 나오는 경우의 수는 $3 \times 3 = 9$ (가지) 이다.
그러므로 구하는 경우의 수는 $1 \times 3 \times 3 = 9$ (가지) 이다.

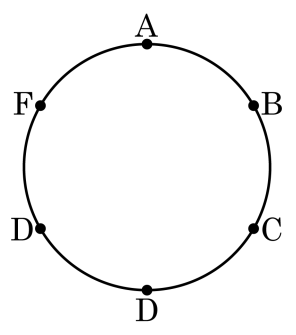
9. 1 에서 6 까지의 숫자가 적힌 6 장의 카드를 차례로 늘어놓았을 때, 양끝의 숫자가 짝수일 경우의 수는 몇 가지인가?

① 40 가지　　② 60 가지　　③ 120 가지
④ 144 가지　　⑤ 180 가지

해설

6 개의 숫자카드를 일렬로 늘어놓았을 때, 양쪽 끝의 숫자가 짝수로 결정될 경우의 수는 짝수 중에서 두 수를 뽑아 두 자릿수로 만드는 경우의 수와 같다.
따라서 $3 \times 2 = 6$ (가지) 이다.
그리고 나머지 4 개의 숫자 카드를 일렬로 놓는 경우의 수는 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지) 이다.
동시에 놓아야 하므로 구하는 경우의 수는 $24 \times 6 = 144$ (가지) 이다.

10. 다음 그림과 같이 한 원의 둘레 에 점 A, B, C, D, E, F 가 있다. 세 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 20 개

해설

우선 임의로 세 점 A, B, C 를 뽑아 삼각형을 만들면 △ABC, △ACB, △BAC, △BCA, △CAB, △CBA 와 같이 6 개의 중복된 삼각형이 만들어 진다. 따라서 점 3 개씩 뽑는 경우의 수를 구한 후 6 으로 나눠 준다.

$6 \times 5 \times 4 \times \frac{1}{6} = 20$

11. 정육면체의 한 점 A 에서 모서리를 따라 갔을 때 가장 멀리 있는 점을 B 라고 하자. A 를 출발하여 모서리를 따라 B 에 도착하는 길 중, 길이가 가장 짧은 길은 모두 몇 가지인지 구하여라.

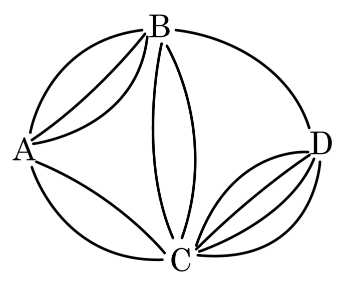
▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 6 가지

해설

점 A 에서 갈림길은 3 가지이고, 그 다음 점에서 점 B 에 이르는 길은 각각 2 가지씩이므로 구하는 경우의 수는 $3 \times 2 = 6$(가지) 이다.

12. A, B, C, D 네 지점 사이에 다음 그림과 같은 도로망이 있다. 같은 지점을 한번 밖에 지나 갈 수 없다고 할 때, A에서 D로 가는 길의 수를 구하면 ?



① 11가지 ② 24가지 ③ 28가지
④ 32가지 ⑤ 39가지

해설

$A \to B \to D : 3 \times 1 = 3$(가지)
$A \to C \to D : 2 \times 4 = 8$(가지)
$A \to B \to C \to D : 3 \times 2 \times 4 = 24$(가지)
$A \to C \to B \to D : 2 \times 2 \times 1 = 4$(가지)
따라서 A에서 D로 가는 경우의 수는
$3 + 8 + 24 + 4 = 39$(가지)이다.

13. A, B, C, D 네 사람을 일렬로 세울 때, A를 B보다 앞에 세우는 경우의 수는?

① 6 ② 12 ③ 18 ④ 20 ⑤ 24

해설

A가 맨 앞에 서는 경우는 A × ×× : $3 \times 2 \times 1 = 6$(가지)
A가 두 번째에 서는 경우는 $\underline{\times}$A × × : $2 \times 2 \times 1 = 4$(가지)(밑줄 친 부분에 B는 올 수 없다.)
A가 세 번째에 서는 경우는 × × A$\underline{\times}$: $2 \times 1 = 2$(가지)(밑줄 친 부분이 B 의 위치이다.)

따라서 구하는 경우의 수는 $6 + 4 + 2 = 12$

14. 세 개의 주머니에 각각 0과 1, 1과 2, 2와 3의 숫자가 적힌 구슬이 들어있다. 두 개의 주머니를 선택하여 한 주머니에서 구슬을 하나씩 꺼내어 두 자리 정수를 만드는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 18 가지

해설

세 개의 주머니를 각각 A = (0, 1) , B = (1, 2) , C = (2, 3) 라 하자.

A, B 가 선택된 경우 나올 수 있는 두 자리 정수는 11, 12, 21, 10, 20

B, C 가 선택된 경우 나올 수 있는 두 자리 정수는 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32

C, A 가 선택된 경우 나올 수 있는 두 자리 정수는 12, 13, 21, 31, 20, 30

따라서 구하고자 하는 경우의 수는 $5 + 7 + 6 = 18$ (가지) 이다.

15. 서로 다른 5 개의 문자 $a,\ b,\ c,\ d,\ e$ 를 모두 한 번씩만 사용한 단어를 사전식으로 나열할 때, $cdeab$ 는 몇 번째의 단어인지 구하면?

① 63 번째 ② 64 번째 ③ 65 번째

④ 66 번째 ⑤ 67 번째

해설

㉠ $a\square\square\square\square$ 인 경우의 수 : b , c , d , e 4 개의 문자를 일렬로 나열하는 경우이므로 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (개)

㉡ $b\square\square\square\square$ 인 경우의 수 : ㉠과 같이 24 개

㉢ $ca\square\square\square$ 인 경우의 수 : b , d , e 3 개의 문자를 일렬로 나열하는 경우이므로 $3 \times 2 \times 1 = 6$(개)

㉣ $cb\square\square\square$ 인 경우의 수 : a , d , e 3 개의 문자를 일렬로 나열하는 경우이므로 $3 \times 2 \times 1 = 6$(개)

㉤ $cda\square\square$ 인 경우의 수 : b , e 2 개의 문자를 일렬로 나열하는 경우이므로 $2 \times 1 = 2$(개)

㉥ $cdb\square\square$ 인 경우의 수 : a , e 2 개의 문자를일렬로 나열하는 경우이므로 $2 \times 1 = 2$(개)

㉥의 다음 문자가 $cdeab$ 이므로 $24 + 24 + 6 + 6 + 2 + 2 = 64$ 에서 $cdeab$ 는 65 번째의 단어이다.

16. A, B 두 개의 주사위를 동시에 던져서 나온 눈의 수를 각각 a, b라 할 때, 두 직선 $3x+ay+1=0$, $(b+1)x+4y+1=0$ 이 평행하게 될 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{12}$

해설

모든 경우의 수는 36

두 직선이 평행하다면 $\frac{3}{b+1}=\frac{a}{4}\neq 1$ 이므로

이 식을 정리하면

$a\times(b+1)=12$, $a\neq 4$, $b\neq 2$

이렇게 되는 $(a,\ b)$는 $(2,\ 5)$, $(3,\ 3)$, $(6,\ 1)$로 3가지이다.

$\therefore$ 구하는 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

17. 안타를 칠 확률이 $\frac{2}{3}$인 선수에게 세 번의 기회가 주어졌을 때, 2번 이상의 안타를 칠 확률을 구하면?

① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $\frac{20}{27}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

해설

2번의 안타를 칠 확률은 $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{27}$

(○, ○, ×), (○, ×, ○), (×, ○, ○)의 세 가지 경우가 있으므로

$\frac{4}{27} \times 3 = \frac{4}{9}$

3번의 안타를 칠 확률은 $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{9} + \frac{8}{27} = \frac{20}{27}$

18. A, B, C 세 사람이 가위바위보를 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① 세 사람이 모두 다른 것을 낼 확률 : $\frac{2}{9}$

② 비길 확률 : $\frac{1}{9}$

③ 승부가 결정될 확률 : $\frac{2}{3}$

④ A만 이길 확률 : $\frac{1}{9}$

⑤ A가 이길 확률 : $\frac{1}{3}$

해설

① $\frac{3}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$

② $\left(\frac{3}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{3}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$

③ $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

④ $\frac{3}{27} = \frac{1}{9}$

⑤ $\frac{3}{27} \times 3 = \frac{1}{3}$

19. A, B 두 사람이 5전 3승제로 탁구 시합을 하고 있는데 현재 A가 2승 1패로 앞서가고 있다. 앞으로 A는 1승을, B는 2승을 더 해야만 승리를 할 수 있다고 한다. 두 사람이 한 게임에서 이길 확률이 서로 같을 때, A가 이길 확률은 B가 이길 확률의 몇 배인가? (단, 비기는 게임은 없다)

① 2배 ② 3배 ③ 5배 ④ 7배 ⑤ 9배

해설

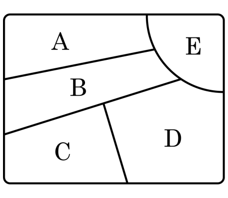
A가 4번째 게임이나 5번째 게임에서 이기면 탁구 시합에서 승리하게 되므로, 구하는 확률은 (4번째 게임에서 이길 확률) + (5번째 게임에서 이길 확률)이다.

4회 때 이길 확률은 $\frac{1}{2}$

5회 때 이길 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

따라서, A가 이길 확률은 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$이고, B가 이길 확률은 $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$이므로 3배이다.

20. 다음 그림과 같은 A, B, C, D, E 의 각 부분에 빨강, 파랑, 노랑, 초록, 보라의 5 가지 색을 칠하려고 한다. 같은 색을 두 번 이상 사용할 수는 있으나 이웃한 면은 반드시 다른 색을 칠하는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 540 가지

해설

같은 색으로 칠할 수 있는 쌍은 A−C , A−D , C−E 세 가지이다. 저 쌍들을 하나의 칸으로 생각하여 4 가지 색을 칠한다고 볼 수도 있고, A − D , C − E 를 각각 한 칸으로 생각하여 3 가지 색을 칠한다고 볼 수도 있다.
5 가지 색을 모두 사용하는 경우 :
$5\times4\times3\times2\times1=120$(가지)
4 가지 색을 사용하는 경우 :
$(5\times4\times3\times2\times1)\times3=360$(가지)
3가지 색을 사용하는 경우 :
$5\times4\times3=60$(가지)
따라서 $120+360+60=540$(가지)

해설

(1) A 와 D 가 같은 색인 경우 :
$5\times4\times3\times1\times3=180$(가지)
B 와 D 가 다른 색인 경우 :
$5\times4\times3\times2\times3=360$(가지)
$\therefore 180+360=540$
(2) C, D, A, B, E 순으로 색칠을 한다고 하면
$5\times4\times3\times3\times3=540$(가지)

21. a, b, b, c, c, d 를 일렬로 나열할 때, d 가 b 사이에 오도록 배열하는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ________ 가지

▷ 정답: 60 가지

해설

d 를 b 로 바꾸어 a, b, b, b, c, c 를 일렬로 배열한 다음 가운데 b 를 d 로 바꾸면 되므로 구하는 경우의 수는 $\frac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{(3\times2\times1)\times(2\times1)}=60$ (가지) 이다.

22. 평면 위에 9 개의 직선이 있다. 이 직선 중 한 쌍의 직선만 평행하고 어떤 세 직선도 한 점에서 만나지 않는다고 할 때, 이 직선에 의해 만들어지는 삼각형의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 77 개

해설

(1) 9 개의 직선 중 3 개의 직선을 선택하는 경우 $\frac{9\times8\times7}{3\times2\times1} = 84$(개)

(2) 평행한 1 쌍의 직선과 다른 한 직선을 택하는 경우는 7(개)이다.

따라서 구하는 삼각형의 개수는 $84 - 7 = 77$(개)이다.

23. 좌표평면 위의 점 P 는 원점에서 출발하여, 한 번에 오른쪽으로 1 또는 왼쪽으로 1 씩 움직여 (5, 5) 까지 최단 경로로 이동한다. 이때, 점 P 가 점 A(2, 1), B(3, 4) 를 거치지 않고 이동할 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{13}{42}$

해설

원점에서 (5, 5) 까지 최단 거리로 가는 모든 방법의 수 $\frac{10!}{5!5!} = 252$ (가지) 이다.
A 와 B 를 거치지 않고 갈 확률은 전체 확률에서 A 또는 B 를 거치고 갈 확률을 빼면 된다.

(1) 원점에서 A 를 거쳐 (5, 5) 로 가는 방법의 수는 $\frac{3!}{1!2!} \times \frac{7!}{3!4!} = 105$ (가지)

(2) 원점에서 B 를 거쳐 (5, 5) 로 가는 방법의 수는 $\frac{7!}{3!4!} \times \frac{3!}{1!2!} = 105$ (가지)

(3) 원점에서 A 와 B 를 거쳐 (5, 5) 로 가는 방법의 수는 $\frac{3!}{1!2!} \times \frac{4!}{1!3!} \times \frac{3!}{1!2!} = 36$ (가지)

(1), (2), (3)에서 경우의 수는 $105 + 105 - 36 = 174$ (가지) 이다.

따라서 구하는 확률은 $1 - \frac{174}{252} = \frac{13}{42}$ 이다.

(단, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \cdots 3 \times 2 \times 1$ 이다.)

24. 어떤 입학시험에 A, B, C가 합격할 확률이 각각 $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$일 때, 두 사람이 합격할 확률이 a, 적어도 한 사람이 합격할 확률을 b일 때, $b-a$의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

A, B가 합격할 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{3}{5}\right)=\frac{2}{15}$

B, C가 합격할 확률은 $\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{5}$

C, A가 합격할 확률은 $\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\frac{3}{5}=\frac{1}{10}$

따라서 두 사람이 합격할 확률은

$\frac{2}{15}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}=\frac{13}{30}$이므로 $a=\frac{13}{30}$

모두 불합격할 확률은

$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\left(1-\frac{3}{5}\right)=\frac{1}{15}$

적어도 한 사람이 합격할 확률은

$1-\frac{1}{15}=\frac{14}{15}$이므로 $b=\frac{14}{15}$

$\therefore\ a=\frac{13}{30},\ b=\frac{14}{15}$

$\therefore\ b-a=\frac{14}{15}-\frac{13}{30}=\frac{28}{30}-\frac{13}{30}=\frac{15}{30}=\frac{1}{2}$

25. 한 모서리의 길이가 1 인 정육면체 216 개를 가로 6 개, 세로 6 개, 높이 6 개씩 들어가도록 쌓아서 큰 정육면체를 만들었다. 이 정육면체의 겉면에 색칠을 하고 다시 작은 정육면체로 분해한 다음 한 개를 집었을 때, 그것이 적어도 한 면이 색칠되어 있는 작은 정육면체일 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{19}{27}$

해설

한 모서리에 작은 정육면체가 6 개씩 들어간 큰 정육면체의 겉면에 색칠을 했을 때, 한 면도 색칠되지 않은 정육면체의 개수는 $4 \times 4 \times 4 = 64$ (개) 이다.

색이 칠해지지 않은 정육면체일 확률은 $\frac{64}{216}$ 이다.

따라서 적어도 한 면이 색칠된 작은 정육면체일 확률은 $1 - \frac{64}{216} = \frac{152}{216} = \frac{19}{27}$ 이다.