

1. 다항식 $2xy^2 + x^2y - 3x + x^3 - 1$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① x 에 대한 삼차식이다.
- ② y 에 대한 이차식이다.
- ③ x^2 의 계수는 y 이다.
- ④ x 의 계수는 $2y^2 - 3$ 이다.
- ⑤ y 에 대한 상수항은 -1 이다.

해설

⑤ y 에 대한 상수항: $x^3 - 3x - 1$

2. $A = 2x^2 + 5xy - 3y^2$, $B = 4x^2 - 5xy + y^2$, $C = -x^2 + 4y^2$ 일 때,
 $2A - \{B - (2C - 3A)\}$ 를 간단히 하면?

- ① $8x^2 + 30xy - 24y^2$ ② $8x^2 - 30xy - 24y^2$
③ $-8x^2 + 30xy - 24y^2$ ④ $\textcircled{4} -8x^2 + 10y^2$
⑤ $-8x^2 - 10y^2$

해설

$$\begin{aligned}2A - \{B - (2C - 3A)\} &= 2A - B + 2C - 3A \\&= -A - B + 2C \\&= -8x^2 + 10y^2\end{aligned}$$

3. 등식 $ax^2 - (2a+c)x - 1 = (b-2)x^2 + (b+3)x - c$ 가 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 를 정할 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$$(준식) = (a - b + 2)x^2 - (2a + c + b + 3)x - 1 + c = 0$$

이 식이 x 에 대한 항등식이므로

$$a - b + 2 = 0, 2a + c + b + 3 = 0, c = 1$$

$$\Rightarrow a = -2, b = 0, c = 1$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 5$$

4. 다음 등식 $a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1) = 2x^2 - 3x - 2$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면, $2a = -2$

$$\therefore a = -1$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면, $-b = -3$

$$\therefore b = 3$$

양변에 $x = 2$ 을 대입하면, $2c = 0$

$$\therefore c = 0$$

$$\therefore abc = 0$$

5. 다항식 $f(x)$ 를 $x - 2$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, 나머지는?

- ① $f(2)$ ② $f(-2)$ ③ $f(2) + Q(2)$
④ $Q(2)$ ⑤ $Q(-2)$

해설

$$f(x) = (x - 2)Q(x) + R$$

$$\therefore f(2) = R$$

6. 다음은 조립제법을 이용하여 다항식 $x^3 - 2x^2 + 5x - 3$ 을 $x - 1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구한 것이다. 몫과 나머지가 바르게 연결된 것은?

- ① 몫: $x - 1$, 나머지: 1
- ② 몫: $x - 1$, 나머지: 4
- ③ 몫: $x^2 - x - 4$, 나머지: 1
- ④ 몫: $x^2 - x + 4$, 나머지: 1
- ⑤ 몫: $x^2 - x + 4$, 나머지: $x - 1$

해설

조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & -2 & 5 & -3 \\ & & 1 & -1 & 4 \\ \hline & 1 & -1 & 4 & \boxed{1} \end{array}$$

$$\therefore x^3 - 2x^2 + 5x - 3 = (x - 1)(x^2 - x + 4) + 1$$

따라서 몫은 $x^2 - x + 4$, 나머지는 1

7. $(125^2 - 75^2) \div [5 + (30 - 50) \div (-4)]$ 의 값은?

- ① 75 ② 125 ③ 900 ④ 1000 ⑤ 1225

해설

$$\begin{aligned}125^2 - 75^2 &= (125 + 75)(125 - 75) \\&= 200 \times 50 = 10000\end{aligned}$$

$$5 + (30 - 50) \div (-4) = 5 + -\frac{20}{-4} = 10$$

$$(\text{준 쪽}) = 10000 \div 10 = 1000$$

8. $(6x^3 - x^2 - 5x + 5) \div (2x - 1)$ 의 몫을 a , 나머지를 b 라 할 때, $a + b$ 를 구하면?

- ① $3x^2 + x + 1$ ② $x^2 + x + 1$ ③ $3x^2 + 1$
④ $x^2 + x - 1$ ⑤ $3x^2 + x$

해설

나눗셈을 이용하면 $a = 3x^2 + x - 2$, $b = 3$
 $\therefore a + b = 3x^2 + x + 1$

해설

조립제법을 이용할 수 있다.

이 때, $2x - 1$ 로 나눈 몫은 $x - \frac{1}{2}$ 로 나눈 몫의 $\frac{1}{2}$ 이고 나머지는 같다.

$$\begin{aligned}f(x) &= \left(x - \frac{1}{2}\right) Q(x) + R \\&= (2x - 1) \cdot \frac{1}{2} \cdot Q(x) + R\end{aligned}$$

9. 다음 그림에서 색칠한 부분이 나타내고 있는 곱셈공식은 무엇인가?



- ① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
④ $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$
⑤ $(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

해설



$$(a+b)(a-b) = ①' + ②$$
$$①' = ① \text{ 의 면적으로}$$
$$(a+b)(a-b) = ① + ② = a^2 - b^2$$
$$\therefore (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

10. 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

① $(x - y - 1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x - 2y$

② $(a + b)^2(a - b)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

③ $(-x + 3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

④ $(a - b)(a^2 + ab - b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(p - 1)(p + 1)(p^2 + 1)(p^4 + 1) = p^{16} - 1$

해설

① $(x - y - 1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x - 2y$

③ $(-x + 3)^3 = -x^3 + 9x^2 - 27x + 27$

④ $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(p - 1)(p + 1)(p^2 + 1)(p^4 + 1) = p^8 - 1$

11. $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는 $n+1$ 개이다. 다항식 $(2a-3b)^3(2a+3b)^3$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면 ?

- ① 7개 ② 8개 ③ 12개 ④ 13개 ⑤ 64개

해설

$$\begin{aligned} & (2a - 3b)^3(2a + 3b)^3)^4 \\ &= ((4a^2 - 9b^2)^3)^4 \\ &= (4a^2 - 9b^2)^{12} \\ \therefore & (4a^2 - 9b^2)^{12} \text{의 항의 개수는 } 13 \text{개이다.} \end{aligned}$$

12. $(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2)$ 를 전개했을 때, x^2 과 x^3 의 계수를 모두 0
이 되게 하는 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2)$$

$$= x^5 + bx^4 + (a+2)x^3 + (ab+2)x^2 + (2a+2b)x + 4$$

$(x^2 \text{의 계수}) = (x^3 \text{의 계수}) = 0$ 이므로

$$ab + 2 = 0, a + 2 = 0$$

따라서 $a = -2, b = 1$

$$\therefore a + b = -1$$

13. 다항식 $f(x) = x^3 + ax^2 + 3$ 을 일차식 $x - 1$ 로 나누어 떨어지도록 a 의 값을 정하면?

① -2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ -10

해설

$$f(1) = 1 + a + 3 = 0, a = -4$$

14. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해하였더니, $(x+ay)(x-by+c)$ 가 되었다.
○ 때, a, b, c 를 순서대로 쓴 것은?

- ① -1, 0, 1 ② -1, 1, 2 ③ -2, -1, 1
④ -1, -1, -2 ⑤ -1, 2

해설

$$x^2 - 2x - y^2 + 2y = (x+y)(x-y) - 2(x-y)$$

$$= (x-y)(x+y-2)$$

$$\therefore a = -1, b = -1, c = -2$$

15. $(x^4 - 8x^2 - 9) \div (x^2 - 9)$ 를 계산하여라.

- ① $x^2 + 1$ ② $x^2 - 1$ ③ $x^2 + 2$
④ $x^2 - 2$ ⑤ $x^2 + 3$

해설

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 - 9)(x^2 + 1)$$

$$\therefore (\text{준식}) = x^2 + 1$$

16. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$\begin{aligned}(좌변) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\&= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -1, b = 2$$

$$\therefore ab = -1 \times 2 = -2$$

17. 다음 세 다항식에서 최대공약수를 구하면?

$$2x^2 - 3x + 1, \quad 3x^2 - x - 2, \quad x^2 + 3x - 4$$

① $x - 1$

② $2x - 1$

③ $x - 2$

④ $x + 3$

⑤ $x + 1$

해설

$$2x^2 - 3x + 1 = (2x - 1)(x - 1)$$

$$3x^2 - x - 2 = (3x + 2)(x - 1)$$

$$x^2 + 3x - 4 = (x + 4)(x - 1)$$

따라서 최대 공약수는 $x - 1$ 이다.

18. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$ 일 때, $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned}2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\&= (2a + 4b) + (2a + 3b) \text{ ⑦ 분배법칙} \\&= 2a + (4b + 2a) + 3b \text{ ⑧ 결합법칙} \\&= 2a + (2a + 4b) + 3b \text{ ⑨ 교환법칙} \\&= (2a + 2a) + (4b + 3b) \text{ ⑩ 교환법칙} \\&= (2+2)a + (4+3)b \text{ ⑪ 분배법칙} \\&= 4a + 7b\end{aligned}$$

▶ 답:

▷ 정답: ⑩

해설

⑩ $2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b)$: 결합법칙

19. 다항식 $f(x)$ 를 $x - \frac{1}{2}$ 으로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라고 할 때, $f(x)$ 를 $2x - 1$ 으로 나눌 때의 몫과 나머지는?

① 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$ ② 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : R
③ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$ ④ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : R
⑤ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $2R$

해설

$$x - \frac{1}{2} \parallel 2\text{를 곱하면 } 2x - 1$$

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)Q(x) + R = (2x - 1)\frac{1}{2}Q(x) + R$$

20. 세 모서리의 길이의 합이 22이고 대각선의 길이가 14인 직육면체의
겉넓이는?

- ① 144 ② 196 ③ 288 ④ 308 ⑤ 496

해설

세 모서리를 x, y, z 라 하면

$$x + y + z = 22 \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 14 \dots\dots \textcircled{2}$$

겉넓이는 $2(xy + yz + zx)$ 이다.

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } 22^2 = 14^2 + 2(xy + yz + zx)$$

$$\therefore 2(xy + yz + zx) = 288$$

21. $\frac{2x+3a}{4x+1} \nparallel x$ 에 관계없이 일정한 값을 가질 때, $12a$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: $12a = 2$

해설

$$\frac{2x+3a}{4x+1} = k \text{ (일정값 } k = k \text{) 라 놓으면 } 2x+3a = k(4x+1) \text{에서}$$

$$(2-4k)x + 3a - k = 0$$

이 식은 x 에 대한 항등식이므로,

$$2-4k = 0, 3a-k = 0$$

$$k = \frac{1}{2} \text{이므로 } 3a = k \text{에서 } a = \frac{1}{6}$$

$$\therefore 12a = 2$$

22. $x-y=1$ 을 만족하는 임의의 실수 x, y 에 대하여 $ax^2+bxy+cy^2-1=0$ 이 항상 성립할 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$y = x - 1$ 을 준식에 대입하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면

$$(a+b+c)x^2 - (b+2c)x + c - 1 = 0$$

x 에 대한 항등식이므로

$$a+b+c = 0, b+2c = 0, c-1 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2, c = 1$$

$$\therefore a+b+c = 0$$

23. x 의 다항식 $x^3 + ax + b$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때, 나머지가 $2x + 1$ 이 되도록 상수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$x^3 + ax + b$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때,
몫을 $x+q$ 라 하면 (일반적으로 $px+q$ 로 해야겠지만 x^3 의 계수가
1이므로 $x+q$)

$$x^3 + ax + b = (x^2 - 3x + 2)(x + q) + 2x + 1$$

$$\therefore x^3 + ax + b = (x - 2)(x - 1)(x + q) + 2x + 1$$

이 등식은 x 에 관한 항등식이므로

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 1 + a + b = 2 + 1 \cdots \textcircled{\text{①}}$$

$$x = 2 \text{를 대입하면 } 8 + 2a + b = 4 + 1 \cdots \textcircled{\text{②}}$$

$$\textcircled{\text{①}}, \textcircled{\text{②}} \text{에서 } a = -5, b = 7$$

$$\therefore a + b = 2$$

24. $(4x^2 - 3x + 1)^5(x^3 - 2x^2 - 1)^4$ 을 전개했을 때, 계수들의 총합을 구하
여라.

▶ 답:

▷ 정답: 512

해설

$$(4x^2 - 3x + 1)^5(x^3 - 2x^2 - 1)^4 = ax^{22} + bx^{21} + \dots + c$$

위의 식에 $x = 1$ 을 대입하면, 모든 계수들의 총합이 나온다.
 \therefore (계수의 총합) $= 2^5 \times (-2)^4 = 512$

25. 다항식 $f(x)$ 에 대하여, $f\left(\frac{1}{2}\right) = 3$, $f\left(\frac{1}{3}\right) = 1$ 일 때, $f(x)$ 를

$(2x - 1)(3x - 1)$ 로 나눈 나머지를 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: $12x - 3$

해설

구하는 나머지를 $ax + b$ 라 하면

$$f(x) = (2x - 1)(3x - 1)Q(x) + ax + b$$

$x = \frac{1}{2}$, $x = \frac{1}{3}$ 을 각각 양변에 대입하면

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}a + b = 3, f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}a + b = 1$$

두 식을 연립하여 풀면 $\frac{1}{6}a = 2 \Rightarrow a = 12, b = -3$

\therefore 구하는 나머지는 $12x - 3$

26. $f(x)$ 를 $x - 1$ 로 나눌 때 나머지가 3이다. 또, 이때의 몫을 $x + 3$ 으로 나눈 나머지가 2이면 $f(x)$ 를 $x^2 + 2x - 3$ 으로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2x + 1$

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (x - 1)Q(x) + 3 \\&= (x - 1)\{(x + 3)Q'(x) + 2\} + 3 \\&= (x - 1)(x + 3)Q'(x) + 2(x - 1) + 3 \\&= (x^2 + 2x - 3)Q'(x) + 2x + 1\end{aligned}$$

따라서, 구하는 나머지는 $2x + 1$

27. 다항식 $(x+2)f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지가 9, 다항식 $(2x-3)f(3x-7)$ 을 $x-3$ 으로 나눈 나머지가 -3이다. 이때 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지는?

- Ⓐ $-4x + 7$ Ⓑ $-4x - 3$ Ⓒ $2x + 3$
Ⓓ $2x - 3$ Ⓘ $3x - 1$

해설

나머지정리에 의하여

$(x+2)f(x)$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$3f(1) = 9$ 이므로 $f(1) = 3 \cdots \textcircled{①}$

$(2x-3)f(3x-7)$ 에 $x = 3$ 을 대입하면

$3f(2) = -3$ 이므로 $f(2) = -1 \cdots \textcircled{②}$

$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$ 에 Ⓐ, Ⓑ을 대입하면

$$\begin{cases} a + b = 3 \\ 2a + b = -1 \end{cases}$$

∴므로 $a = -4, b = 7$

28. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 - x + b$ 를 $x - 1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

$$\begin{array}{c|cccc} k & 1 & a & -1 & b \\ \hline 1 & c & d & a \\ \hline 1 & 4 & 3 & 5 \end{array}$$

① $a = 3$ ② $b = 2$ ③ $c = 1$

④ $d = 4$ ⑤ $k = -1$

해설

다항식 $x^3 + ax^2 - x + b$ 를 $x - 1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & a & -1 & b \\ & & 1 & a+1 & a \\ \hline 1 & a+1 & a & b+a \end{array}$$

$k = 1, a = 3, b = 2, c = 1, d = 4$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

29. 등식 $3x^3 - x + 2 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 가 x 에 관한 항등식이 되도록 상수 a, b, c, d 의 값을 정하면?

① $a = 3, b = 7, c = -4, d = 4$

② $\textcircled{a} a = 3, b = 9, c = 8, d = 4$

③ $a = 2, b = 9, c = 6, d = 4$

④ $a = 1, b = 3, c = 8, d = 4$

⑤ $a = 2, b = -9, c = 6, d = 4$

해설

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 3 & 0 & -1 & 2 \\ & 3 & 3 & 2 & \hline 1 & 3 & 3 & 2 & 4 \leftarrow d \\ & 3 & 6 & \hline 1 & 3 & 6 & 8 \leftarrow c \\ & 3 & \hline 3 & 9 & \leftarrow b \\ \uparrow & & a \\ \end{array}$$

$\therefore a = 3, b = 9, c = 8, d = 4$

해설

(i) $x-1 = y$ 로 놓으면 $x = y+1$ 이므로

$$3(y+1)^3 - (y+1) + 2 = ay^3 + by^2 + cy + d$$

$$\therefore 3y^3 + 9y^2 + 8y + 4 = ay^3 + by^2 + cy + d$$

$$\therefore a = 3, b = 9, c = 8, d = 4$$

(ii) x 대신 $-1, 0, 1, 2$ 를 대입하면,

$$x = 0 \text{ 대입} : 2 = -a + b - c + d \cdots ①$$

$$x = -1 \text{ 대입} : 0 = -8a + 4b - 2c + d \cdots ②$$

$$x = 1 \text{ 대입} : 4 = d \cdots ③$$

$$x = 2 \text{ 대입} : 24 = a + b + c + d \cdots ④$$

①, ②, ③, ④를 연립하여 풀면,

$$\therefore a = 3, b = 9, c = 8, d = 4$$

30. 다음 중 다항식 $x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2$ 의 인수인 것은?

- ① $x + y + 2$ ② $x - y + 2$ ③ $x + 2y + 1$
④ $x - 2y + 1$ ⑤ $x + y + 1$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2 \\= x^2 + (3y - 1)x + 2y^2 - 3y - 2 \\= x^2 + (3y - 1)x + (2y + 1)(y - 2) \\= (x + 2y + 1)(x + y - 2)\end{aligned}$$

31. 다음 중 다항식 $a^3(b-c) + b^3(c-a) + c^3(a-b)$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $a - b$ ② $b - c$ ③ $c - a$
④ $a + b + c$ ⑤ $a - b + c$

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면
(준식) = $a^3(b-c) - a(b^3 - c^3) + bc(b^2 - c^2)$
= $(b-c)(a^3 - a(b^2 + bc + c^2) + bc(b+c))$
= $(b-c)(b^2(c-a) + b(c^2 - ca) - a(c^2 - a^2))$
= $(b-c)(c-a)(b^2 + bc - ac - a^2)$
= $(b-c)(c-a)(c(b-a) + (b^2 - a^2))$
= $(b-c)(c-a)(b-a)(a+b+c)$

32. 다음 식에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 고르면?

$$-2ax^2y^2 + xy - 3$$

- ① 항이 모두 3개로 이루어진 식이다.
- ② x 에 대한 내림차순으로 정리된 식이다.
- ③ y 에 대한 내림차순으로 정리된 식이다.
- ④ x 에 관한 4차식이다.
- ⑤ xy 의 계수는 1이다.

해설

- ④ x 에 관한 2차식이다.

33. 두 다항식 A, B 에 대하여 연산 Δ, ∇ 를 $A \Delta B = 2A + B, A \nabla B = A - 3B$ 로 정의한다.

$A = 2 + 3x^2 - x^3, B = x^2 + 3x + 1$ 일 때 $A \nabla (B \Delta A)$ 를 구하면?

① $2x^3 - 18x - 10$

② $2x^3 - 12x^2 - 18x - 10$

③ $2x^3 + 12x^2 + 18x + 10$

④ $2x^3 + 12x^2 + 18x - 10$

⑤ $2x^3 - 12x^2 + 18x + 10$

해설

$$A \nabla (B \Delta A) = A \nabla (2B + A)$$
$$= A - 3(2B + A) = -2A - 6B$$

위와 같이 식을 간단히 정리한 후 A, B 에 대입하여 정리한다.

34. 세 다항식 $A = x^2 + 3x - 2$, $B = 3x^2 - 2x + 1$, $C = 4x^2 + 2x - 3$ 에 대하여
 $3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$ 를 간단히 하면?

- ① $3x^2 + 12x - 13$ ② $-3x^2 + 24x + 21$
③ $3x^2 - 12x + 21$ ④ $\textcircled{4} -3x^2 - 24x + 21$
⑤ $x^2 + 12x + 11$

해설

$$\begin{aligned}3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B \\= -2A + 5B - 4C \\= -2(x^2 + 3x - 2) + 5(3x^2 - 2x + 1) - 4(4x^2 + 2x - 3) \\= -3x^2 - 24x + 21\end{aligned}$$

35. 다항식 $x^5 \left(x + \frac{1}{x} \right) \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} \right)$ 의 차수는?

- ① 2차 ② 3차 ③ 6차 ④ 7차 ⑤ 8차

해설

$$x^5 \left(x + \frac{1}{x} \right) \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} \right)$$

$$= x^2(x^2 + 1)(x^2 + 2x + 3)$$

∴ 6차 다항식

36. 다음은 연산법칙을 이용하여 $(x+3)(x+2)$ 를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \\&= (x^2 + 3x) + (2x + 6) \\&= x^2 + (3x + 2x) + 6 \\&= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

- ① 교환법칙, 결합법칙
- ② 교환법칙, 분배법칙
- ③ **분배법칙, 결합법칙**
- ④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙
- ⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \text{ (분배)} \\&= (x^2 + 3x) + (2x + 6) \text{ (분배)} \\&= x^2 + (3x + 2x) + 6 \text{ (결합)} \\&= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

37. 상수 a, b 에 대하여 다음 등식이 항상 성립할 때, $2a + b$ 의 값은?

$$\frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+3} = \frac{6(x+1)}{(x-1)(x+3)}$$

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

등식이 항상 성립하기 위해서는 (분모) $\neq 0$ 이어야 한다.

양변에 공통분모인 $(x-1)(x+3)$ 을 곱하면,

$$a(x+3) + b(x-1) = 6(x+1)$$

$$(a+b)x + (3a-b) = 6x + 6$$

$$\therefore a+b=6, 3a-b=6$$

두 식을 연립하여 풀면,

$$a=3, b=6-a=3$$

$$\therefore 2a+b=2\times 3+3=9$$

38. 등식 $(x+1)(x-1)(x^3-x^2+x-1) = x^5 - x^4 + ax - b$ 가 항상 성립하도록 a, b 값을 정할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

양변에 $x = 1$ 을 대입하면, $0 = a - b \cdots ⑦$

양변에 $x = -1$ 을 대입하면, $0 = -2 - a - b \cdots ⑧$

⑦, ⑧에서 $a = b = -1$

$\therefore a + b = -2$

39. 등식 $2x^2 - 3x - 1 = a(x-1)(x-2) + bx(x-1) + cx(x-2)$ $\circ|$ x 에 관한 항등식이 되도록 할 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

수치대입법을 이용한다.

$$x = 0 \text{ 대입}, a = -\frac{1}{2}$$

$$x = 2 \text{ 대입}, b = \frac{1}{2}$$

$$x = 1 \text{ 대입}, c = 2$$

$$\therefore a + b + c = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 2 = 2$$

40. 다항식 $f(x)$ 에 대하여 $(x^2 - 2)(x^2 + 3) = x^4 - 2ax^2 + b$ 가 x 에 대한 항등식이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, $2a - b$ 의 값은?

- ① -3 ② -5 ③ -4 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$(x^2 - 2)(x^2 + 3) = x^4 - 2ax^2 + b \text{ 이다}$$

$$x^2 = 2 \text{ 일 때}, 4 - 4a + b = 0 \cdots \cdots ①$$

$$x^2 = -3 \text{ 일 때}, 9 + 6a + b = 0 \cdots \cdots ②$$

$$\text{①, ②에서 } a = -\frac{1}{2}, b = -6$$

$$\therefore 2a - b = 5$$

41. $x = 1001$ 일 때, $\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4 + 1)(x^2 - 1)}{(x^4 + 1)(x + 1)} \\&= x - 1 \\&= 1001 - 1 \\&= 1000\end{aligned}$$

42. $f(x)$ 가 x 의 다항식일 때 $(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b \nmid x$ 에 대한 항등식이 될 때 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -7

해설

$$(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b \text{에서}$$

$$x^2 = 2 \text{를 대입하면 } 0 = 16 + 4a + b \cdots ①$$

$$x^4 = -1 \text{을 대입하면 } 0 = 1 - a + b \cdots ②$$

$$\text{①, ②를 연립하여 풀면 } a = -3, b = -4$$

$$\therefore a + b = -7$$

43. 등식 $(2k+1)y - (k+3)x + 10 = 0$ \diamond k 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$(준식) = (y - 3x + 10) + (2y - x)k = 0$$

$$\therefore 2y = x, y - 3x = -10$$

$$\therefore x = 4, y = 2$$

$$\therefore x + y = 6$$

44. $(m^2 - 4)x - 1 = m(3x + 1)$ 를 만족하는 x 가 없도록 하는 상수 m 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -4 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(m^2 - 3m - 4)x - 1 - m = 0$ 의 해가 없으므로

$m^2 - 3m - 4 = 0$ \wedge $-m - 1 \neq 0$

$\therefore m = 4$

45. 세 실수 a , b , c 에 대하여 $(a, b, c) = ab + bc$ 로 정의한다. 이때, 등식 $(x, a, y) - (2x, b, y) = (x, 2, y)$ 이 임의의 실수 x , y 에 대하여 성립하도록 a , b 의 값을 정하면?

- ① $a = 1, b = 2$ ② $a = 2, b = 2$ ③ $a = 2, b = 0$
④ $a = 0, b = 2$ ⑤ $a = 0, b = 0$

해설

기호의 정의에 따라서 주어진 식을 다시 쓰면

$$(ax + ay) - (2bx + by) = 2x + 2y$$

이 식을 x , y 에 대하여 정리하면

$$(a - 2b - 2)x + (a - b - 2)y = 0$$

이 등식이 임의의 x , y 에 대하여 성립하므로

$$a - 2b - 2 = 0, a - b - 2 = 0$$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a = 2, b = 0$

46. 대각선의 길이가 28이고, 모든 모서리의 길이의 합이 176인 직육면체의 곁넓이를 구하려 할 때, 다음 중에서 사용되는 식은?

- ① $(x-a)(x-b)(x-c) = x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$
- ② $\frac{1}{2} \{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$
- ③ $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$
- ④ $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$
- ⑤ $(a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

해설

직육면체의 대각선의 길이가 28이므로
가로를 a , 세로를 b , 높이를 c 라고 했을 때
 $(a^2 + b^2) + c^2 = 28^2$
모든 모서리의 길이의 합이 176이므로
 $a + b + c = 44$
따라서 ③번과 같은 식을 사용하여 곁넓이를 구할 수 있다.

47. 다항식 $2x^3 + ax^2 + x + b$ 가 $x^2 - x + 1$ 로 나누어떨어질 때, $a - b$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}2x^3 + ax^2 + x + b \\&= (x^2 - x + 1)(2x + c) \\&= 2x^3 + (c - 2)x^2 + (2 - c)x + c \\&\therefore a = c - 2, 1 = 2 - c, b = c \\&c = 1 \text{ } \textcircled{O} \text{므로 } a = -1, b = 1 \\&\therefore a - b = -2\end{aligned}$$

49. $x^3 - x^2 + 2 = (x+1)^3 + a(x+1)^2 + b(x+1) + c$ 가 항등식일 때,
 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

조립제법에 의한 방법으로 풀면

$$\begin{array}{c|cccc} -1 & 1 & -1 & 0 & 2 \\ & & -1 & 2 & -2 \\ \hline -1 & 1 & -2 & 2 & 0 \\ & & -1 & 3 & \\ \hline -1 & 1 & -3 & 5 & \\ & & -1 & & \\ \hline & 1 & -4 & & \end{array}$$

$$\therefore a = -4, b = 5, c = 0$$

$$\therefore a + b + c = 1$$

해설

주어진 식의 양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$2 = 1 + a + b + c$$

$$\therefore a + b + c = 1$$

50. $(x^3 + 2x^2 - 3x + 2)^4(2x - 1)^7$ 을 전개했을 때, 모든 계수들의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$$\begin{aligned} & (x^3 + 2x^2 - 3x + 2)^4 \cdot (2x - 1)^7 \\ &= a_0x^{19} + a_1x^{18} + a_2x^{17} + \cdots + a_{19} \text{로 놓으면} \\ & \text{계수들의 총합 } a_0 + a_1 + \cdots + a_{19} \text{는 양변에 } x = 1 \text{을 대입한} \\ & \text{결과와 같으므로 항등식의 성질에서} \\ & (1 + 2 - 3 + 2)^4 \cdot (2 - 1)^7 = 2^4 = 16 \end{aligned}$$