

1. 이차함수 $y = -2x^2 - 4x - 6$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$\begin{aligned}y &= -2x^2 - 4x - 6 \\ &= -2(x + 1)^2 - 4\end{aligned}$$

$x = -1$ 일 때, 최댓값 -4 를 갖는다.

2. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖는 것은?

① $y = -3x^2$

② $y = -x^2 + 2x + 1$

③ $y = -2(x - 1)^2$

④ $y = (x + 1)^2 + 3$

⑤ $y = 3 - x^2$

해설

이차함수에서 이차항의 계수가 양수이면 꼭짓점이 최솟값을 가지고, 음수이면 꼭짓점이 최댓값을 갖는다.

3. 이차함수 $y = -x^2 + 10x - 13$ 의 최댓값을 m , 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$ 의 최솟값을 n 이라고 할 때, mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = -x^2 + 10x - 13 = -(x - 5)^2 + 12$$

최댓값 $m = 12$

$$y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1 = \frac{1}{2}(x + 1)^2 + \frac{1}{2}$$

최솟값 $n = \frac{1}{2}$

$$\therefore mn = 12 \times \frac{1}{2} = 6$$

4. 이차함수 $y = 2x^2 - 6x + 5$ ($2 \leq x \leq 5$)의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

① 1

② 4

③ 9

④ 16

⑤ 25

해설

$$y = 2x^2 - 6x + 5 = 2\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right) + 5$$

$$= 2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 이고

아래로 볼록한 포물선이다.

꼭짓점이 주어진 구간 안에 포함되지 않으므로 최댓값, 최솟값은 주어진 구간의 양끝값이 된다.

$$x = 2 \text{ 일 때 } y = 2\left(2 - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} = 1$$

$$x = 5 \text{ 일 때 } y = 2\left(5 - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} = 25$$

따라서 최댓값 $a = 25$ 이고, 최솟값 $b = 1$ 이므로 $ab = 25$

5. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 7$ ($-3 \leq x \leq 1$)의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 4

② 7

③ 8

④ 11

⑤ 12

해설

$y = -x^2 - 2x + 7 = -(x + 1)^2 + 8$ 이므로
꼭짓점의 좌표는 $(-1, 8)$ 이고, 위로 볼록한 포물선이다.

주어진 구간의 양 끝값을 구하면,

$$x = -3 \text{ 일 때 } y = -(-3 + 1)^2 + 8 = 4$$

$$x = 1 \text{ 일 때 } y = -(1 + 1)^2 + 8 = 4 \text{ 이다.}$$

따라서 최댓값 $a = 8$ 이고, 최솟값 $b = 4$ 이므로 $a + b = 12$

6. 이차함수 $y = -(x-1)(x+3)$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}y &= -(x-1)(x+3) \\ &= -x^2 - 2x + 3 \\ &= -(x+1)^2 + 4\end{aligned}$$

$x = -1$ 일 때, 최댓값 4 를 가진다.

7. $y = -3(x - 2)(x - 4)$ 의 그래프에서 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$\begin{aligned}y &= -3(x - 2)(x - 4) \\ &= -3(x^2 - 6x + 8) \\ &= -3x^2 + 18x - 24 \\ &= -3(x - 3)^2 + 3\end{aligned}$$

$x = 3$ 일 때, 최댓값은 3 이다.

8. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 $x = -1$ 에서 최댓값 7 을 갖고, $f(2) = -2$ 를 만족할 때, 상수 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 3

② 7

③ 11

④ -3

⑤ -5

해설

$$f(x) = a(x + 1)^2 + 7, f(2) = -2$$

$$\Rightarrow 3^2 \times a + 7 = -2, a = -1$$

$$\therefore f(x) = -(x + 1)^2 + 7 = -x^2 - 2x + 6$$

$$\text{따라서 } a + b + c = 3$$

9. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -1$ 일 때, 최솟값 4를 갖는 이차함수의 식은?

① $y = 2(x - 1)^2$

② $y = 2(x - 1)^2 + 4$

③ $y = 2(x + 1)^2 + 4$

④ $y = -2(x + 1)^2 + 4$

⑤ $y = -2(x - 1)^2 + 4$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 꼭짓점이 $(-1, 4)$ 이므로
 $y = 2(x + 1)^2 + 4$

10. $x = -1$ 일 때, 최댓값 3 을 갖고 한 점 $(1, -1)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -2(x + 1)^2 - 4$

② $y = (x - 2)^2 - 3$

③ $y = -2(x - 1)^2 + 3$

④ $y = -(x + 1)^2 + 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

해설

꼭짓점이 $(-1, 3)$ 이므로 $y = a(x + 1)^2 + 3$

$(1, -1)$ 을 대입하면 $-1 = 4a + 3$

$$a = -1$$

$$\therefore y = -(x + 1)^2 + 3$$

11. $-2 \leq x \leq 2$ 에서 함수 $y = -x^2 + 4x + k$ 의 최댓값이 6 일 때, 최솟값은?

① -14

② -12

③ -10

④ -8

⑤ -6

해설

$y = -x^2 + 4x + k = -(x-2)^2 + k + 4$ 이므로

$x = 2$ 일 때 y 의 최댓값은 $k + 4$ 이다.

따라서 $k + 4 = 6$ 에서 $k = 2$

$-2 \leq x \leq 2$ 에서 $y = -(x-2)^2 + 6$ 은 $x = -2$ 일 때 최솟값을 가지며, 최솟값은 -10 이다.

12. 이차함수 $y = x^2 + 4x + k$ 의 최솟값이 -4 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 + 4x + k \\ &= (x + 2)^2 - 4 + k\end{aligned}$$

$x = -2$ 일 때, 최솟값 $-4 + k$ 를 가지므로

$$-4 + k = -4 \quad \therefore k = 0$$

13. 이차함수 $y = x^2 + bx + c$ 는 $x = -1$ 일 때, 최솟값 2 를 갖는다고 한다.
 $b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$x = -1$ 일 때, 최솟값 2 를 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 2)$

$$\begin{aligned}y &= x^2 + bx + c \\ &= (x + 1)^2 + 2 \\ &= x^2 + 2x + 3\end{aligned}$$

$$\therefore b = 2, c = 3$$

$$\therefore b + c = 2 + 3 = 5$$

14. x 의 범위가 $-3 \leq x \leq 2$ 일 때, 이차함수 $y = x^2 - 2x - 1$ 의 최댓값은 M , 최솟값은 m 이다. $M + m$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$y = x^2 - 2x - 1 = (x - 1)^2 - 2$$

$$\Rightarrow m : x = 1 \text{ 일 때} : -2,$$

$$M : x = -3 \text{ 일 때} : 14$$

$$\therefore m + M = 12$$

15. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + 2a - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$y = x^2 - 2ax + 2a - 1 = (x - a)^2 - a^2 + 2a - 1$$

이므로 $x = a$ 일 때 최솟값 $-a^2 + 2a - 1$ 을 가진다.

$$\therefore m = -a^2 + 2a - 1 = -(a - 1)^2$$

따라서 m 은 $a = 1$ 일 때, 최댓값 0을 가진다.

16. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -2$ 일 때 최댓값 3 을 갖는다. 이 때 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{5}{2}$

② $-\frac{3}{2}$

③ $-\frac{1}{2}$

④ $\frac{3}{2}$

⑤ $\frac{5}{2}$

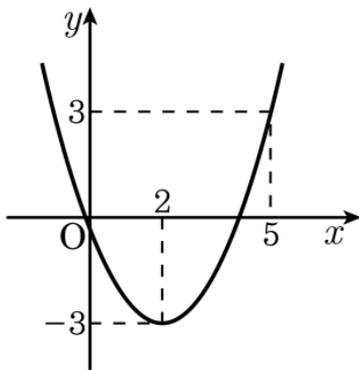
해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3 \\ &= -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1\end{aligned}$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = -2, c = 1$$

$$\therefore a + b + c = \left(-\frac{1}{2}\right) + (-2) + 1 = -\frac{3}{2}$$

17. 다음 그림은 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프이다. apq 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

꼭짓점 좌표가 $(2, -3)$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 - 3$
 $y = a(x - 2)^2 - 3$ 의 그래프가 점 $(5, 3)$ 을 지나므로

$$3 = 9a - 3 \quad \therefore a = \frac{2}{3}$$

$$y = \frac{2}{3}(x - 2)^2 - 3$$

$$\therefore a = \frac{2}{3}, p = 2, q = -3$$

$$\therefore apq = \frac{2}{3} \times 2 \times (-3) = -4$$

18. $y = x^2 + 4ax + 4a^2 + a$ 는 최솟값이 3인 이차함수식이다. y 절편을 b 라고 할 때, $\frac{b}{a}$ 값을 구하면?

① 1

② 5

③ 9

④ 13

⑤ 17

해설

$$y = x^2 + 4ax + 4a^2 + a = (x + 2a)^2 + a$$

최솟값이 3이므로 $a = 3$ 이다.

이차함수 $y = x^2 + 4ax + 4a^2 + a$ 의 y 절편 $4a^2 + a = b$ 이므로
 $36 + 3 = b$ 에서 $b = 39$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{39}{3} = 13$$