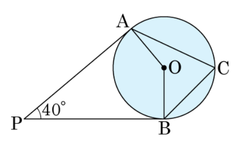
1. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\angle APB = 40°$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

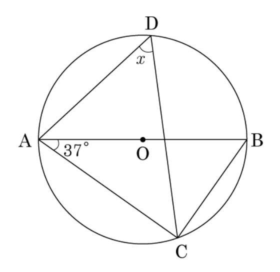
▷ 정답 : 70 °

해설

$\angle AOB = 140°$

$\therefore\ \angle ACB = \frac{1}{2} \times 140° = 70°$

2. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고 $\angle BAC = 37°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

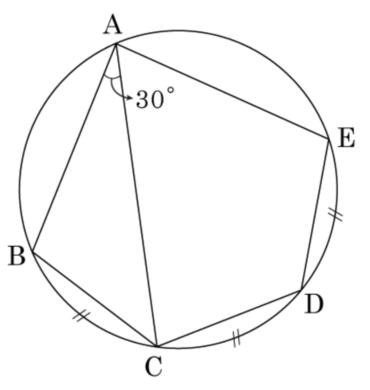


① 37° ② 38° ③ 45° ④ 53° ⑤ 54°

해설

i) $\angle ACB = 90° \Rightarrow \angle ABC = 53°$
ii) $\angle ADC = \angle ABC = x$
$\therefore x = 53°$

3. 다음 그림과 같이 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{DE}}$일 때, $\angle\mathrm{BAE}$의 크기는?



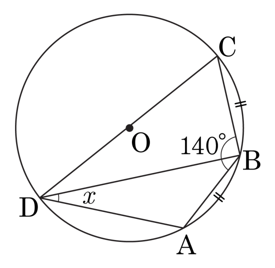
① 60° ② 70° ③ 80° ④ 90° ⑤ 100°

해설

i) 호의 길이가 서로 같으면 원주각의 크기가 서로 같다.
$\angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{CAD} = \angle\mathrm{DAE} = 30°$

ii) $\angle\mathrm{BAE} = \angle\mathrm{BAC} + \angle\mathrm{CAD} + \angle\mathrm{DAE}$
$= 30° + 30° + 30° = 90°$

4. 원 O 에서 $5.0pt\overset{\frown}{AB} = 5.0pt\overset{\frown}{BC}$ 이고 $\angle ABC = 140°$ 일 때, $\angle ADB = (\qquad)°$ 이다. ( )에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

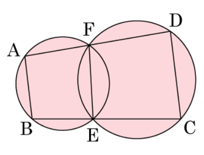
해설

$\angle ADC = 40°$

$\angle ADB = \angle BDC (\because 5.0pt\overset{\frown}{AB} = 5.0pt\overset{\frown}{BC})$

$\therefore \angle ADB = 20°$

5. 다음 그림에서 두 점 E, F 은 두 원의 교점이다. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은 ?



① $\angle FAB = \angle FEC$ ② $\angle FDC = \angle FEB$

③ $\angle AFE + \angle ECD = 180°$ ④ $\overline{AB} // \overline{CD}$

⑤ $\angle FEC + \angle FDC = 180°$

해설

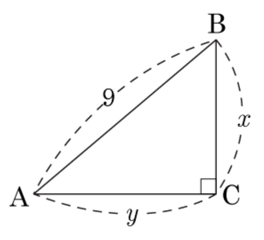
③

평각을 이용하여 $\angle AFE = 180° - \angle EFD$ 이고

□ECDF 는 원에 내접하므로 $\angle ECD = 180° - \angle EFD$ 이다.

따라서 $\angle AFE = \angle ECD$ 이다.

6. $\cos A = \frac{1}{3}$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\sin A \times \tan A$ 의 값을 구하여라. (단, $0° < A < 90°$)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{8}{3}$

해설

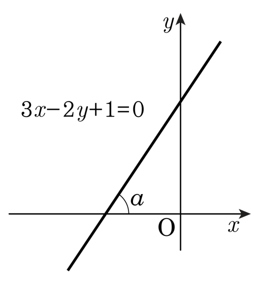
$\cos A = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{1}{3}$ 이므로 $\overline{AC} = \overline{AB} \times \cos A = 9 \times \frac{1}{3} = 3$ 이다.

피타고라스 정리에 의해 $\overline{BC} = \sqrt{9^2 - 3^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$ 이다.

$\Rightarrow \sin A = \frac{6\sqrt{2}}{9} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\frac{2\sqrt{2}}{3}}{\frac{1}{3}} = 2\sqrt{2}$ 이다.

따라서 $\sin A \times \tan A = \frac{2\sqrt{2}}{3} \times 2\sqrt{2} = \frac{8}{3}$ 이다.

7. 다음 그림과 같이 $3x-2y+1=0$ 의 그래프와 x 축의 양의 방향이 이루는 각의 크기를 a 라 하자. 이 때, $\tan a$ 의 값을 구하면?



① $-\frac{3}{2}$　　② $-\frac{2}{3}$　　③ -1

④ $\frac{2}{3}$　　⑤ $\frac{3}{2}$

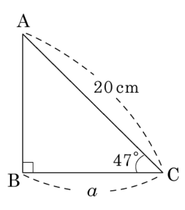
해설

$\tan\theta = \frac{(\text{높이})}{(\text{밑변})} = \frac{(y\text{의 변화량})}{(x\text{의 변화량})} = |(\text{일차함수의 기울기})|$

$3x-2y+1=0 \Rightarrow y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 $\tan a = \frac{3}{2}$ 이다.

8. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 삼각비의 표를 보고 a 의 값을 구하여라.



〈삼각비의 표〉

x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
43°	0.6820	0.7314	0.9325
44°	0.6947	0.7193	0.9657
45°	0.7071	0.7071	1.0000
46°	0.7193	0.6947	1.0355
47°	0.7314	0.6821	1.0724

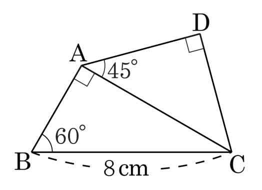
▶ 답 :

▷ 정답 : 13.642

해설

$a = 20 \times \cos 47° = 13.642$

9. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\angle BAC = \angle ADC = 90°$ 이고, $\overline{BC} = 8\,cm$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $2\sqrt{6}$ cm

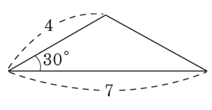
해설

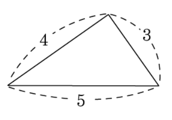
$\overline{AC} = 8\cos 30° = 4\sqrt{3}$ (cm)

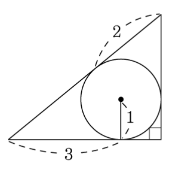
$\triangle ADC$ 는 직각이등변삼각형이므로

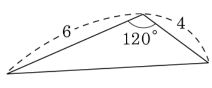
$\overline{CD} = 4\sqrt{3}\sin 45° = 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{6}$ (cm)

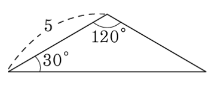
10. 다음 삼각형 중에서 넓이가 두 번째로 큰 것을 골라라. (단, $\sqrt{3} = 1.732$로 계산한다.)

①


②


③


④


⑤


해설

① $S = \frac{1}{2} \times 4 \times 7 \times \frac{1}{2} = 7$

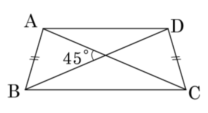
② $S = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$

③ $S = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$

④ $S = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} = 10.392$

⑤ $S = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{4} = 10.825$

11. 다음 그림과 같이 두 대각선이 이루는 각의 크기가 $45°$ 인 등변사다리꼴 ABCD 의 넓이가 $18\sqrt{2}\text{cm}^2$ 일 때, $\overline{\text{AC}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: $6\sqrt{2}$ cm

해설

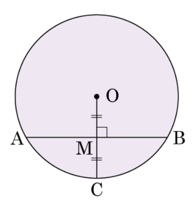
대각선 $\overline{\text{AC}} = \overline{\text{BD}} = x$ 라면

$x \times x \times \frac{1}{2} \times \sin 45° = 18\sqrt{2}$

$x^2 \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 18\sqrt{2}$

$x^2 = 72 \qquad \therefore\ x = 6\sqrt{2}\,(\text{cm})$

12. 반지름의 길이가 $2\sqrt{13}$cm 인 원 O에서 $\overline{OM}\perp\overline{AB}$, $\overline{OM}=\overline{MC}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $3\sqrt{13}$cm ② $\sqrt{39}$cm ③ $2\sqrt{39}$cm

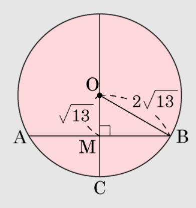
④ $2\sqrt{13}$cm ⑤ $2\sqrt{93}$cm

해설

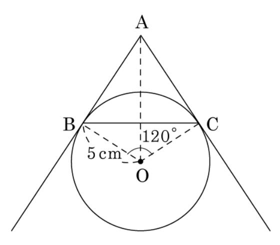
$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OC}=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{13}=\sqrt{13}(\mathrm{cm})$

$\overline{AM}=\overline{BM}=\sqrt{\left(2\sqrt{13}\right)^2-\left(\sqrt{13}\right)^2}=\sqrt{39}(\mathrm{cm})$

$\overline{AB}=2\overline{BM}=2\sqrt{39}(\mathrm{cm})$



13. 다음 그림에서 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ 는 원 O 의 접선이고 두 점 B, C 는 원 O 의 접점이다. $\angle BOC = 120°$, $\overline{BO} = 5cm$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AB} = \overline{AC}$

② $\overline{AO} = 12cm$

③ $\angle OBA = \angle OCA$

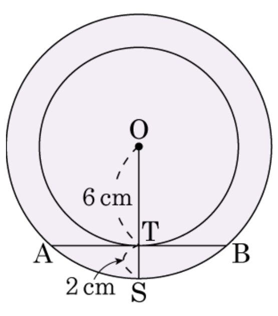
④ $\angle BAO = 30°$

⑤ $\triangle OAB \equiv \triangle OAC$

해설

$\angle BAO = 30°$ 이므로
$1 : 2 = 5 : \overline{AO}$ $\therefore \overline{AO} = 10\,cm$

14. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \square\sqrt{\square}(\mathrm{cm})$ 라 할 때, □ 안에 알맞은 수를 차례대로 구하여라. (단, $\overline{\mathrm{AB}}$ 는 작은 원의 접선이다.)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

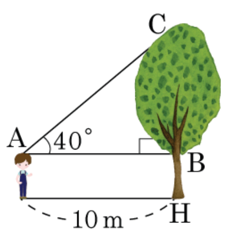
▷ 정답 : 7

해설

$\overline{\mathrm{AT}} = \sqrt{8^2 - 6^2} = 2\sqrt{7}(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{\mathrm{AB}} = 4\sqrt{7}\,\mathrm{cm}$

15. 영훈이는 나무의 높이를 알아보려고 다음 그림과 같이 10m 떨어진 지점에서 나무를 올려다 본 각의 크기를 재었다. 영훈이의 눈높이가 1.7m 일 때, 나무의 높이는? (단, $\tan 40° = 0.84$)

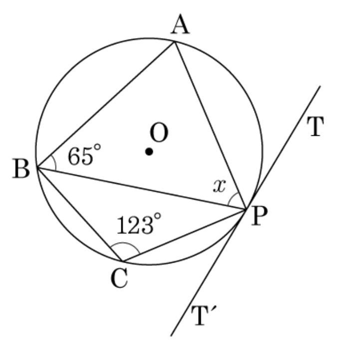


① 8.4 m　② 10.1 m　③ 11.7 m
④ 18.4 m　⑤ 20.5 m

해설

$\overline{BC} = 10 \tan 40° = 8.4(\mathrm{m})$ 이므로
나무의 높이는 $8.4 + 1.7 = 10.1(\mathrm{m})$ 이다.

16. 다음 그림과 같이 □ABCP가 원 O에 내접한다. $\overleftrightarrow{TT'}$ 이 원 O의 접선일 때, ∠APB의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 : ______°

▷ 정답 : 58°

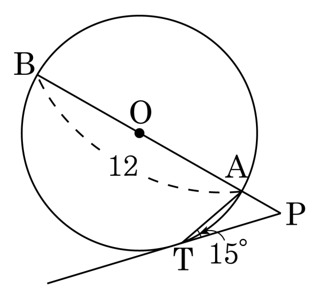
해설

$\angle BPT = 123°$

$\angle APT = 65°$

$\angle x = 123° - 65° = 58°$

17. 다음 그림에서 $\overline{PB}$ 는 원의 중심 O 를 지나고, $\angle PTA = 15°$, $\overline{AB} =$ 12cm 일 때, $\overline{PA}$ 의 길이는?

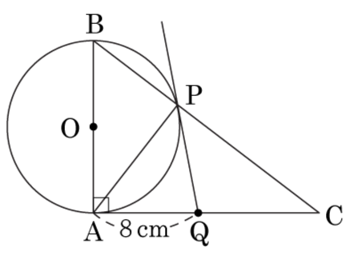


① $\sqrt{2} - 1$　② $4\sqrt{2} - 2$　③ $4\sqrt{3} - 2$
④ $4\sqrt{3} - 4$　⑤ $4\sqrt{3} - 6$

해설

$\angle ATP = \angle ABT = 15°$ 이므로
5.0pt$\overset{\frown}{AT}$ 의 중심각 $\angle AOT = 30°$ 이다.
$\overline{AB} = 12$ 이므로 $\overline{OT} = 6$ 이다.
$\triangle POT$ 에서 $\overline{OP} : \overline{OT} = 2 : \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{OP} = 4\sqrt{3}$ 이다.
$\therefore \overline{PA} = 4\sqrt{3} - 6$

18. 다음 그림과 같이 선분 BC 를 빗변으로 하는 직각삼각형 ABC 에서 변 AB 를 지름으로 하는 원과 변 BC 와의 교점을 P 라 한다. 점 P 에서의 접선과 $\overline{AC}$ 와의 교점을 Q 라 할 때, $\overline{AQ} = 8\text{cm}$ 이면 $\overline{QC}$ 의 길이는?

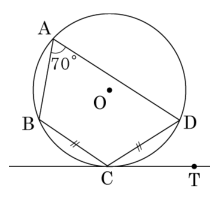


① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

$\overline{AC}$ 와 $\overline{PQ}$ 는 원 O 의 접선이므로
$\angle APC = 90°$ 이고, $\overline{AQ} = \overline{PQ}$
그런데 $\angle QPC = 90° - \angle QPA = 90° - \angle QAP = \angle QCP$
따라서, $\triangle QPC$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{PQ} = \overline{QC}$ 이다.
따라서 $\overline{AQ} = \overline{QC} = 8(\text{cm})$

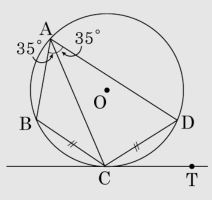
19. 다음 그림에서 □ABCD 는 원에 내접하고 $\overline{BC} = \overline{CD}$, $\angle BAD = 70°$ 일 때, $\angle DCT$ 의 크기는? (단, $\overleftrightarrow{CT}$ 는 접선이다.)



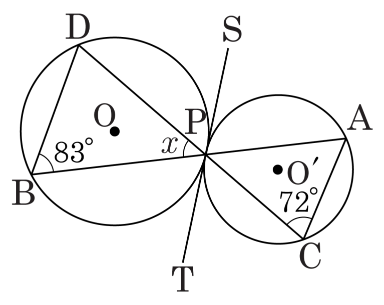
① 31° ② 32° ③ 33° ④ 34° ⑤ 35°

해설

그림과 같이 점 A 와 점 C 를 이으면 $\angle BAC = \angle DAC = 35°$, $\angle DCT = \angle DAC = 35°$



20. 직선 ST 가 두 원 O 와 O′ 의 접선이고 접점 P 를 지나는 두 직선이 원과 점 A, B, C, D 에서 만날 때, $\angle x$ 의 크기로 옳은 것은?

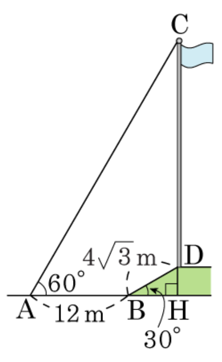


① 25°　② 26°　③ 27°　④ 28°　⑤ 29°

해설

$\angle APS = \angle ACP = 72°$
$\angle SPD = \angle DBP = 83°$
$\therefore \angle x = 180° - (72° + 83°) = 25°$

21. 다음 그림과 같이 언덕 위에 국기 게양대가 서 있다. A 지점에서 국기 게양대의 꼭대기 C 를 올려다 본 각이 $60°$ 이고, A 지점에서 국기 게양대 방향으로 $12\,\mathrm{m}$ 걸어간 B 지점에서부터 오르막이 시작된다. 오르막 $\overline{\mathrm{BD}}$ 의 길이가 $4\sqrt{3}\,\mathrm{m}$ 이고 오르막의 경사가 $30°$ 일 때, 국기 게양대의 높이 $\overline{\mathrm{CD}}$ 는?



① $6\sqrt{3}$ (m)　② $16\sqrt{3}$ (m)
③ $20\sqrt{3}$ (m)　④ $68\sqrt{3}$ (m)
⑤ $70\sqrt{3}$ (m)

해설

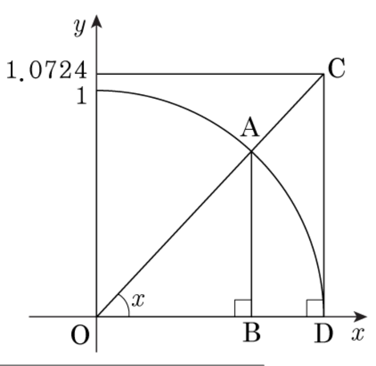
$$\overline{\mathrm{AH}} = 12 + 4\sqrt{3}\cos 30° = 12 + 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 18\ (\mathrm{m})$$

$$\overline{\mathrm{DH}} = 4\sqrt{3}\sin 30° = 4\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 2\sqrt{3}\ (\mathrm{m})$$

$$\overline{\mathrm{CH}} = \overline{\mathrm{AH}} \cdot \tan 60 = 18\sqrt{3}\ (\mathrm{m})$$

$$\therefore\ \overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{CH}} - \overline{\mathrm{DH}} = 18\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 16\sqrt{3}\ (\mathrm{m})$$

22. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 다음 표를 이용하여 $\overline{OB}$ 의 길이를 구하면?



x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
43°	0.6820	0.7314	0.9325
44°	0.6947	0.7193	0.9657
45°	0.7071	0.7071	1.0000
46°	0.7193	0.6947	1.0355
47°	0.7314	0.6821	1.0724

① 0.6821 ② 0.6947 ③ 0.7193
④ 0.7314 ⑤ 0.9325

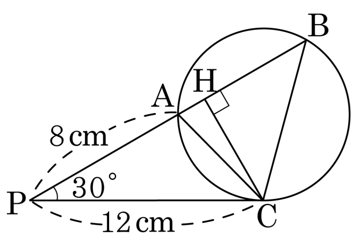
해설

1) $\tan x = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \dfrac{\overline{CD}}{1} = 1.0724$

$\therefore x = 47°$

2) $\cos x = \dfrac{\overline{OB}}{\overline{AO}} = \dfrac{\overline{OB}}{1} = \cos 47° = 0.6821$

23. 다음 그림에서 $\overline{PC}$ 는 원의 접선이고 $\overline{PB}$ 는 할선이다. $\angle P = 30°$, $\overline{PA} = 8\text{cm}$, $\overline{PC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



① 28　　② 29　　③ 30　　④ 31　　⑤ 32

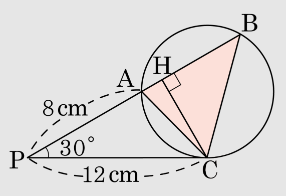
해설

$\overline{PC}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$,　$144 = 8 \times \overline{PB}$

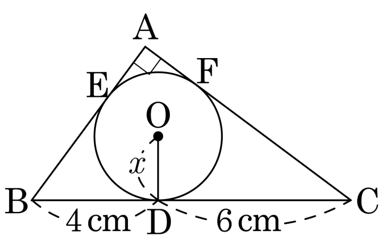
$\overline{CH} = 12 \sin 30° = 12 \times \dfrac{1}{2} = 6\,(\text{cm})$

$\overline{PB} = 18\,(\text{cm})$　$\overline{AB} = 18 - 8 = 10\,(\text{cm})$

($\triangle ABC$ 의 넓이)$=10 \times 6 \times \dfrac{1}{2} = 30\,(\text{cm}^2)$



24. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 직각삼각형 ABC 와 내접원 O 의 접점일 때, 원 O 의 넓이는?

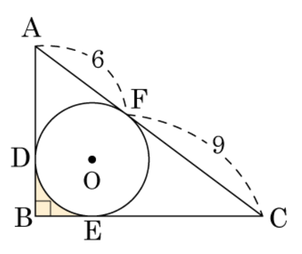


① πcm^2　② $2\pi\text{cm}^2$　③ $3\pi\text{cm}^2$　④ $4\pi\text{cm}^2$　⑤ $5\pi cm^2$

해설

$\overline{\text{BD}} = 4\text{cm},\ \overline{\text{CD}} = 6\text{cm}$ 이므로
$\overline{\text{AB}} = (4+x)\text{cm},\ \overline{\text{AC}} = (6+x)\text{cm}$ 이다.
$(4+x)^2 + (6+x)^2 = 10^2$
$2x^2 + 20x + 52 = 100$
$x^2 + 10x - 24 = 0$
$(x-2)(x+12) = 0$
따라서 $x = 2\ (x > 0)$ 이므로
원 O 의 넓이는 $2^2\pi = 4\pi\ (\text{cm}^2)$

25. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① $10-\frac{9}{4}\pi$　② $9-\pi$　③ $\frac{44}{9}-\pi$　④ $9-\frac{9}{4}\pi$　⑤ $20-5\pi$

해설

원 O 의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BD}=\overline{BE}=x$

$\overline{AD}=\overline{AF}=6$ 이므로 $\overline{AB}=6+x$,

$\overline{CE}=\overline{CF}=9$ 이므로 $\overline{BC}=9+x$

$(6+x)^2+(x+9)^2=15^2$

$x^2+15x-54=0$

$(x+18)(x-3)=0$

$\therefore\ x=3$

색칠한 부분의 넓이는 정사각형 ODBE 에서 부채꼴 ODE 의 넓이를 뺀 것과 같다.

$\therefore 3^2-\frac{1}{4}\times 3^2\times\pi=9-\frac{9}{4}\pi$