

1. 유리수  $x, y$ 가 등식  $(2x-3) + (-y+3)\sqrt{2} = 1-2\sqrt{2}$ 를 만족할 때,  $xy$ 의 값은?

- ① 2      ② 5      ③ 7      ④ 10      ⑤ 25

해설

무리식의 상등에 의해  $2x-3=1$ ,  $-y+3=-2$   
 $\therefore x=2$ ,  $y=5$   
 $\therefore xy=10$

2. 함수  $f(x) = \sqrt{x-1} + 2$ 에서  $f^{-1}(4)$ 의 값은?

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

해설

$f(x) = \sqrt{x-1} + 2$ 에서  $f^{-1}(4) = k$ 로 놓으면

$f(k) = 4$

$\sqrt{k-1} + 2 = 4, \sqrt{k-1} = 2$

$k-1 = 4$ 에서  $k = 5$

$\therefore f^{-1}(4) = 5$

3. 1 부터 50 까지의 정수 중에서 3 또는 5 의 배수의 개수는?

- ① 23      ② 24      ③ 25      ④ 26      ⑤ 27

해설

3 의 배수가 나오는 사건을  $A$ ,  
5 의 배수가 나오는 사건을  $B$  라 하면  
 $n(A) = 16, n(B) = 10$   
 $A \cap B$  는 3 과 5 의 공배수,  
즉 15 의 배수이므로  $n(A \cap B) = 3$   
 $\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$   
 $= 16 + 10 - 3 = 23(\text{개})$



5.  ${}_8P_r = 336$  을 만족시키는 자연수  $r$  의 값은?

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

해설

$$336 = 8 \times 7 \times 6 \text{ 에서}$$

$$r = 3$$

6. 조부모님, 부모님을 포함한 7명의 가족이 일렬로 서서 사진을 찍으려고 한다. 사진을 찍는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답:                    가지

▷ 정답: 5040 가지

해설

$${}_7P_7 = 7! = 5040 \text{ (가지)}$$

7. 5 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 서로 다른 4 개의 숫자를 사용하여 만든 네 자리의 자연수의 개수는?

① 5      ② 10      ③ 20      ④ 60      ⑤ 120

해설

네 자리 자연수는 수의 배열에서 순서에 따라 다른 수가 되므로 5 개의 숫자 중에서 서로 다른 4 개를 택하는 순열의 수이므로  ${}_5P_4 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$  (가지)

8. 월드컵 예선전과 같이 출전한 모든 팀들이 다른 팀들과 각각 한 번씩 시합을 하는 게임 방식을 리그전이라고 한다. 아시아 8 개국이 친선 축구 시합을 리그전으로 하려고 한다. 이 때, 총 시합의 수는?

① 21      ② 24      ③ 28      ④ 30      ⑤ 33

해설

게임은 두 팀씩 하는 것이므로 8개 팀에서 두 팀을 뽑는 조합의 수와 같다.

$$\therefore {}_8C_2 = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$

9.  $x^2 \neq 4$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$  을 만족시키는 상수  $a$ 와  $b$ 가 있다. 이때,  $a+b$ 의 값은?

- ① -6    ② -3    ③ -1    ④ 2    ⑤ 4

해설

$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$  의 우변을 통분하여 계산하면

$$\begin{aligned} \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} &= \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4} \\ &= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4} \end{aligned}$$

따라서  $a-b=1$ ,  $-2(a+b)=6$ 이므로 연립하여 풀면

$$a = -1, b = -2$$

$$\therefore a+b = -3$$

10. 등식  $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} = \frac{(\quad)}{x(x+4)}$  를 성립시키는 ( ) 속에 들어갈 알맞은 수는?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{AB} &= \frac{1}{B-A} \left( \frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right) \text{ 이므로} \\ (\text{준식}) &= \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) + \left( \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) \\ &\quad + \left( \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} \right) + \left( \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4} \right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+4} \\ &= \frac{x+4-x}{x(x+4)} \\ &= \frac{4}{x(x+4)} \end{aligned}$$

11.  $3x = 2y \neq 0$  일 때,  $\frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy}$  의 값은?

- ①  $\frac{5}{12}$     ②  $\frac{12}{5}$     ③  $\frac{7}{12}$     ④  $\frac{12}{7}$     ⑤  $\frac{10}{3}$

해설

$$\begin{aligned} & 3x = 2y \neq 0 \text{에서 } x : y = 2 : 3 \\ & \text{따라서 } x = 2k, y = 3k \text{ (} k \neq 0 \text{)로 놓으면} \\ & \frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy} = \frac{3(2k)^2 + 2 \cdot 2k \cdot 3k}{(2k)^2 + 2k \cdot 3k} \\ & = \frac{12k^2 + 12k^2}{4k^2 + 6k^2} = \frac{24k^2}{10k^2} = \frac{12}{5} \end{aligned}$$

12.  $\frac{x}{5} = \frac{y+4z}{2} = \frac{z}{3} = \frac{-x+2y}{A}$  에서  $A$  의 값을 구하라.

▶ 답:

▷ 정답:  $A = -25$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{-x + 2(y + 4z) - 8 \times z}{-5 + 2 \times 2 - 8 \times 3} \\ &= \frac{-x + 2y + 8z - 8z}{-5 + 4 - 24} = \frac{-x + 2y}{-25} \\ \therefore A &= -25 \end{aligned}$$

13. 함수  $y = \frac{x}{x+2}$ 의 정의역은  $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은  $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때,  $a+b$ 의 값은?

- ① -5      ② -4      ③ -3      ④ -2      ⑤ -1

해설

함수  $y = \frac{x}{x+2}$ 의 정의역이  $x \neq a$ 인 모든 실수이고

치역이  $y \neq b$ 인 모든 실수이면  $x = a, y = b$ 는 점근선이다.

따라서  $y = \frac{(x+2)-2}{x+2} = \frac{-2}{x+2} + 1$ 에서

$a = -2, b = 1$ 이므로

$\therefore a+b = -2+1 = -1$

14.  $y = \frac{3x+1}{2x-1}$ 의 점근선의 방정식을 구하면  $x = a, y = b$ 이다.  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $a + b = 2$

해설

$$\begin{aligned}y &= \frac{3x+1}{2x-1} \\ &= \frac{3\left(x-\frac{1}{2}\right)+\frac{5}{2}}{2\left(x-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\frac{5}{2}}{2\left(x-\frac{1}{2}\right)} + \frac{3}{2}\end{aligned}$$

따라서 점근선의 방정식은  $x = \frac{1}{2}, y = \frac{3}{2}$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, b = \frac{3}{2} \quad a + b = 2$$

15. 유리함수  $f(x) = \frac{ax}{3x+2}$  와 그 역함수  $f^{-1}(x)$  가 서로 같을 때, 상수  $a$  의 값은?

- ① 3      ② 2      ③ 1      ④ -1      ⑤ -2

해설

$$\text{역함수의 식은 } x = \frac{ay}{3y+2}$$

$$3xy + 2x = ay$$

$$\therefore y = \frac{-2x}{3x-a}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{-2x}{3x-a}$$

모든 실수  $x$  에 대하여

$$f(x) = f^{-1}(x) \text{ 이므로}$$

$$\frac{ax}{3x+2} = \frac{-2x}{3x-a}$$

$$\therefore a = -2$$

16.  $y = \sqrt{4x-12} + 5$ 의 그래프는 함수  $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를  $x$ 축으로  $\alpha$ ,  $y$ 축으로  $\beta$ 만큼 평행이동한 것이다.  $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라

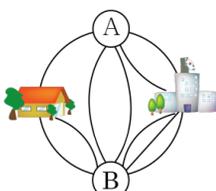
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,  
이것은  $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를  
 $x$ 축 방향으로 3만큼,  
 $y$ 축 방향으로 5만큼  
평행이동한 그래프의 함수이다.  
즉,  $\alpha = 3, \beta = 5$   
 $\therefore \alpha + \beta = 8$

17. 집과 학교 사이에는 그림과 같이 길이 놓여 있을 때, 집에서 학교로 가는 방법의 수는? (단, 같은 지점을 두 번 지나지 않는다.)



- ① 22      ② 34      ③ 47      ④ 54      ⑤ 66

해설

- (1) 집  $\rightarrow$  A  $\rightarrow$  학교 :  $1 \times 2 = 2$   
 (2) 집  $\rightarrow$  B  $\rightarrow$  학교 :  $2 \times 3 = 6$   
 (3) 집  $\rightarrow$  A  $\rightarrow$  B  $\rightarrow$  학교 :  $1 \times 2 \times 3 = 6$   
 (4) 집  $\rightarrow$  B  $\rightarrow$  A  $\rightarrow$  학교 :  $2 \times 2 \times 2 = 8$   
 $\therefore 2 + 6 + 6 + 8 = 22$

18. 무리식  $\sqrt{2-x} + \frac{1}{\sqrt{x+3}}$  의 값이 실수가 되도록  $x$ 의 범위를 정할 때, 정수  $x$ 의 개수는?

- ① 2개    ② 3개    ③ 4개    ④ 5개    ⑤ 6개

해설

$$2-x \geq 0, x+3 > 0$$

$\therefore -3 < x \leq 2$  이므로 정수의 개수는 5개

19. 실수  $a$  에 대하여  $\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}} = -\sqrt{\frac{a+1}{a-1}}$  일 때,  $\sqrt{a^2+2a+1} + \sqrt{a^2-2a+1}$  의 값은?

①  $-2$

②  $2a$

③  $2a-2$

④  $-2a$

⑤  $2$

해설

$$\sqrt{\frac{B}{A}} = -\frac{\sqrt{B}}{\sqrt{A}} \text{ 이려면 } B \geq 0, A < 0$$

$$\therefore \frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}} = -\sqrt{\frac{a-1}{a-1}} \Rightarrow a+1 \geq 0 \quad a-1 < 0$$

$$\Rightarrow -1 \leq a < 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{a^2+2a+1} + \sqrt{a^2-2a+1}$$

$$= |a+1| + |a-1|$$

$$= a+1 - (a-1) = 2$$

20.  $\sqrt{10 + \sqrt{96}}$ 의 정수 부분을  $a$ , 소수 부분을  $b$ 라 할 때,  $a + b + \frac{2}{a+b}$ 의 값을 구하면?

- ①  $2\sqrt{6}$                       ②  $\sqrt{6}$                       ③  $2 - \sqrt{6}$   
④  $3 + \sqrt{6}$                     ⑤  $3 + \sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{10 + \sqrt{96}} &= \sqrt{10 + 2\sqrt{24}} = \sqrt{(\sqrt{6} + \sqrt{4})^2} \\ &= \sqrt{6} + 2, 2 + \sqrt{6} = 4. \times \times \times \\ \therefore \text{정수 부분 } a : 4 \text{ 소수 부분 } b : &= \sqrt{6} - 2 \\ \Rightarrow a + b + \frac{2}{a+b} &= 2 + \sqrt{6} + \frac{2}{2 + \sqrt{6}} \\ &= \sqrt{6} + 2 + \frac{2(\sqrt{6} - 2)}{(\sqrt{6} + 2)(\sqrt{6} - 2)} \\ &= 2\sqrt{6}\end{aligned}$$

21. 남학생 5명, 여학생  $n$  명을 일렬로 세울 때, 남학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수가 8640가지이다. 이 때,  $n$  의 값은?

① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

해설

남학생을 하나로 보면  $n + 1$  명을 일렬로 세우는 방법과 같다 :  
 $(n + 1)!$   
여기에 남학생끼리 자리를 바꾸는 방법을 곱해준다.  $\therefore (n + 1)! \times 5! = 86400$   
 $\therefore (n + 1)! = \frac{86400}{120} = 720 = 6!$   
 $\therefore n = 5$

22. 집합  $X = \{a, b, c, d\}$  에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 일대일 대응의 개수는?

- ① 16 개    ② 24 개    ③ 30 개    ④ 42 개    ⑤ 54 개

해설

집합  $X$ 의 원소를 나열하는 방법의 수와 같다.  
 ${}_4P_4 = 24(\text{개})$

23. 두 함수  $f, g$  가  $f(x) = \frac{1}{x+1}$ ,  $g(x) = \sqrt{x} + 1$  일 때,  $0 \leq x \leq 4$  에서 함수  $y = (f \circ g)(x)$  의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{3}{4}$       ④ 1      ⑤  $\frac{5}{4}$

해설

$$\begin{aligned} (f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(\sqrt{x} + 1) \\ &= \frac{1}{\sqrt{x} + 1 + 1} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x} + 2} \end{aligned}$$

$\sqrt{x} = t$  로 놓으면  
 $0 \leq x \leq 4$  에서  $0 \leq t \leq 2$  이므로

주어진 함수는  $y = \frac{1}{t+2}$  ( $0 \leq t \leq 2$ )

따라서 다음 그림에서  $t = 0$  일 때

최댓값은  $\frac{1}{2}$ ,

$t = 2$  일 때

최솟값은  $\frac{1}{4}$  이므로

구하는 합은  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

