

1. 유리식 $\frac{a+b}{ac-bc} \div \frac{ab+b^2}{a^2-ab}$ 을 간단히 하면?

- ① $\frac{a}{b}$ ② $\frac{b}{ac}$ ③ $\frac{c}{ab}$ ④ $\frac{a}{bc}$ ⑤ $\frac{a}{c}$

해설

$$\frac{a+b}{ac-bc} \div \frac{ab+b^2}{a^2-ab} = \frac{a+b}{(a-b)c} \times \frac{a(a-b)}{b(a+b)} = \frac{a}{bc}$$

2. 분수식 $\frac{1}{1 - \frac{1}{x}}$ 을 간단히 하면?

① $-\frac{1}{x+1}$

② $\frac{x+1}{x}$

③ $\frac{x}{x-1}$

④ $\frac{x-1}{x}$

⑤ $\frac{x-1}{x+1}$

해설

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{x}} = \frac{1}{\frac{x-1}{x}} = \frac{x}{x-1}$$

3. 다음 무리함수 중 함수 $y = \sqrt{-x}$ 을 평행이동하여 얻을 수 없는 것을 고르면?

① $y = \sqrt{-x+2}$

② $y = \sqrt{-(x+1)} + 3$

③ $y = \sqrt{3-x}$

④ $y = \sqrt{x-1} - 1$

⑤ $y = \sqrt{-x} - 1$

해설

$y = \sqrt{-x}$ 에서 x 앞의 부호가 반대일 경우
평행이동하여 얻을 수 없다.

4. 6의 거듭제곱 중 양의 약수의 개수가 16인 수는?

① 36

② 124

③ 216

④ 365

⑤ 442

해설

$$6^n = (2 \times 3)^n = 2^n \cdot 3^n$$

$$\text{약수의 개수} : (n+1)(n+1) = 16$$

$$\therefore n = 3$$

$$\text{따라서 구하는 수는 } 6^3 = 216$$

5. 8 개의 축구팀이 서로 한 번씩 경기를 할 때, 열리는 총 경기의 수는?

① 16

② 24

③ 28

④ 36

⑤ 42

해설

8 개 팀 중 2 개팀을 고르는 방법 수와 같다.

$$\therefore {}_8C_2 = 28$$

6. $\frac{x-2}{2x^2-5x+3} + \frac{3x-1}{2x^2+x-6} + \frac{2x^2-5}{x^2+x-2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(준 식)

$$\begin{aligned}
 &= \frac{x-2}{(2x-3)(x-1)} + \frac{3x-1}{(2x-3)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{x^2+x-2} \\
 &= \frac{(x-2)(x+2) + (3x-1)(x-1)}{(2x-3)(x-1)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\
 &= \frac{4x^2-4x-3}{(2x-3)(x-1)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\
 &= \frac{(2x-3)(2x+1)}{(2x-3)(x+2)(x-1)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\
 &= \frac{2x+1}{(x+2)(x-1)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\
 &= \frac{2x^2+2x-4}{(x+2)(x-1)} = 2
 \end{aligned}$$

7. $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{98}{99}$

② $\frac{100}{99}$

③ $\frac{99}{100}$

④ $\frac{101}{100}$

⑤ $\frac{100}{101}$

해설

이항분리 이용

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100} \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \\ &= 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100} \end{aligned}$$

8. 다음 보기 중 곡선 $y = \frac{1}{x}$ 을 평행이동하여 겹칠 수 있는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = \frac{x}{x+1}$

㉡ $y = \frac{2-x}{x-1}$

㉢ $y = \frac{2x-3}{x-2}$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설

$y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 평행이동하여

겹칠 수 있는 것은 $y = \frac{1}{x-p} + q$ 의 꼴이다.

$$\text{㉠ } y = \frac{x}{x+1} = \frac{x+1-1}{x+1} = \frac{-1}{x+1} + 1$$

$$\text{㉡ } y = \frac{2-x}{x-1} = \frac{-(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} - 1$$

$$\text{㉢ } y = \frac{2x-3}{x-2} = \frac{2(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} + 2$$

따라서, 곡선 $y = \frac{1}{x}$ 을 평행이동하여

겹칠 수 있는 것은 ㉡, ㉢ 이다.

9. $y = \frac{3-ax}{1-x}$ 의 그래프의 점근선이 $x = 1$, $y = -2$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$y = \frac{3-ax}{1-x} = \frac{ax-3}{x-1} = \frac{a-3}{x-1} + a$$

이 분수함수의 점근선은 $x = 1$, $y = a$

$$\therefore a = -2$$

10. 분수함수 $y = \frac{2x-3}{x+2}$ 의 역함수를 구하면?

① $y = \frac{2x+3}{x-2}$

② $y = \frac{2x-3}{x-2}$

③ $y = \frac{-2x+3}{x-2}$

④ $y = \frac{-2x-3}{x-2}$

⑤ $y = \frac{2x-3}{x+2}$

해설

$y = \frac{2x-3}{x+2}$ 에서 x 를 y 에 대한 식으로 나타내면

$$y(x+2) = 2x-3, (y-2)x = -2y-3,$$

$$x = \frac{-2y-3}{y-2}$$

x 와 y 를 바꾸면, $y = \frac{-2x-3}{x-2}$

따라서 구하는 역함수는 $y = \frac{-2x-3}{x-2}$

11. $(a+b)(p+q+r)(x+y)$ 를 전개하였을 때, 모든 항의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

a, b 중 한 개를 택하는 방법 : 2 가지

p, q, r 중 한 개를 택하는 방법 : 3 가지

x, y 중 한 개를 택하는 방법 : 2 가지

전개했을 때 모든 항의 개수는

$$2 \times 3 \times 2 = 12 \text{ (개)}$$

12. 1, 2, 3 으로 만들 수 있는 세 자리의 자연수는 27개가 있다. 이 중에서 다음 규칙을 만족시키는 세 자리의 자연수의 개수를 구하여라.

(가) 1 바로 다음에는 3 이다.

(나) 2 바로 다음에는 1 또는 3 이다.

(다) 3 바로 다음에는 1, 2 또는 3 이다.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 13가지

해설

조건에 맞는 세 자리수는 131, 132, 133, 213, 231, 232, 233, 313, 321, 323, 331, 332, 333 이므로 13 가지이다.

13. 남학생 4 명, 여학생 3 명이 한 줄로 서서 등산을 할 때, 특정인 2 명이 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

① $7!$

② $7! \times 2!$

③ $6! \times 2!$

④ $6!$

⑤ $5! \times 2!$

해설

특정인 2 명을 한 묶음으로 생각하여 6 명을 일렬로 세우는 방법의 수가 $6!$,

묶음 안에서 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 $2!$ 이므로, 구하는 경우의 수는 $6! \times 2!$ (가지)

14. 0, 1, 2로 중복을 허락하여 만들 수 있는 다섯 자리의 정수의 개수는?

① 86가지

② 98가지

③ 132가지

④ 162가지

⑤ 216가지

해설

첫 자리에 올 수 있는 숫자는 2가지이고 나머지는 모두 3가지이다.

$$\therefore 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 162 \text{ 가지}$$

15. 0이 아닌 실수 x, y, z 에 대하여 등식 $2x - 6y + 4z = 0$, $3x + y - 2z = 0$ 이 성립한다. 이때, $\frac{x^2 + y^2}{xy + y^2}$ 의 값은?

① $\frac{2}{7}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{3}{4}$

④ $\frac{5}{6}$

⑤ $\frac{12}{13}$

해설

두 식을 연립하여 풀면 $2x = y$ 가 나온다.

$$\frac{x^2 + y^2}{xy + y^2} = \frac{x^2 + 4x^2}{2x^2 + 4x^2} = \frac{5x^2}{6x^2} = \frac{5}{6}$$

16. $x = \frac{2a}{a^2 + 1}$ 이고 $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$ 을 간단히 하면 ?

① $\frac{-2a}{\sqrt{a^2 + 1}}$

② $\frac{-2}{\sqrt{a^2 + 1}}$

③ $\frac{2a}{\sqrt{a^2 + 1}}$

④ $\frac{2}{\sqrt{a^2 + 1}}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a^2 + 1}}$

해설

$$x = \frac{2a}{a^2 + 1} (0 < a < 1) \text{ 이므로}$$

$$1 + x = \frac{(a + 1)^2}{a^2 + 1}$$

$$1 - x = \frac{(a - 1)^2}{a^2 + 1}$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{|a + 1|}{\sqrt{a^2 + 1}} + \frac{|a - 1|}{\sqrt{a^2 + 1}} \\ &= \frac{a + 1}{\sqrt{a^2 + 1}} + \frac{1 - a}{\sqrt{a^2 + 1}} (\because 0 < a < 1) \\ &= \frac{2}{\sqrt{a^2 + 1}} \end{aligned}$$

17. 다음은 서로 다른 n 개에서 서로 다른 r 개를 꺼내어 일렬로 배열하는 방법의 수를 구하는 과정이다.

(i) n 개에서 특정한 1 개를 뺀 나머지에서 r 개를 꺼내어 배열한다.

(ii) n 개에서 특정한 1 개를 포함하여 r 개를 꺼내어 배열한다.

(i), (ii)는 배반이므로,

$$\therefore {}_nP_r = \boxed{(\text{가})} + \boxed{(\text{나})}$$

위의 과정에서 $\boxed{(\text{가})}$, $\boxed{(\text{나})}$ 에 들어갈 알맞은 식은?

① (가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

② (가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_nP_{r-1}$

③ (가): ${}_nP_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

④ (가): ${}_{n-1}P_r \times r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

⑤ (가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1} \times r$

해설

(i) 에서 ${}_{n-1}P_r \leftarrow (\text{가})$

(ii) 에서 특정한 1 개를 포함시켜 r 개를 꺼내려면

$n-1$ 개에서 $r-1$ 개를 꺼내어 배열한 다음

$({}_{n-1}P_{r-1})$, 특정한 1 개를 다시 이것들과 배열시키는 것을 생각한다.

따라서 ${}_{n-1}P_{r-1} \times r \leftarrow (\text{나})$

18. 남학생 4 명, 여학생 6 명 중에서 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑을 때, 반장, 부반장이 모두 남자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 12가지

해설

$${}_4P_2 = 12$$

19. A, B, C, D 4 명을 일렬로 세울 때, A 가 가장 뒤에 서는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 6가지

해설

세명을 일렬로 세우는 경우와 같다.

$$3! = 6$$

20. 남학생 4명과 여학생 6명 중에서 4명을 뽑을 때, 남학생과 여학생이 적어도 1명씩 포함되는 경우는 몇 가지인가?

① 105

② 194

③ 195

④ 209

⑤ 210

해설

전체 경우의 수에서 남학생만 뽑는 경우와 여학생만 뽑게 되는 경우의 수를 뺀다.

$${}_{10}C_4 - {}_4C_4 - {}_6C_4 = 194$$

21. $\sqrt{11-6\sqrt{2}}$ 의 소수 부분 x 에 대하여 $y = x + \frac{1}{x}$ 일 때, $\sqrt{x(y-2)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2} - 1$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{11-6\sqrt{2}} &= \sqrt{11-2\sqrt{18}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{9}-\sqrt{2})^2} \\ &= 3-\sqrt{2} \\ &= 1 \cdots \Rightarrow \text{소수부분 } x : 2-\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$y = x + \frac{1}{x} = 2 - \sqrt{2} + \frac{1}{2 - \sqrt{2}}$$

$$= 2 - \sqrt{2} + \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$$

$$= 3 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$y - 2 = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{x(y-2)} &= \sqrt{(2-\sqrt{2})\left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)} \\ &= \sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} \\ &= \sqrt{2} - 1\end{aligned}$$

22. 자연수 x, y, z 에 대하여 $\sqrt{17+x\sqrt{2}} = y+z\sqrt{2}$ 가 성립할 때, $x+y+z$ 의 값을 구하면?

① 17

② 18

③ 19

④ 20

⑤ 21

해설

$\sqrt{17+x\sqrt{2}} = y+z\sqrt{2}$ 의 양변을 제곱하면

$$17+x\sqrt{2} = y^2 + 2z^2 + 2yz\sqrt{2}$$

$$\therefore y^2 + 2z^2 = 17 \cdots \textcircled{㉠}, x = 2yz \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠에서 $z = 1$ 이면 $y = \sqrt{15}$ 이므로 자연수가 아니다.

$$z = 2 \text{이면 } y^2 = 9 \quad \therefore y = 3$$

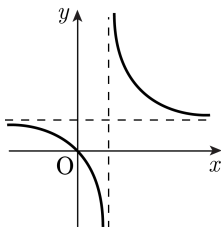
$$z = 3 \text{이면 } y^2 = -1 < 0 \text{ 이므로 모순}$$

$$\therefore x = 12, y = 3, z = 2$$

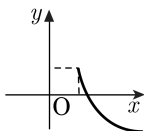
$$\therefore x + y + z = 17$$

23.

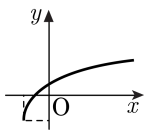
다음 그림은 분수함수 $y = \frac{b}{x+a} + c$ 의 그래프의 개형이다. 다음 중 무리함수 $y = a - \sqrt{bx+c}$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은?



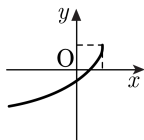
①



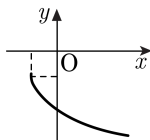
②



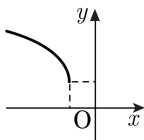
③



④



⑤



해설

점근선이 $x =$ 양수, $y =$ 양수 이므로

$$y = \frac{b}{x+a} + c \text{ 에서 } a < 0, c > 0$$

그리고 원점을 지나므로

$$\frac{b}{a} + c = 0, b = -ac > 0$$

$$\therefore y = -\sqrt{bx+c} + a$$

$$\text{꼭짓점 } \left(-\frac{c}{b}, a\right), \left(-\frac{c}{b} < 0, a < 0\right)$$

루트 앞의 부호가 음수이므로 그래프의 개형은 ④이다.

24. 운전석을 포함한 4인용 승용차 3대에 10명이 나누어 타려고 한다. 운전 면허가 있는 사람이 3명이고 이들은 각각 지정된 승용차를 운전한다고 할 때, 10명이 차에 나누어 타는 방법의 수는?

① 850

② 880

③ 920

④ 1000

⑤ 1050

해설

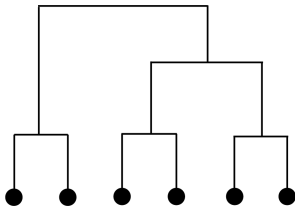
운전 면허증이 있는 사람은 각각 자신의 자동차로 가니까 나머지 7명을 세 자동차에 분배해주면 된다.

분배명수는 4인용 승용차이므로 (3, 3, 1) 과 (2, 2, 3) 의 형태 두가지 밖에 없다.

따라서 분배방법의 수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & {}_7C_3 \times {}_4C_3 \times {}_1C_1 \times \frac{1}{2!} \times 3! \\ & + {}_7C_2 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} \times 3! \\ & = 1050 \end{aligned}$$

25. 6 개의 학급이 참가한 줄다리기 대회의 대진표가 그림과 같을 때, 대진표를 작성하는 방법의 수는?



① 30

② 45

③ 55

④ 60

⑤ 65

해설

먼저 6 개팀 중 4 개의 팀을 고른다. $\Rightarrow {}_6 C_2 = 15$
선택한 4 개의 팀을 각각 두개의 조로 나눈다.

$$\Rightarrow {}_4 C_2 \times {}_2 C_2 \times \frac{1}{2!} = 3$$

$$\therefore 15 \times 3 = 45$$