

1. $1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x(x-1)}$ 을 계산하면?

①

1

②

$\frac{1}{x}$

③

$\frac{1}{x-1}$

④

$\frac{x}{x-1}$

⑤

$\frac{x+1}{x(x-1)}$

해설

$$\begin{aligned} & 1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x(x-1)} \\ &= \frac{x-1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x(x-1)} \\ &= \frac{(x-1)^2 + x}{x(x-1)} - \frac{1}{x(x-1)} \\ &= \frac{x^2 - 2x + x - 1}{x(x-1)} \\ &= \frac{x^2 - x}{x(x-1)} = \frac{x(x-1)}{x(x-1)} = 1 \end{aligned}$$

2. $\frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - 1}}}$ 의 값은?

① 0

② 1

③ $\sqrt{2} - 1$

④ $\sqrt{2} + 1$

⑤ 2

해설

$$\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \sqrt{2} - (\sqrt{2} + 1) = -1$$

$$\frac{1}{\sqrt{2} - (-1)} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \sqrt{2} - 1$$

3. 철이와 돌이는 동업을 하여 수익금을 6 : 4의 비율로 나누어 갖기로 하였다. 철이의 수익금이 3만원이었다면, 돌이의 수익금은 얼마인지 구하시오.

▶ 답 : 원

▷ 정답 : 20000 원

해설

돌이의 수익금을 x 만원이라 하면
 $6 : 4 = 3\text{만원} : x$ 이므로 돌이의 수익금은 2만원

4. $x = 4 - \sqrt{3}$ 일 때, $x^2 - 8x + 15$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x = 4 - \sqrt{3}$ 에서 $x - 4 = -\sqrt{3}$ 의 양변을 제곱하면, $(x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16 = 3$ 이므로
 $x^2 - 8x = -13$
 $\therefore x^2 - 8x + 15 = -13 + 15 = 2$

5. 두 함수 $f(x) = -\sqrt{2x+1}+4$, $g(x) = \sqrt{5-x}+3$ 에 대하여 $(g \circ f)(4)$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(4) &= -\sqrt{2 \cdot 4 + 1} + 4 = 1 \\ (g \circ f)(4) &= g(f(4)) = g(1) \text{ 이므로} \\ (g \circ f)(4) &= \sqrt{5-1} + 3 = 5 \end{aligned}$$

6. $\frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1}$ 가 x 에 대한 항등식일 때, 상수 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{(a+b)x-a}{x(x-1)}$$

따라서, $a+b=1$, $a=-1$

$\therefore a=-1$, $b=2$

$\therefore a^2 + b^2 = (-1)^2 + 2^2 = 5$

7. $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2}{x(x+2)}$

② $\frac{3}{x(x+2)}$

③ $\frac{2}{(x+2)(x+3)}$

④ $\frac{3}{(x+2)(x+3)}$

⑤ $\frac{3}{x(x+3)}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right) + \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3}\right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} = \frac{3}{x(x+3)}\end{aligned}$$

8. 함수 $y = \frac{x-6}{x-4}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때, $a-b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

함수 $y = \frac{x-6}{x-4}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고

치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a$, $y = b$ 는 점근선이다.

따라서 $y = \frac{(x-4)-2}{x-4} = \frac{-2}{x-4} + 1$ 에서

$a = 4$, $b = 1$ 이므로

$\therefore a - b = 4 - 1 = 3$

9. 분수함수 $y = \frac{ax+b}{x-1}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점 $(2, 3)$ 을 지날 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$f(x) = \frac{ax+b}{x-1} \text{ 라 하면 } f(2) = 3, f^{-1}(2) = 3$$

$$f(2) = 2a + b = 3 \cdots \textcircled{1}$$

$$f^{-1}(2) = 3 \text{ 에서 } f(3) = 2 \text{ 이므로}$$

$$f(3) = \frac{3a+b}{2} = 2 \quad \therefore 3a+b = 4 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면

$$a = 1, b = 1 \quad \therefore ab = 1$$

10. 함수 $y = \sqrt{-2x-2} - 2$ 의 그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① -4 ② -3 ③ -1 ④ 0 ⑤ 3

해설

$y = \sqrt{-2x-2} - 2 = \sqrt{-2(x+1)} - 2$ 의
그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축 방향으로 -2 만큼
평행이동한 것이다.
 $\therefore m+n = -1-2 = -3$

11. 한 개의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈이 나오거나 소수의 눈이 나오는 경우의 수를 구하시오.

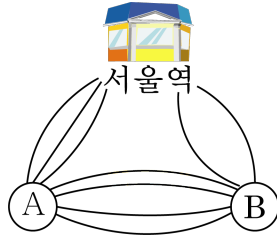
▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 5가지

해설

짝수의 눈 : 2, 4, 6 (3 가지)
소수의 눈 : 2, 3, 5 (3 가지)
짝수이면서 소수인 눈 : 2 (1 가지)
따라서 짝수 또는 소수의 눈이 나오는 경우의 수는
 $3 + 3 - 1 = 5$ 이다.
∴ 5 가지

12. 지점 A 에서 서울역으로 가는 길은 3 가지, 서울역에서 지점 B 로 가는 길은 2 가지가 있다. 또, A 에서 서울역을 거치지 않고 B 로 가는 길은 4 가지이다. 서울역을 한 번만 거쳐서 A 와 B 를 왕복하는 방법의 수를 구하시오. (단, A 에서 출발한다.)

▶ 답: 가지

▷ 정답 : 48가지

해설

- (i) $A \rightarrow \text{서울역} \rightarrow B \rightarrow A$
 $: 3 \times 2 \times 4 = 24$ (가지)
(ii) $A \rightarrow B \rightarrow \text{서울역} \rightarrow A$
 $: 4 \times 2 \times 3 = 24$ (가지)
(i), (ii) 이므로
 $24 + 24 = 48$ (가지)

13. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 남녀 교대로 서는 경우의 수를 구하여라.

① 72 ② 112 ③ 144 ④ 216 ⑤ 288

해설

남자 4명을 줄 세운 다음 그 사이 사이에 여자 3명을 배치한다.
 $4! \times 3! = 144$

14. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라의 7가지 색 중에서 4가지를 뽑아 그림을 색칠하려고 한다. 빨강을 포함하여 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 20가지

해설

${}_6C_3 = 20$

15. $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$ 를 만족시키는 실수 a, b 에 대하여 $\frac{|a|+|b|}{\sqrt{(a-b)^2}}$ 의 값은?

- ① $\frac{a+b}{a-b}$ ② $\frac{a+b}{b-a}$ ③ -1 ④ 1 ⑤ a

해설

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}} \text{ 이면}$$

$$a < 0, b > 0 \text{ 이므로 } |a| = -a, |b| = b$$

$$\sqrt{(a-b)^2} = |a-b| = b-a$$

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{b-a}{b-a} = 1$$

16. $-5 \leq x \leq 3$ 일 때, 함수 $y = 2\sqrt{4-x} - 7$ 의 최댓값을 m , 최솟값을 n 라 할 때, $m+n$ 의 값은?

① -8 ② -6 ③ -4 ④ -2 ⑤ 0

해설

$$y = 2\sqrt{4-x} - 7 = 2\sqrt{-(x-4)} - 7$$

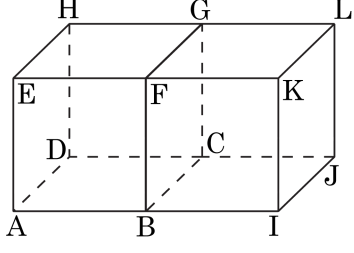
주어진 함수의 그래프는 $y = 2\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 -7만큼 평행이동한 것이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.

$$x = -5 \text{ 일 때, 최댓값 } m = 2\sqrt{4-(-5)} - 7 = -1$$

$$x = 3 \text{ 일 때, 최솟값 } n = 2\sqrt{4-3} - 7 = -5$$

$$\therefore m+n = -1 + (-5) = -6$$

17. 두 개의 정육면체가 서로 붙어 있는 아래 그림에서 A 에서부터 L 까지 모서리를 따라 최단 거리로 가는 방법 중 B 를 통과하지 않는 방법의 수를 구하면?



- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 12 ⑤ 16

해설

A

D

E

C

F

J—L

G—L

H—G—L

K—L

G—L

H—G—L

위의 수형도에서 구하는 방법의 수는 6가지이다.

18. 1, 2, 3, 4 를 일렬로 배열할 때, i 번째 오는 숫자를 a_i ($1 \leq i \leq 4$) 라고 하면 $(a_1 - 1)(a_2 - 2)(a_3 - 3)(a_4 - 4) \neq 0$ 인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▶ 정답 : 9가지

해설

가능한 답을 순서쌍 (a_1, a_2, a_3, a_4) 으로 나타내어 보면 다음과 같다.

$$(2, 1, 4, 3), (2, 3, 4, 1), (2, 4, 1, 3),$$
$$(3, 1, 4, 2), (3, 4, 1, 2), (3, 4, 2, 1),$$

$$(4, 1, 3, 2), (4, 2, 1, 3), (4, 2, 3, 1)$$
$$(4, 1, 2, 3), (4, 3, 1, 2), (4, 3, 2, 1)$$

∴ 9 가지

19. 초등학생 4명, 중학생 3명, 고등학생 2명을 일렬로 세울 때, 초등학생은 초등학생끼리, 중학생은 중학생끼리 이웃하여 서는 방법의 수는?

① 3400 ② 3456 ③ 3500 ④ 3546 ⑤ 3650

해설

초등학생, 중학생을 각각 하나로 보면 4 명이 이웃하는 방법과 같다.

$$\Rightarrow 4! = 24$$

여기에 초등학생, 중학생끼리 자리를 바꾸는 방법을 각각 곱해 준다.

$$\therefore 24 \times 4! \times 3! = 3456$$

20. 5 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4 에서 서로 다른 4 개의 숫자를 택하여 양 끝이 홀수인 네 자리의 정수는 몇 개인가?

- ① 12 ② 24 ③ 36 ④ 72 ⑤ 120

해설

1000 자리의 숫자는 홀수 1,3 중 하나를 택하므로
그 방법은 ${}_2P_1$ (가지)
또, 그 각각에 대하여 1 자리의 숫자는 1000 자리에 사용된 숫자
를 제외한 나머지 숫자를 택하므로 그 방법은 ${}_1P_1$ (가지)
또, 100 자리와 10 자리의 숫자는 나머지 3 개의 숫자에서 2 개를
택하여 나열하면 되므로 그 방법은 ${}_3P_2$ (가지)
따라서, 양 끝이 홀수인 네 자리의 정수는 곱의 법칙에 의하여
 ${}_2P_1 \times {}_3P_2 \times {}_1P_1 = 2 \times (3 \times 2) \times 1 = 12$ (개)

21. $x = \sqrt{2 + \sqrt{3}}, y = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$ 일 때, $\frac{y^3}{x} + \frac{x^3}{y}$ 의 값은?

① 7

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

$$xy = \sqrt{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} = 1$$

$$x^2 = 2 + \sqrt{3} \quad y^2 = 2 - \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{y^3}{x} + \frac{x^3}{y} = \frac{x^4 + y^4}{xy}$$

$$= \frac{(x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2}{1} = 14$$

22. ‘국회의사당’의 다섯 글자를 일렬로 나열할 때, 적어도 한쪽 끝에는 받침이 있는 글자가 오도록 하는 방법의 수는?

① 36

② 48

③ 60

④ 72

⑤ 84

해설

전체의 경우의 수에서 양쪽 끝 모두 받침이 없는 글자가 오는 경우의 수를 빼준다.

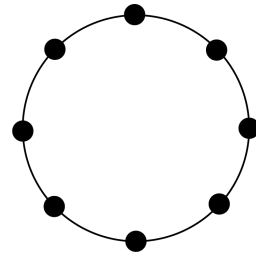
$$5! - ({}_3P_2 \times 3!) = 84$$

23. 6개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5를 모두 사용하여 여섯 자리의 정수를 만들 때, 100번째로 큰 수는?
- ① 510234 ② 504321 ③ 504312
④ 504231 ⑤ 504213

해설

10⁵ 자리의 숫자가 5로 시작하는 수부터 차례로 따져보면
54□□□□ : 4! = 24개
53□□□□ : 4! = 24개
52□□□□ : 4! = 24개
51□□□□ : 4! = 24개
여기까지의 수가 24 × 4 = 96(개)이므로
97번째 큰 수부터 차례로 나열하면
504321, 504312, 504231, 504213, ...
따라서 100번째로 큰 수는 504213이다.

24. 그림과 같이 원 위에 8개의 점이 같은 간격으로 놓여 있을 때, 이 중에서 네 점을 꼭짓점으로 하는 사각형의 개수는?

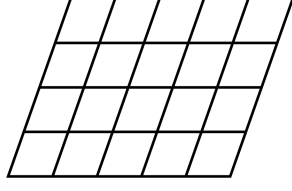


- ① 64 ② 70 ③ 72 ④ 80 ⑤ 96

해설

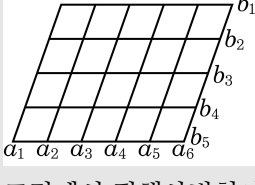
8개의 점 중 4 개를 선택하는 방법과 같다.
 ${}_8C_4 = 70$

25. 다음 그림과 같이 5 개의 평행선과 6 개의 평행선이 서로 만나고 있다. 이들 평행선으로 이루어진 평행사변형의 개수를 구하면?



- ① 150개 ② 120개 ③ 90개 ④ 60개 ⑤ 30개

해설



그림에서 평행사변형이 형성되려면
가 로 축 $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)$ 중 에서 2 개 와 세 로 축 $(b_1, b_2, b_3, b_4, b_5)$ 중 에서 2 개 를 연결하면 생기게 되므로
구하는 평행사변형의 개수는

$${}_6C_2 \times {}_5C_2 = \frac{6!}{2!4!} \times \frac{5!}{2!3!} = 15 \times 10 = 150$$