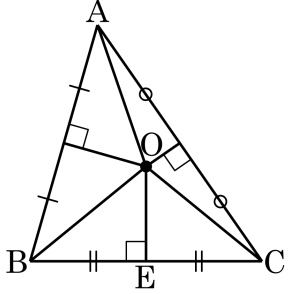


1. 다음은 삼각형의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 증명하는 과정이다. ()안에 들어갈 내용으로 옳지 않은 것은?

(증명)

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하자.



점 O 는 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OA} = (\quad)$,
 $\overline{OA} = \overline{OC}$

$\therefore \overline{OB} = \overline{OC}$

$\triangle OBE$ 와 $\triangle OCE$ 에서

$\overline{OB} = (\quad)$,

$\angle BEO = \angle CEO = 90^\circ$,

($\square$)는 공통인 변

$\therefore \triangle OBE \equiv \triangle OCE$ ($\square$ 합동)

$\therefore \overline{BE} = (\quad)$

즉 $\overline{OE}$ 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이다.

따라서 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

① $\neg$. $\overline{OB}$

② $\perp$. $\overline{OC}$

③ $\sphericalangle$. $\overline{OE}$

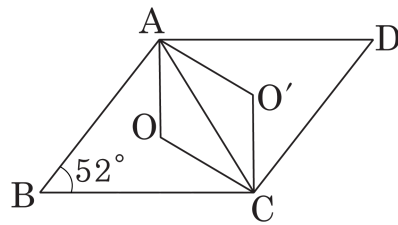
④ $\square$. SSS

⑤ $\square$. $\overline{CE}$

해설

$\triangle OBE \equiv \triangle OCE$ 는 RHS 합동이다.

2. 평행사변형ABCD 에서 $\angle B = 52^\circ$ 이고 점 O, O' 은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle CDA$ 의 외심이다. 이때 $\angle OAO'$ 의 크기는?

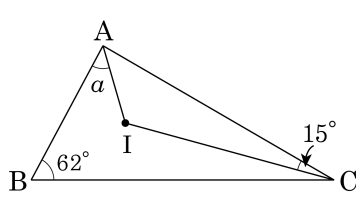


- ① 52° ② 52° ③ 76° ④ 104° ⑤ 116°

해설

$\angle B = 52^\circ$ 이므로 $\angle AOC = 2 \times 52^\circ = 104^\circ$
 이때, $\square OAO'C$ 는 마름모이므로 $\angle AOC + \angle OAO' = 180^\circ$
 따라서 $\angle OAO' = 180^\circ - 104^\circ = 76^\circ$

3. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다.
 $\angle B = 62^\circ$, $\angle ACI = 15^\circ$ 일 때, $\angle a$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 44°

해설

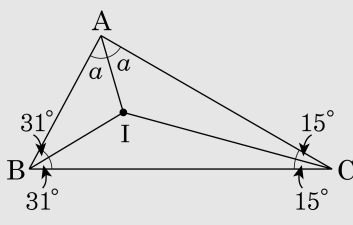
그림과 같이 내심과 점 B를
연결하면

$$\angle ABI = \angle CBI = \frac{1}{2} \times 62^\circ = 31^\circ$$

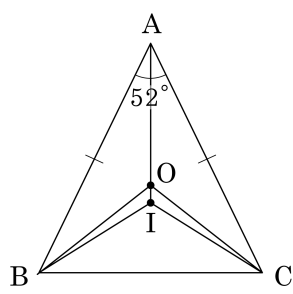
$$\angle ACI = \angle BCI = 15^\circ$$

따라서 $\angle a + 31^\circ + 15^\circ = 90^\circ$ 이므로

$$\angle a = 44^\circ$$



4. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC에서 외심을 O, 내심을 I라 할 때, $\angle OBI$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6°

해설

점 I가 내심이므로 $\angle OAB = \frac{1}{2} \times 52^\circ = 26^\circ$

또한, 점 O가 외심이므로 $\angle OAB = \angle OBA = 26^\circ$

이등변삼각형이므로

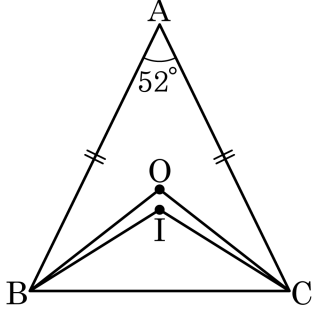
$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 52^\circ) = 64^\circ$$

점 I가 내심이므로

$$\angle IBA = \angle IBC = \frac{1}{2} \times \angle ABC = \frac{1}{2} \times 64^\circ = 32^\circ$$

$$\therefore \angle OBI = 32^\circ - 26^\circ = 6^\circ$$

5. 다음 그림과 같이 이등변삼각형 ABC의 외심, 내심을 각각 O, I 라 할 때, $\angle OBI = (\quad)^\circ$ 이다. 빈 칸을 채워 넣어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A = 52^\circ$

$\therefore \angle BOC = 104^\circ$

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$\angle OBC = (180^\circ - 104^\circ) \div 2 = 76^\circ \div 2 = 38^\circ$

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때,

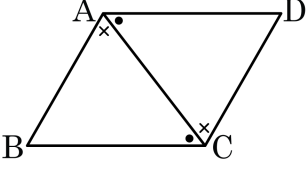
$\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$

$\therefore \angle BIC = 116^\circ$

$\angle IBC$ 는 $\angle ABC$ 의 이등분이므로 $\frac{1}{2} \times 64^\circ = 32^\circ$

따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 38^\circ - 32^\circ = 6^\circ$ 이다.

6. 다음은 ‘평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.’를 나타내는 과정이다. ㄱ~ㅅ에 들어갈 것으로 옳은 것은?



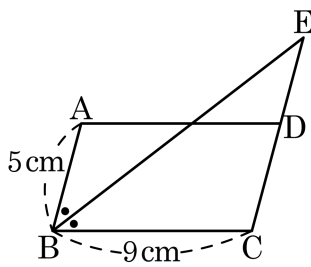
□ABCD에서 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
점 A와 점 C를 이으면 $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDA$ 에서 □은 공통
...㉠
 $\overline{AB} \parallel$ □이므로 $\angle BAC = \angle DCA \dots \text{㉡}$
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 □ = $\angle DAC \dots \text{㉢}$
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$
(□ 합동)
 $\therefore$ □ = $\angle C$, $\angle B = \angle D$

- ① ㄱ : $\overline{CD}$ ② ㄴ : $\overline{BC}$ ③ ㄷ : $\angle BAC$
- ④ ㄹ : SSS ⑤ ㅁ : $\angle A$

해설

$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 이기 위해서 점 A와 점 C를 이으면 $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDA$ 에서
 $\overline{AC}$ 는 공통이고,
 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA$
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle ACB = \angle DAC$ 이므로
 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (ASA 합동)이다.

7. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 의 이등분선이고, $AB = 5\text{ cm}$, $\overline{BC} = 9\text{ cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



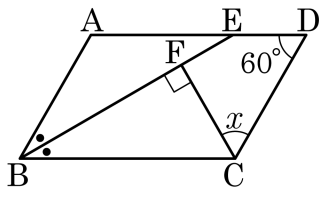
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$\overline{BC} = \overline{CE} = 9\text{ cm}$, $\overline{CD} = 5\text{ cm}$
 $\therefore \overline{DE} = 9 - 5 = 4(\text{ cm})$

8. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이고, $\overline{BE} \perp \overline{CF}$ 이다. $\angle D = 60^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 60° ② 65° ③ 70° ④ 75° ⑤ 80°

해설

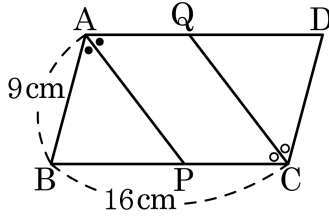
$\angle D = \angle B$ 이므로 $\angle FBC = 60^\circ \div 2 = 30^\circ$ 이다.

$\angle FCB = 60^\circ$ 이고 $\angle D + \angle C = 180^\circ$ 이므로

$\angle x = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ$ 이다.

9. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AP}$, $\overline{CQ}$ 는 각각 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이다.

$\overline{AB} = 9\text{ cm}$, $\overline{BC} = 16\text{ cm}$ 일 때, $\overline{AQ} + \overline{PC}$ 의 길이는?

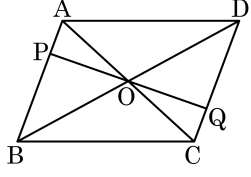


- ① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 15cm ⑤ 16cm

해설

$\square APCQ$ 는 평행사변형이므로
 $\angle QAP = \angle APB$ (엇각)
 $\therefore \overline{BP} = \overline{AB} = 9(\text{cm})$, $\overline{PC} = 16 - 9 = 7(\text{cm})$
 $\overline{AQ} = \overline{PC} = 7(\text{cm})$ 이므로
 $\overline{AQ} + \overline{PC} = 14(\text{cm})$

10. 다음 그림과 같이 넓이가 80cm^2 인 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점 O 를 지나 는 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 와의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, $\triangle AOP$ 와 $\triangle DOQ$ 의 넓이의 합을 구하여라.



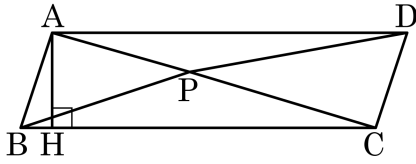
▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 20cm^2

해설

$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\angle AOP = \angle COQ$ (맞꼭지각)
 $\angle OAP = \angle OCQ$ (엇각) 이므로
 $\triangle OAP \equiv \triangle OQC$ (ASA 합동)
따라서 색칠한 부분의 넓이는 $\triangle OCD$ 의 넓이와 같다.
 $\therefore 80 \times \frac{1}{4} = (20\text{cm}^2)$ 이다.

11. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AD} = 15\text{cm}$, $\triangle PAB + \triangle PCD = 30\text{cm}^2$ 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이는?

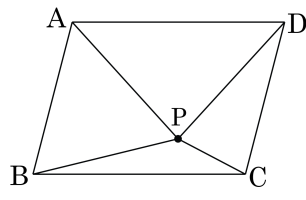


- ① 2cm ② 4cm ③ 6cm ④ 8cm ⑤ 10cm

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$ 이다.
 $\triangle PAB + \triangle PCD = 30\text{cm}^2$ 이므로 평행사변형의 넓이는 $30 \times 2 = 60(\text{cm}^2)$ 이다.
 가로 길이 $\overline{AD} = 15\text{cm}$ 이므로 $\overline{AD} \times \overline{AH} = 15 \times \overline{AH} = 60(\text{cm}^2)$ 이다.
 $\therefore \overline{AH} = 4(\text{cm})$ 이다.

12. 다음과 같은 평행사변형 ABCD의 넓이는 30 cm^2 이고, $\triangle CDP = 6\text{ cm}^2$, $\triangle ADP = 8\text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle ABP = a\text{ cm}^2$, $\triangle BCP = b\text{ cm}^2$ 이다. 이 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -2

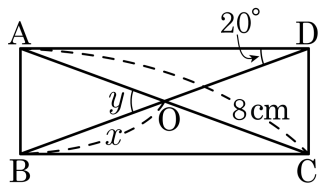
해설

$\triangle ABP + \triangle CDP = \triangle ADP + \triangle BCP$ 이므로

$$a + 6 = 8 + b$$

$$\therefore b - a = 6 - 8 = -2$$

13. 다음 직사각형 ABCD 의 x, y 의 값을 차례로 나열한 것은?



- ① 2cm, 30° ② 3cm, 30° ③ 3cm, 40°
 ④ 4cm, 30° ⑤ 4cm, 40°

해설

$\overline{AC} = \overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{BO} = x = \frac{\overline{BD}}{2} = \frac{8}{2} = 4(\text{cm})$
 $\angle ADO = \angle DAO$, 삼각형의 외각의 성질을 이용하여
 $\angle y = \angle ADO + \angle DAO = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$

14. 다음 () 안에 들어갈 단어가 옳게 짝지어진 것은?

두 대각선의 길이가 서로 같고, 서로 다른 것을 이등분하는 도형은 (㉠) 이고, 두 대각선의 길이가 서로 같고 서로 다른 것을 수직이등분하는 것은 (㉡) 이다.

- ① ㉠: 평행사변형 ㉡: 직사각형
- ② ㉠: 정사각형 ㉡: 직사각형
- ③ ㉠: 마름모 ㉡: 정사각형
- ④ ㉠: 직사각형 ㉡: 정사각형
- ⑤ ㉠: 직사각형 ㉡: 마름모

해설

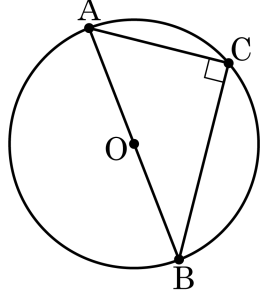
두 대각선의 길이가 서로 같고, 서로 다른 것을 이등분하는 도형은 직사각형이다.
두 대각선의 길이가 서로 같고 서로 다른 것을 수직이등분하는 도형은 정사각형이다.

15. 직사각형의 중점을 연결했을 때 나타나는 사각형의 성질을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① 네 변의 길이가 모두 같다.
 - ② 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.
 - ③ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
 - ④ 네 각의 크기가 모두 직각이다.
 - ⑤ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

해설

직사각형의 중점을 연결해 생기는 사각형은 마름모이다. 마름모는 네 각의 크기가 모두 직각이 아니다.

16. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 외심이 점 O라 하고, 호 $\widehat{AB}$ 의 길이가 7π 라 할 때 AO의 길이를 구하여라.



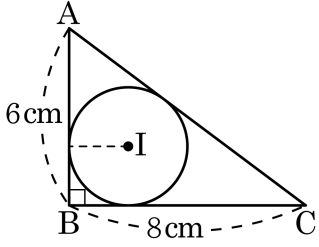
▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로
 $\triangle ABC$ 의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
 $\widehat{AB}$ 는 원주의 둘레의 절반이므로 원주의 둘레는 14π 이다.
원주의 둘레는 $2 \times \pi \times \overline{AO} = 14\pi$ 이므로
 $\overline{AO} = 7$ 이다.

17. 다음 그림에서 점 I는 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 내심이다. 이 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 2cm일 때, 빗변의 길이는?

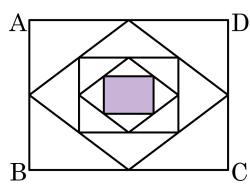


- ① 9cm ② 10cm ③ 11cm ④ 12cm ⑤ 13cm

해설

점 I가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다. 내심의 반지름이 2cm이므로 $\overline{BD} = \overline{BE} = 2\text{cm}$ 이다.
 $\overline{AD} = 4\text{cm}$, $\overline{EC} = 6\text{cm}$ 이므로 빗변의 길이 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{FC} = 4 + 6 = 10(\text{cm})$ 이다.

18. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 시작으로 계속하여 각 변의 중점을 연결한 도형이다. 색칠된 부분의 넓이가 10 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 160

해설

각 변의 중점을 연결하여 만든 도형의 넓이는 처음 도형의 $\frac{1}{2}$

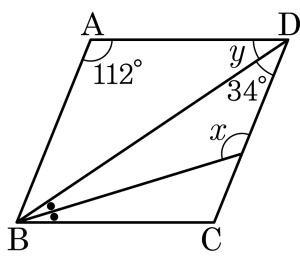
이므로

□ABCD 의 넓이를 x 라 하면

$$x \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 10$$

$$\therefore x = 160$$

19. 다음 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되도록 $\angle x, \angle y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답: 0

▶ 답: 0

▶ 정답 : $\angle x = 129^\circ$

▷ 정답 : $\angle y = 34^\circ$

해설

주어진 조건에 의해서 □ABCD 가 평행사변형이 되려면 $112^\circ + \angle y + 34^\circ = 180^\circ$ 가 성립해야 한다.

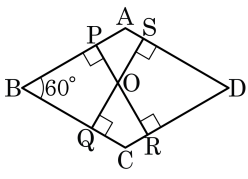
따라서 $\angle y = 34^\circ$ 이다.

$$\overline{AD} \parallel \overline{BC} \text{ 이므로 } \angle C = \frac{34^\circ}{2} = 17^\circ \text{ 이다.}$$

삼각형의 내각의 합은 180° 이므로 $\angle x = 17^\circ + 112^\circ = 129^\circ$ 이다.

따라서 $\angle x = 129^\circ$, $\angle y = 34^\circ$ 이다.

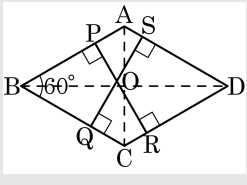
20. 다음 그림과 같이 $\angle ABC = 60^\circ$ 인 마름모 ABCD 의 내부에 임의의 한 점 O 가 있다. 점 O 에서 마름모 ABCD 의 각 변 또는 그 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 P, Q, R, S 라 할 때, 다음 중 $\overline{OP} + \overline{OQ} + \overline{OR} + \overline{OS}$ 와 같은 것은?



- ① $\overline{AC}$ ② $\overline{BD}$ ③ $\overline{OA} + \overline{OC}$
 ④ $\overline{OB} + \overline{OD}$ ⑤ $2\overline{AB}$

해설

마름모 ABCD 의 한 변의 길이를 a 라 하면



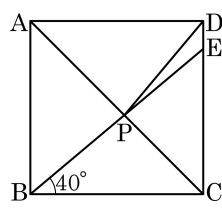
$$\begin{aligned} \square ABCD &= \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle OAD \\ &= \frac{a}{2} \times \overline{OP} + \frac{a}{2} \times \overline{OQ} + \frac{a}{2} \times \overline{OR} + \frac{a}{2} \times \overline{OS} \\ &= \frac{a}{2} (\overline{OP} + \overline{OQ} + \overline{OR} + \overline{OS}) \quad \cdots \textcircled{1} \end{aligned}$$

또한 $\overline{AC}$ 를 그으면 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle B = 60^\circ$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 즉, $\overline{AC} = a$ 이므로

$$\square ABCD = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BD} = \frac{a}{2} \times \overline{BD} \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } \frac{a}{2} (\overline{OP} + \overline{OQ} + \overline{OR} + \overline{OS}) = \frac{a}{2} \times \overline{BD} \therefore \overline{OP} + \overline{OQ} + \overline{OR} + \overline{OS} = \overline{BD}$$

- 21.** 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 $\angle EBC = 40^\circ$ 일 때, $\angle DPE$ 의 크기를 구하여라.



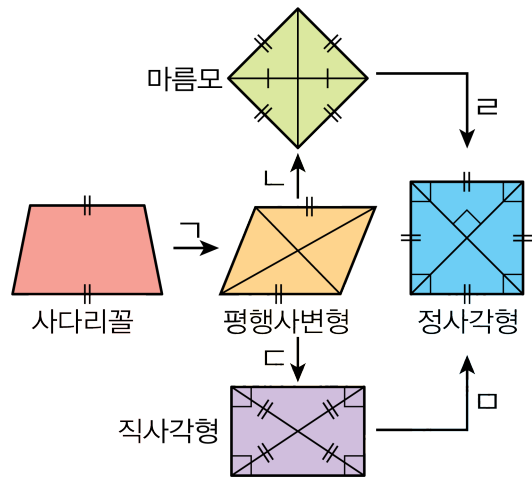
▶ 답: ○ —

▶ 정답 : 10°

해설

$\Delta BPC \equiv \Delta DPC$ 이므로
 $\angle PDC = 40^\circ$, $\angle BEC = 50^\circ$ 이다.
 $\angle DPE + \angle PDE = \angle BEC = 50^\circ$ 이므로
 $\angle DPE = 10^\circ$ 이다.

22. 다음 그림은 사각형들 사이의 포함 관계를 나타낸 것이다. ㄱ~ㅁ 중 각 도형이 되기 위한 조건으로 옳지 않은 것은?

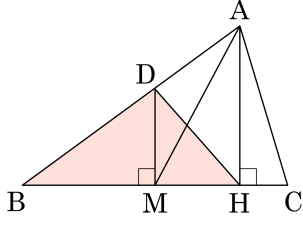


- ① ㄱ. 다른 한 쌍의 대변도 평행하다.
- ② ㄴ. 두 대각선이 직교한다.
- ③ ㄷ. 이웃한 두 변의 길이가 같다.
- ④ ㄹ. 한 내각의 크기가 90° 이다.
- ⑤ ㅁ. 이웃한 두 변의 길이가 같다.

해설

평행사변형이 직사각형이 되려면 한 내각의 크기가 90° 이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.

23. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{DM} \perp \overline{BC}$, $BM = CM = 5$, $AH = 6$ 이라 할 때, $\triangle DBH$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 15 cm^2

해설

$\overline{DM}$ 과 $\overline{AH}$ 는 한 직선 $\overline{BC}$ 에 수직인 두 직선이므로 $\overline{DM} \parallel \overline{AH}$
 밑변이 공통이고 높이가 같으므로

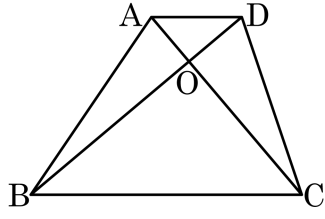
$$\triangle DMH = \triangle DMA$$

$$\therefore \triangle DBH = \triangle DBM + \triangle DMH = \triangle BMA$$

$\overline{BM} = \overline{CM}$ 이고 한 꼭짓점이 A에서 만나므로 $\triangle BMA = \triangle AMC$

$$\therefore \triangle DBH = \triangle AMC = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15(\text{cm}^2)$$

24. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 3$ 이다.
 $\square ABCD = 64\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▶ 정답 : 12cm^2

해설

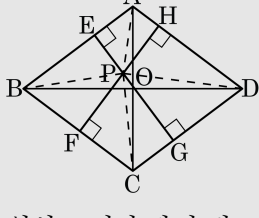
$\square ABCD = \triangle AOD + \triangle DOC + \triangle OBC + \triangle ABO$ 이다.
 $\triangle AOD$ 의 넓이를 a 라고 하면, $1 : 3 = a : \triangle DOC$, $\triangle DOC = 3a$
 $\triangle DOC = \triangle ABO = 3a$, $1 : 3 = 3a : \triangle BOC$, $\triangle BOC = 9a$
 $\square ABCD = a + 3a + 3a + 9a = 16a = 64\text{cm}^2$, $a = 4\text{cm}^2$
 $\therefore \triangle ABO = 3a = 12\text{cm}^2$.

25. 한 변의 길이가 10 인 마름모 ABCD 의 대각선의 교점을 O 라 할 때, $\overline{AO} = 6$, $\overline{BO} = 8$ 이다. 이 마름모의 내부에 한 점 P 를 잡고, 점 P 에서 마름모의 각 변 AB, BC, CD, DA 에 내린 수선의 발을 각각 E, F, G, H 라 할 때, $\overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{96}{5}$

해설



위의 그림과 같이 점 P 와 마름모의 네 꼭짓점을 각각 선분으로 연결하면

$\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PBC + \triangle PCD + \triangle PDA$ 에서

$$\frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BD} = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times (\overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH})$$

$\overline{AO} = 6$, $\overline{BO} = 8$ 이면 $\overline{AC} = 12$, $\overline{BD} = 16$

따라서 $\overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH} = \frac{96}{5}$ 이다.