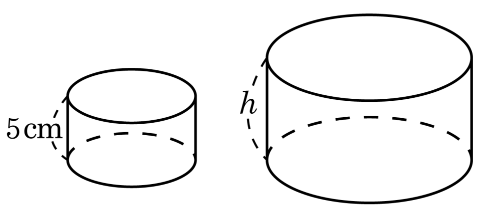
1. 다음 중에서 서로 닮은 도형의 특징이라고 할 수 없는 것은?

① 크기는 달라도 모양은 같다.
② 대응변의 길이가 각각 같다.
③ 대응하는 각의 크기가 각각 같다
④ 대응하는 변의 길이의 비가 같다.
⑤ 닮음인 두 도형 중 한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소했을 때, 이 두 도형은 합동이다.

해설

닮은 도형은 대응하는 변의 길이의 비가 같다.

2. 다음 그림에서 두 원기둥이 서로 닮은 도형이고, 각각의 밑면의 둘레가 10πcm, 16πcm 일 때, 큰 원기둥의 높이와 작은 원기둥의 높이의 차는?

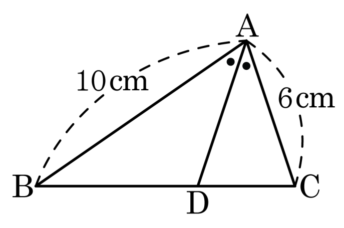


① $\frac{3}{2}$cm ② 2cm ③ $\frac{5}{2}$cm
④ 3cm ⑤ $\frac{10}{3}$cm

해설

밑면의 둘레가 각각 10π, 16π 이므로 밑면의 반지름의 길이는 각각 5cm, 8cm 이다. 두 원기둥이 서로 닮은 도형이므로 밑면의 반지름의 길이의 비는 높이의 비와 같으므로 $5 : 8 = 5 : h$
$h = 8$, 따라서 큰 원기둥의 높이와 작은 원기둥의 높이의 차는 $8 - 5 = 3$(cm) 이다.

3. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 삼각형 ABD 의 넓이가 25cm^2 일 때, 삼각형 ADC 의 넓이는?



① $8\,\text{cm}^2$ ② $9\,\text{cm}^2$ ③ $10\,\text{cm}^2$

④ $12\,\text{cm}^2$ ⑤ $15\,\text{cm}^2$

해설

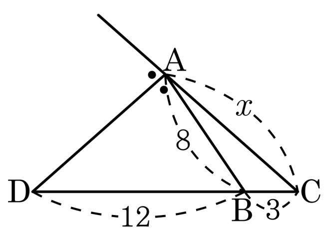
$\overline{BD} : \overline{DC} = 10 : 6 = 5 : 3$

$\triangle ABD : \triangle ADC = 5 : 3$

$25 : \triangle ADC = 5 : 3$

$\therefore\ \triangle ADC = 15\,\text{cm}^2$

4. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AD}}$ 가 $\angle\mathrm{A}$ 의 외각의 이등분선일 때, x 의 값은?

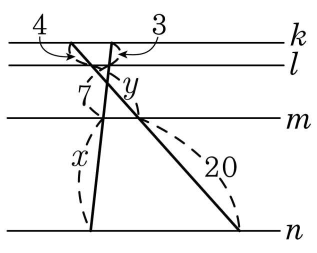


① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$x : 8 = (12 + 3) : 12$ 이므로
$x = 10$

5. 다음 그림과 같이 4 개의 평행선이 두 직선과 만날 때, $2x - 3y$ 을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

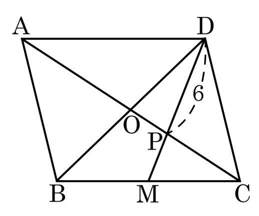
해설

$4 : y = 3 : 7$, $y = \frac{28}{3}$

$7 : x = \frac{28}{3} : 20$, $x = 15$

$\therefore\ 2x - 3y = 2$

6. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{DP} = 6$ 일 때, $\overline{DM}$ 의 길이를 구하면?



① 3　　② 6　　③ 9

④ 12　　⑤ 15

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{AO} = \overline{CO}, \overline{BO} = \overline{DO}$

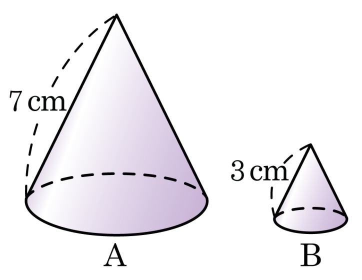
$\triangle DBC$ 에서 $\overline{CO}, \overline{DM}$ 은 중선이므로 점 P 는 무게중심이다.

$\therefore \overline{DP} : \overline{PM} = 2 : 1$,

$\overline{DP} : \overline{PM} = 6 : 3 = 2 : 1$,

그러므로 $\overline{DM} = 9$

7. 다음 두 입체도형은 서로 닮은 도형이다. A 의 겉넓이가 $147\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, B 의 겉넓이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: 27 cm^2

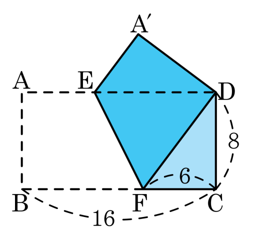
해설

B 의 겉넓이를 $x\,\mathrm{cm}^2$ 라고 할 때,

$147 : x = 7^2 : 3^2$

$\therefore\ x = \dfrac{147 \times 3^2}{7^2} = 27(\mathrm{cm}^2)$

8. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. $\overline{DF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

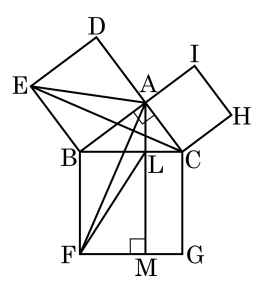
▷ 정답: 10

해설

$\overline{BF} = \overline{FD}$

$\therefore \overline{BF} = 16 - 6 = 10 = \overline{DF}$

9. 다음 그림은 $\angle A$ 가 직각인 $\triangle ABC$ 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 나타낸 것이다. 다음 중 $\square ABED$ 와 넓이가 같은 것을 고르면?



① $\triangle ABC$ ② $\square ACHI$

③ $\square LMGC$ ④ $\square BFML$

⑤ $\triangle AEC$

해설

$\triangle CBE = \triangle ABE$ (평행선을 이용한 삼각형의 넓이)

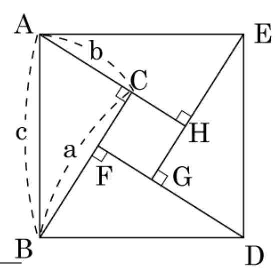
$\triangle CBE = \triangle ABF$ (SAS 합동)

$\triangle ABF = \triangle BFL$ (평행선을 이용한 삼각형의 넓이)

에 의해서, $\triangle ABE = \triangle BFL$ 이다.

$\therefore\ \square ABED = \square BFML$

10. 다음은 피타고라스 정리를 설명하는 과정이다. 밑줄에 들어갈 것으로 알맞은 것은?



직각삼각형 ABC 와 합동인 삼각형 4개를 맞추어 정사각형 ABDE 를 만든다.

____

따라서 □ABDE의 넓이에서

□ABDE $= 4\triangle$ABC $+$ □CFGH

$c^2 = 4\times\frac{1}{2}ab+(a-b)^2 \quad \therefore\ c^2 = a^2+b^2$

① □ABDE는 한 변의 길이가 $a-b$인 정사각형이 된다.

② □ABDE는 한 변의 길이가 $b-a$인 정사각형이 된다.

③ □CFGH는 한 변의 길이가 $b-a$인 정사각형이 된다.

④ □CFGH는 한 변의 길이가 $a-b$인 마름모가 된다.

⑤ □CFGH는 한 변의 길이가 $a-b$인 정사각형이 된다.

해설

직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형 4개를 맞추어 정사각형 ABDE를 만든다.
<u>□CFGH는 한 변의 길이가 $a-b$인 정사각형이 된다.</u>
따라서 □ABDE의 넓이에서
□ABDE $= 4\triangle$ABC $+$ □CFGH
$c^2 = 4\times\frac{1}{2}ab+(a-b)^2 \quad \therefore\ c^2 = a^2+b^2$

11. x 가 5 보다 큰 자연수이고, 삼각형의 세 변의 길이가 6 , $x+2$, $x+4$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되도록 하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$(x+4)^2 = (x+2)^2 + 6^2$

$x^2 + 8x + 16 = x^2 + 4x + 4 + 36$

$4x = 24$

$\therefore x = 6$

12. $\triangle$ABC 에서 $\overline{\mathrm{BC}} = a$, $\overline{\mathrm{CA}} = b$, $\overline{\mathrm{AB}} = c$ 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\angle\mathrm{A} > 90°$ 이다.

② $a - b < c < a + b$

③ $c^2 > a^2 + b^2$ 이면 둔각삼각형이다.

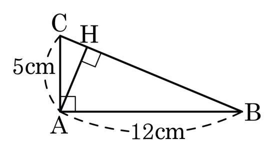
④ $b^2 < a^2 + c^2$ 이면 예각삼각형이다.

⑤ $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형이다.

해설

④ $\angle\mathrm{B}$ 는 예각이라 할 수 있지만 예각삼각형은 세 각이 모두 예각이어야 한다. 즉 b가 가장 긴 변이라는 조건이 있어야한다.

13. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발이 H 라 할 때, $\overline{BH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: $\frac{144}{13}$ cm

해설

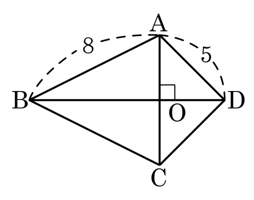
$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{BC} = 13\,\text{cm}$

$\overline{BH} = x$ 라 하자.

닮은 삼각형의 성질을 이용하면

$12^2 = 13x$ 이므로 $x = \frac{144}{13}(\text{cm})$ 이다.

14. 다음 삼각형에서 $\overline{BC}^2 - \overline{CD}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

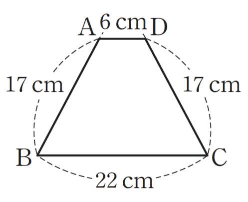
▷ 정답 : 39

해설

$8^2 + \overline{CD}^2 = 5^2 + \overline{BC}^2$
$\overline{BC}^2 - \overline{CD}^2 = 8^2 - 5^2 = 39$

15.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD 의 높이를 구하시오.

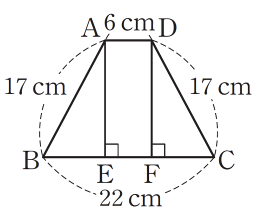


▶ 답 :

▷ 정답 : 15cm

해설

두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하면



$\overline{EF} = \overline{AD} = 6\text{ cm}$

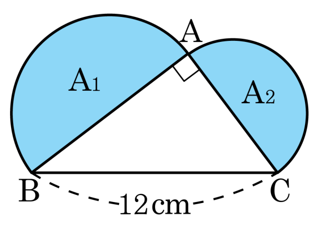
$\overline{BE} = \overline{FC}$

$= \frac{1}{2} \times (22 - 6) = 8\,(\text{cm})$

$\triangle ABE$에서 $\overline{AE}^2 = 17^2 - 8^2 = 225$

$\therefore\ \overline{AE} = 15\,(\text{cm})$

16. 직각삼각형 ABC 에 대해 그림과 같이 반원을 그리고, 각각의 넓이를 A_1, A_2 라고 했을 때, $A_1 - A_2 = 2\pi\,\text{cm}^2$ 이다. A_1, A_2 를 각각 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▶ 답 : ______ cm^2

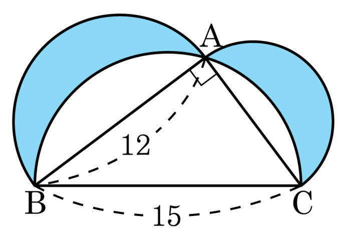
▷ 정답 : $A_1 = 10\pi$ cm^2

▷ 정답 : $A_2 = 8\pi$ cm^2

해설

$\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이는 $\frac{1}{2} \cdot 6^2 \cdot \pi = 18\pi\,\text{cm}^2$ 이고, 피타고라스 정리에 의해 $A_1 + A_2 = 18\pi\,\text{cm}^2$ 이 성립하고, $A_1 - A_2 = 2\pi\,\text{cm}^2$ 이므로
따라서 연립방정식을 풀면 $A_1 = 10\pi\,\text{cm}^2$, $A_2 = 8\pi\,\text{cm}^2$ 이다.

17. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?



① 27　　② 54　　③ 81　　④ 100　　⑤ 108

해설

색칠한 부분의 넓이는 큰 반원 안 직각삼각형의 넓이와 같다.

직각삼각형의 나머지 한 변이 9 이므로 그 넓이는 $\frac{1}{2}\times12\times9=54$

따라서 넓이는 54 이다.

18. 다음 중 항상 닮은 도형은 몇 개인지 구하여라.

㉠ 두 원	㉡ 두 원기둥
㉢ 두 직육면체	㉣ 두 정오각형
㉤ 두 직각이등변삼각형	㉥ 두 원뿔
㉦ 두 마름모	

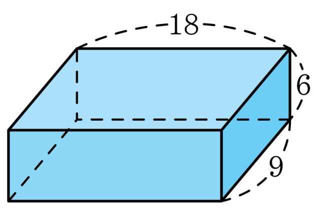
▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 3 개

해설

항상 닮은 도형은 두 원, 두 정오각형, 직각이등변삼각형 의 3 개이다.

19. 다음 그림과 같은 직육면체와 닮음이고 한 모서리의 길이가 3 인 직육면체를 만들려고 한다. 이 때, 새로 만드는 직육면체의 모서리가 될 수 있는 것은?



① 4 ② 5 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

작은 변부터 세 변의 비가 $2:3:6$ 이므로 한 변의 길이가 3 인 닮음 직육면체는

1) $2:3:6 = x:y:3 \Rightarrow 1:\frac{3}{2}:3$

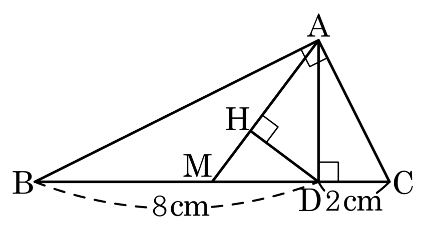
2) $2:3:6 = x:3:y \Rightarrow 2:3:6$

3) $2:3:6 = 3:x:y \Rightarrow 3:\frac{9}{2}:9$

세 가지 경우이다.

따라서 모서리가 될 수 있는 것은 $\frac{9}{2}$ 이다.

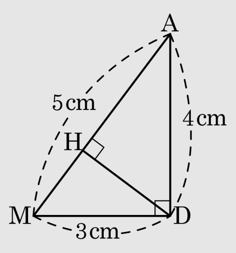
20. 다음 그림의 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{DH} \perp \overline{AM}$ 이다. $\overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{CD} = 2\text{cm}$ 일 때, $\overline{DH}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{12}{5}\text{cm}$　② 8cm　③ $\frac{17}{5}\text{cm}$
④ 9cm　⑤ $\frac{19}{5}\text{cm}$

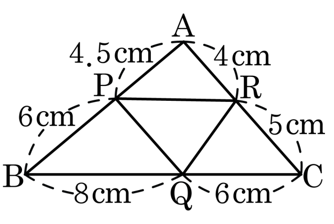
해설

ⅰ) $\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{DC} = 8 \times 2 = 16$
$\therefore \overline{AD} = 4(\text{cm})\ (\because \overline{AD} > 0)$



점 M은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
$\overline{BM} = \overline{CM} = \overline{AM} = 5\text{cm}$
$\overline{MD} = 5 - 2 = 3$
ⅱ) $\overline{MD} \times \overline{AD} = \overline{AM} \times \overline{DH}$ 이므로
$3 \times 4 = 5 \times \overline{DH}$
$\therefore \overline{DH} = \frac{12}{5}\text{cm}$

21. 다음 그림을 보고 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?



보기

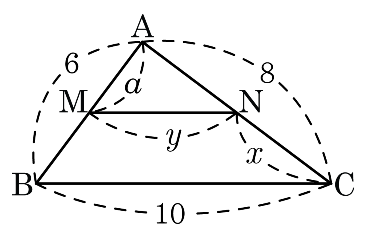
㉠ $\triangle APR \backsim \triangle ACB$
㉡ $\overline{PR} \,//\, \overline{BC}$
㉢ $\overline{PQ} \,//\, \overline{AC}$
㉣ $\triangle CRQ \backsim \triangle CAB$
㉤ $\triangle BQP \backsim \triangle BCA$

① ㉠, ㉤ ② ㉡, ㉣, ㉤ ③ ㉢, ㉤
④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉢ $\overline{BP} : \overline{PA} = \overline{BQ} : \overline{QC}$ 라면, $\overline{PQ} // \overline{AC}$ 이다.
$6 : 4.5 = 8 : 6$ 이므로 $\overline{PQ} // \overline{AC}$ 이다.
㉤ $\overline{BP} : \overline{BA} = \overline{BQ} : \overline{BC} = 4 : 7$, $\angle B$ 는 공통이므로 $\triangle BQP \backsim \triangle BCA$ (SAS 닮음) 이다.

22. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이 각각 M, N이고, $a=3$ 이라고 할 때, 식의 값이 나머지와 <u>다른</u> 것은?



① $y-a$ ② $\dfrac{8-x}{2}$ ③ $2(x-a)$
④ $\dfrac{8-a}{3}$ ⑤ $\dfrac{2}{3}(8-y)$

해설

$\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이 M, N 이므로
$y=\dfrac{1}{2}\times 10=5,\ x=\dfrac{1}{2}\times 8=4$ 이다.
① $y-a=5-3=2$
② $\dfrac{8-x}{2}=\dfrac{8-4}{2}=2$
③ $2(x-a)=2(4-3)=2$
④ $\dfrac{8-a}{3}=\dfrac{8-3}{3}=\dfrac{5}{3}$
⑤ $\dfrac{2}{3}(8-y)=\dfrac{2}{3}(8-5)=2$

23. 세 변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 삼각형의 종류가 바르게 연결되지 <u>않은</u> 것은?

① 2cm, 3cm, 4cm− 둔각삼각형

② 6cm, 8cm, 10cm− 직각삼각형

③ 6cm, 7cm, 9cm− 예각삼각형

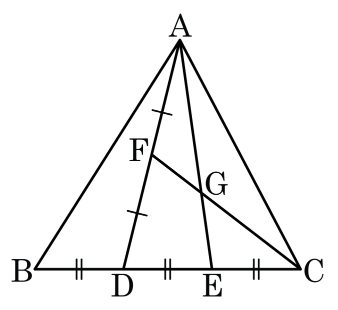
④ 5cm, 12cm, 13cm− 직각삼각형

⑤ 4cm, 5cm, 6cm− 둔각삼각형

해설

가장 긴 변의 길이를 a , 다른 두 변의 길이를 b, c 라 할 때
$a^2 < b^2 + c^2$ 이면 예각삼각형
$a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형
$a^2 > b^2 + c^2$ 이면 둔각삼각형
⑤ $6^2 < 4^2 + 5^2$ 이므로 예각삼각형

24. 다음 그림에서 점 D, E 는 $\overline{BC}$ 의 삼등분 점이고, 점 F 는 $\overline{AD}$ 의 중점이다. $\triangle AFG = 5\,cm^2$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 구하여라.



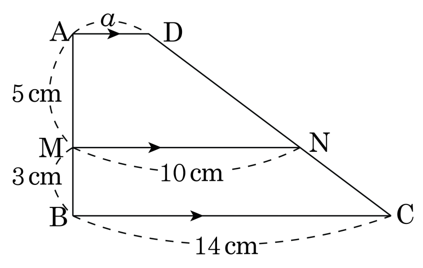
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $15\,\underline{cm^2}$

해설

점 G 는 $\triangle ADC$ 의 무게중심이다.
$\triangle ADE = 3\triangle AFG = 3 \times 5 = 15\,(cm^2)$
$\triangle ABD = \triangle ADE = \triangle AEC = 15\,(cm^2)$

25. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} // \overline{MN} // \overline{BC}$ 일 때, a 의 길이를 구하여라.

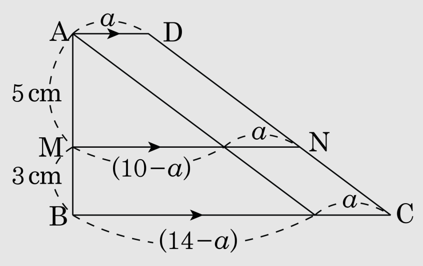


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{10}{3}$ cm

해설

다음 그림과 같이 점 A 에서 $\overline{CD}$ 와 평행한 선분을 그은 후, $\overline{AD} = a$ 라하면



$5 : (5+3) = (10-a) : (14-a)$

$5 : 8 = (10-a) : (14-a)$

$a = \frac{10}{3}$

$\therefore\ a = \frac{10}{3}(\text{cm})$