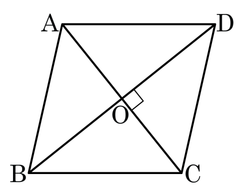
1. 다음은 '마름모의 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.' 를 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 알맞은 것을 보기에서 찾아 써넣어라.



[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
[결론] $\boxed{}$
[증명] 두 대각선 AC, BD 의 교점을 O 라 하면
$\triangle ABO$ 와 $\triangle ADO$ 에서 $\overline{AB} = \boxed{}$ (가정)
$\overline{AO}$ 는 공통, $\overline{OB} = \boxed{}$ 이므로
$\triangle ABO \equiv \triangle ADO$ ($\boxed{}$ 합동)
$\therefore \angle AOB = \angle AOD$
이 때, $\angle AOB + \angle AOD = 180°$ 이므로
$\angle AOB = \angle AOD = \boxed{}$ 이다. $\therefore$ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
따라서 마름모의 두 대각선은 직교한다.

㉠ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$	㉡ $\overline{DA}$	㉢ $\overline{OD}$	㉣ SSS
㉤ SAS	㉥ 45°	㉦ 180°	㉧ 90°

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

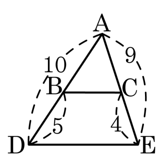
▷ 정답 : ㉧

해설

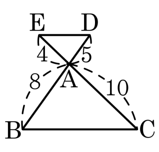
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
[결론] $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
[증명] 두 대각선 AC, BD 의 교점을 O 라 하면
$\triangle ABO$ 와 $\triangle ADO$ 에서 $\overline{AB} = \overline{DA}$ (가정)
$\overline{AO}$ 는 공통 $\overline{OB} = \overline{OD}$ 이므로
$\triangle ABO \equiv \triangle ADO$ (SSS 합동)
$\therefore \angle AOB = \angle AOD$
이 때, $\angle AOB + \angle AOD = 180°$ 이므로
$\angle AOB = \angle AOD = 90°$ 이다.
$\therefore$ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
따라서 마름모의 두 대각선은 직교한다.

2. 다음 그림 중 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 인 것을 모두 고르면?

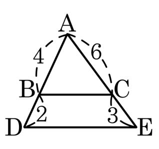
①



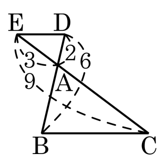
②



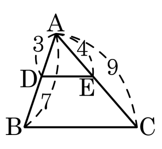
③



④



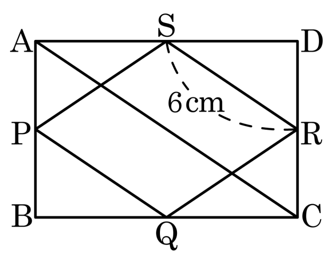
⑤



해설

$\overline{DE}//\overline{BC}$ 이므로 $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음) 이다.
③ $4 : 2 = 6 : 3$ 이 성립하므로 $\overline{BC}//\overline{DE}$ 이다.
④ $3 : 9 = 2 : 6$ 이 성립하므로 $\overline{BC}//\overline{DE}$ 이다.

3. 직사각형 ABCD 에서 각 변의 중점 $\mathrm{P, Q, R, S}$ 를 연결한 □PQRS 는 마름모이다. □PQRS 의 한 변의 길이가 6cm 일 때, $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 길이는?



① 10cm ② 11cm ③ 12cm ④ 15cm ⑤ 16cm

해설

$\overline{\mathrm{AC}} = 2\overline{\mathrm{SR}} = 2 \times 6 = 12(\mathrm{cm})$

4. 서로 다른 두 개의 주사위를 던질 때, 눈의 합이 5 이하인 경우의 수를 구하면?

① 4가지 ② 5가지 ③ 8가지
④ 10가지 ⑤ 12가지

해설

합이 5인 경우 : (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)
합이 4 : (1, 3), (2, 2), (3, 1)
합이 3 : (1, 2), (2, 1)
합이 2 : (1, 1)
모두 10가지

5. 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는?

① 12 가지 ② 15 가지 ③ 20 가지
④ 30 가지 ⑤ 36 가지

해설

$6 \times 6 = 36$ (가지)

6. 가, 나, 다, 라, 마 다섯 명의 후보 중에서 2 명의 대표를 뽑을 때, 일어날 수 있는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 10 가지

해설

$\frac{5 \times 4}{2} = 10$ (가지)

7. 민준이가 어떤 문제를 맞힐 확률은 $\frac{1}{6}$이다. 민준이가 두 문제를 풀어서 적어도 한 문제를 맞힐 확률은?

① $\frac{11}{36}$ ② $\frac{15}{36}$ ③ $\frac{25}{36}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

(적어도 한 문제를 맞힐 확률)

$= 1-$ (두 문제 모두 틀릴 확률)

$= 1- \left(1-\frac{1}{6}\right) \times \left(1-\frac{1}{6}\right)$

$= 1- \frac{5}{6} \times \frac{5}{6}$

$= 1- \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$

8. 주머니 속에 흰 공이 3개, 검은 공이 4개 들어 있다. 두 번 계속해서 한 개씩의 공을 꺼낼 때, 처음에 꺼낸 공은 검은 공이고, 두 번째 꺼낸 공은 흰 공일 확률은? (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.)

① $\frac{14}{15}$　② $\frac{3}{7}$　③ $\frac{2}{7}$　④ $\frac{1}{2}$　⑤ $\frac{12}{49}$

해설

$\frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{2}{7}$

9. 다음 조건에 알맞은 사각형을 모두 구하면?

'대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.'

① 평행사변형, 등변사다리꼴, 마름모, 정사각형
② 등변사다리꼴, 평행사변형, 마름모
③ 마름모, 정사각형
④ 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형
⑤ 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형

해설
대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 것은 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형이다.

10. 다음 보기 중에서 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 모두 몇 개인가?

보기

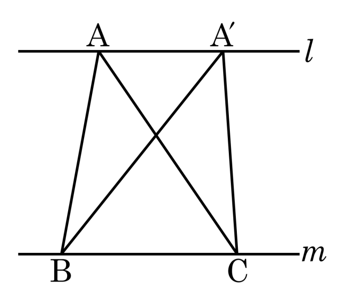
㉠ 등변사다리꼴 ㉡ 마름모
㉢ 직사각형 ㉣ 정사각형
㉤ 평행사변형

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

두 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형, 정사각형, 등변사다리꼴이다. 따라서 ㉠, ㉢, ㉣ 3 개이다.

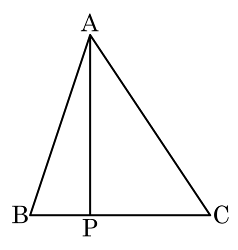
11. 다음 그림에서 $l // m$ 이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 $30cm^2$ 일 때, $\triangle A'BC$ 의 넓이는?



① $10cm^2$ ② $15cm^2$ ③ $20cm^2$
④ $25cm^2$ ⑤ $30cm^2$

해설
삼각형의 밑변의 길이와 높이가 같으므로
$\triangle ABC = \triangle A'BC$
따라서 $\triangle A'BC$ 의 넓이는 $30cm^2$ 이다.

12. 다음 그림에서 $\overline{BP} : \overline{CP} = 1 : 2$, $\triangle ABC = 8\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

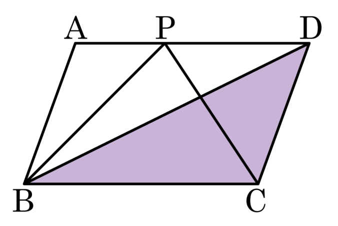
▷ 정답 : $\frac{8}{3}\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle APC$ 의 높이는 같으므로

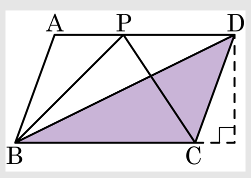
$\triangle ABP = 8 \times \frac{1}{3} = \frac{8}{3}\ (\text{cm}^2)$

13. 다음 그림과 같이 □ABCD가 평행사변형이고 $\triangle PBC = 14\text{cm}^2$일 때, 어두운 부분의 넓이는?



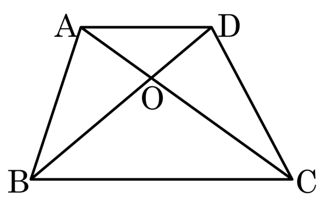
① 13cm^2　② 14cm^2　③ 15cm^2
④ 16cm^2　⑤ 17cm^2

해설



$\triangle PBC$와 $\triangle DBC$는 밑변의 길이 $\overline{BC}$와 높이가 같으므로 $\triangle DBC = \triangle PBC = 14(\text{cm}^2)$이다.

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\triangle DCO$ 의 넓이가 40 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.
(단, $2\overline{AO} = \overline{CO}$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

$\triangle ABO = \triangle DCO = 40$
또, $2\overline{AO} = \overline{CO}$ 이므로
$\therefore \triangle BOC = 80$
따라서 $\triangle ABC = \triangle ABO + \triangle BOC = 40 + 80 = 120$

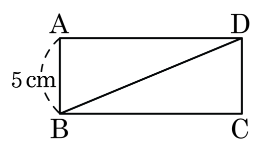
15. 직각삼각형 ABC의 각 변의 길이는 $x-1$, x, $x+1$ 이다. x의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(x+1)^2 = x^2 + (x-1)^2$
$x^2 + 2x + 1 = x^2 + x^2 - 2x + 1$
$x^2 - 4x = 0$
$\therefore x = 4 (\because x > 0)$

16. 다음 그림과 같이 세로의 길이가 5 인 직사각형의 넓이가 60 일 때, 직사각형의 대각선 $\overline{BD}$ 의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

직사각형의 넓이는
$5 \times \overline{AD} = 60$ 이므로
$\overline{AD} = 12$
$\overline{BD} = x$ 라 하면
피타고라스 정리에 따라
$5^2 + 12^2 = x^2$
x 는 변의 길이이므로 양수이다.
따라서 $x = 13$ 이다.

17. A 주머니에는 붉은 공이 1 개, 흰 공이 2 개 들어있고, B 주머니에는 붉은 공이 3 개, 흰 공이 2 개가 들어 있다. A 주머니와 B 주머니에서 각각 공을 한 개씩 꺼낼 때, 서로 다른 색의 공이 나올 확률은?

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{2}{15}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{8}{15}$ ⑤ $\frac{6}{25}$

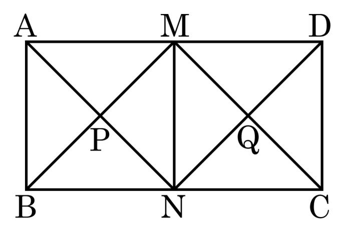
해설

A 주머니에서 흰 공을 꺼낼 때, B 주머니에서 붉은 공을 꺼낼 확률 : $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$

A 주머니에서 붉은 공을 꺼낼 때, B 주머니에서 흰 공을 꺼낼 확률 : $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}$

$\therefore \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{8}{15}$

18. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AD} = 2\overline{AB}$ 이고 점 M , N 은 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. 이 때, □MPNQ 는 어떤 사각형인지 말하여라.



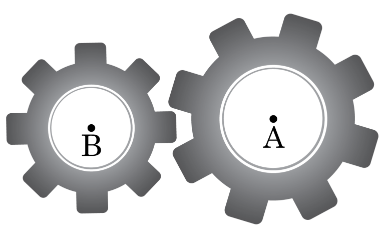
▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

□ABNM 과 □MNCD 는 정사각형이다. □MPNQ 는 정사각형의 대각선의 절반을 한 변으로 함으로, □MPNQ 는 네 변의 길이가 같고, 내각이 $90°$ 이다. 따라서 □MPNQ 는 정사각형이다.

19. 다음 그림의 톱니바퀴에서 A 톱니바퀴가 3회전하면 B 톱니바퀴는 5회전한다고 한다. A 톱니바퀴의 넓이가 $150\pi\,\text{cm}^2$ 일 때, B 톱니바퀴의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm^2

▷ 정답 : $54\pi\,\text{cm}^2$

해설

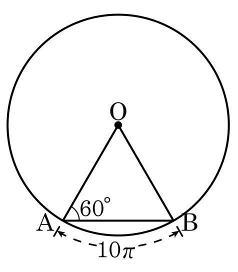
회전수와 톱니의 둘레는 반비례하므로

$\text{A} : \text{B} = 5 : 3$(둘레의비)

(넓이 비) $\text{A} : \text{B} = 5^2 : 3^2 = 25 : 9 = 150\pi : \text{B}$

$\therefore \text{B} = 54\pi(\text{cm}^2)$

20. 다음 그림과 같이 $\angle OAB = 60°$ 인 부채꼴 OAB 에서 $\overset{\frown}{AB} = 10\pi$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

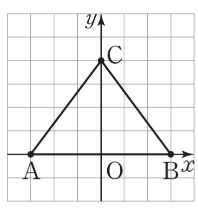
▷ 정답 : 30

해설

$\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle AOB = 60°$ 이고,
$2\pi \times \overline{OA} \times \dfrac{60°}{360°} = 10\pi,\ \overline{OA} = 30$
점 O 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라하면
$\overline{OA} : \overline{AH} = 2 : 1$
$\overline{AH} = 15$
$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = 30$

21.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형 ABC가 있다. A$(-3,\ 0)$, B$(3,\ 0)$, C$(0,\ 4)$일 때, $\triangle$ABC의 둘레의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\overline{AO}=\overline{BO}=3$, $\overline{CO}=4$이므로

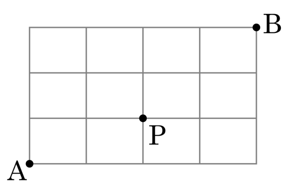
$\triangle$AOC에서

$\overline{AC}^2=3^2+4^2=25$ $\quad\therefore$ $\overline{AC}=\overline{BC}=5$

$\therefore$ ($\triangle$ABC의 둘레의 길이)$=\overline{AC}+\overline{AB}+\overline{BC}$

$=5+6+5=16$

22. 다음 그림에서 A 지점을 출발하여 P 지점을 거쳐 B 지점까지 가는 최단거리는 모두 몇 가지인지 구하여라.



▶ 답 : ____________ 가지

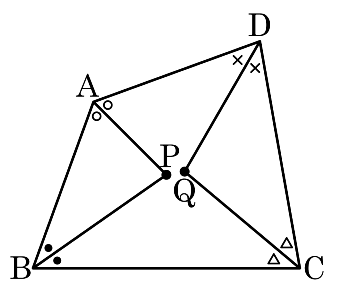
▷ 정답 : 18 가지

해설

A 에서 P 까지 가는 경우의 수는
3 가지
P 에서 B 까지 가는 경우의 수는
6 가지

따라서 A 지점을 출발하여 P 지점을 거쳐 B 지점까지 가는 최단거리는
$3 \times 6 = 18$(가지) 이다.

23. 사각형 ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 P , $\angle C$ 와 $\angle D$ 의 이등분선의 교점을 Q 라 할 때, $\angle APB + \angle DQC$ 의 크기를 구하여라.

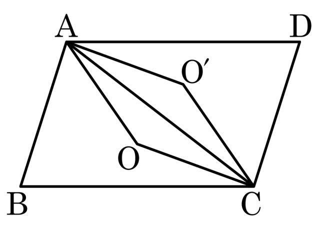


① $90°$ ② $150°$ ③ $180°$ ④ $210°$ ⑤ $240°$

해설

$\angle PAB = a,\ \angle PBA = b,\ \angle DCQ = c,\ \angle CDQ = d$ 라 하면,
□ABCD 에서
$2a + 2b + 2c + 2d = 360°\ \therefore\ a + b + c + d = 180°$
$\triangle ABP$ 와 $\triangle DQC$ 에서
$a + b + \angle APB + c + d + \angle DQC = 360°$
$\therefore\ \angle APB + \angle DQC = 180°$

24. 평행사변형 ABCD 에서 점 O, O' 은 각각 $\triangle\mathrm{ABC}, \triangle\mathrm{ACD}$ 의 외심이다. $\square\mathrm{AOCO}'$ 은 어떤 사각형인가?



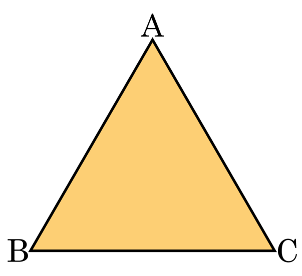
▶ 답 :

▷ 정답 : 마름모

해설

점 O, O' 가 $\triangle\mathrm{ABC}, \triangle\mathrm{ACD}$ 의 외심이므로
$\angle\mathrm{AOC} = 2\angle\mathrm{B} = \angle\mathrm{AO'C} = 2\angle\mathrm{D}$
$\angle\mathrm{OAC} = \angle\mathrm{OCA}, \angle\mathrm{O'AC} = \angle\mathrm{O'CA}$
$\angle\mathrm{O'AO} = \angle\mathrm{O'CO}$
두 쌍의 대각의 크기가 같으므로 $\square\mathrm{AOCO}'$ 는 평행사변형이다.
$\overline{\mathrm{AO'}} // \overline{\mathrm{OC}}, \overline{\mathrm{AO}} // \overline{\mathrm{O'C}}$ 이고
$\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{OC}} = \overline{\mathrm{AO'}} = \overline{\mathrm{O'C}}$ 이므로
$\square\mathrm{AOCO}'$ 는 마름모이다.

25. 다음 그림과 같이 정삼각형 ABC 가 있다. 인해와 혜지가 한 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수만큼 $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 B 에서 출발하여 삼각형 변을 따라 시계방향으로 점을 이동시키고 있다. 인해와 혜지가 차례로 한번씩 주사위를 던질 때, 인해는 점 C 에 혜지는 점 A 에 점을 놓게 될 확률을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{9}$

해설

점 B 에서 출발하여 A 에 놓일 경우는

$$\begin{cases} B \to A \\ B \to A \to C \to B \to A \quad \therefore 1 \text{ 또는 } 4 \end{cases}$$

점 B 에서 출발하여 C 에 놓일 경우는

$$\begin{cases} B \to A \to C \\ B \to A \to C \to B \to A \to C \quad \therefore 2 \text{ 또는 } 5 \end{cases}$$

따라서 인해가 점 C에 갈 확률은 $\frac{1}{3}$, 혜지가 점 A에 갈 확률은 $\frac{1}{3}$ 이다.

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$