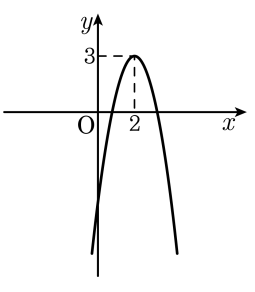
1. x 축에 대해 서로 대칭인 그래프를 모두 고르면?

① $y = -2x^2$ ② $y = \frac{1}{3}x^2$ ③ $y = -3x^2$
④ $y = -\frac{1}{3}x^2$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x^2$

해설

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.

2. 다음 포물선은 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다. $p+q$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

꼭짓점의 좌표가 (2, 3) 이므로 포물선의 식은
$y = -2(x-2)^2 + 3$
따라서 $p = 2$, $q = 3$ 이므로 $p + q = 2 + 3 = 5$

3. 이차함수 $y=-\frac{1}{3}(x-2)(x+4)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $(1,\ 3)$ ② $(1,\ -3)$ ③ $(-1,\ -3)$
④ $(-1,\ 3)$ ⑤ $(-3,\ 3)$

해설

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{3}(x-2)(x+4) \\ &= -\frac{1}{3}(x^2+2x-8) \\ &= -\frac{1}{3}(x^2+2x+1-1)+\frac{8}{3} \\ &= -\frac{1}{3}(x+1)^2+\frac{1}{3}+\frac{8}{3} \\ &= -\frac{1}{3}(x+1)^2+3 \end{aligned}$$

4. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 2 + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 하는 k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k < -5$

해설

$y = -3x^2 + 6x + 2 + k$
$= -3(x-1)^2 + 5 + k$

x 축과 만나지 않으려면 $5 + k < 0$, $k < -5$ 이다.

5. 다음 함수가 이차함수일 때, k 의 값이 될 수 <u>없는</u> 수를 구하여라.

$$y = -3x^2 + 2 + k(x^2 - 4)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 3$

해설

주어진 식 $y = -3x^2 + 2 + k(x^2 - 4)$ 를 정리하면 $y = (-3 + k)x^2 - 4k + 2$

이차함수가 되려면 x^2 의 계수 $-3 + k \neq 0$ 이어야 한다.

$\therefore k \neq 3$

6. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 + x - 4$ 일 때, $f(-2) + 2f(1)\ f(2)$ 의 값은?

① 9　　② -9　　③ 10　　④ -10　　⑤ 11

해설

$f(-2) = -2$, $f(1) = -2$, $f(2) = 2$ 이므로 $f(-2)+2f(1)\cdot f(2) = -2 - 8 = -10$ 이다.

7. 이차함수 $y = 2x^2 - 4$ 에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -4)$ 이다.

② 축의 방정식은 $x = -4$ 이다.

③ 점 $(1,\ -2)$ 를 지난다.

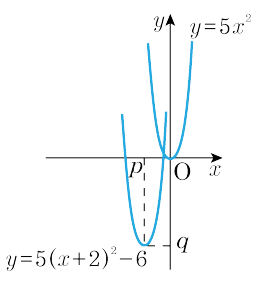
④ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

⑤ y의 값의 범위는 $\{y \mid y \geq -4\}$ 이다.

해설

② 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

8. $y = 5x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 다음 그림과 같았다. 이 때, $p+q$ 의 값은?



① 4　　② 8　　③ −4

④ −8　　⑤ 12

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축으로 q 만큼, x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2 + q$ 인데 함수의 식이 $y = 5(x+2)^2 - 6$ 이므로 $p = -2$, $q = -6$ 이다. 따라서 $p + q = -8$ 이다.

9. 이차함수 $y=-\frac{1}{3}(x+2)^2$ 의 그래프에서 x 값이 증가함에 따라 y 값도 증가하는 x의 값의 범위는?

① $x>0$ ② $x<2$ ③ $x>2$
④ $x>-2$ ⑤ $x<-2$

해설
꼭짓점이 $(-2,0)$ 이고 위로 볼록한 그래프이다. $x<-2$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가한다.

10. 이차함수 $y = a(x+2)^2$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동하면 점 $(-2,\ 4)$ 를 지난다. a 의 값은?

① $-\frac{1}{4}$　② $\frac{1}{4}$　③ $-\frac{1}{2}$　④ $\frac{1}{2}$　⑤ $\frac{1}{8}$

해설

$y = a(x+2)^2$ 의 그래프를 원점에 대칭이동한 함수의 식은
$-y = a(-x+2)^2$
$(-2, 4)$ 를 대입하면
$-4 = 16a$
$\therefore a = -\frac{1}{4}$

11. $y = -x^2 + 2x + 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 범위는?

① $x > 1$　　② $x < 1$　　③ $x > 0$

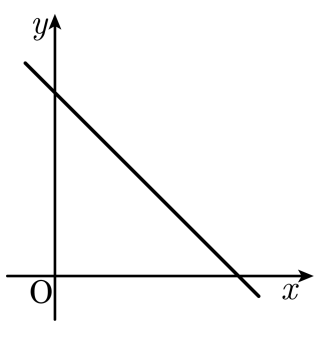
④ $x > -1$　　⑤ $x < -1$

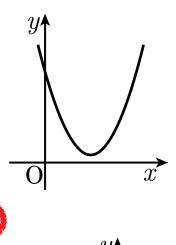
해설

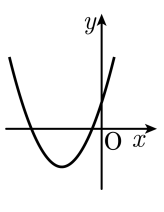
$y = -x^2 + 2x + 3$
$\quad = -(x-1)^2 + 4$

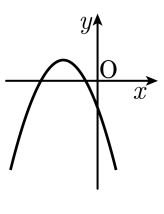
위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식 $x = 1$ 이므로
따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 범위는
$\{x \mid x > 1\}$ 이다.

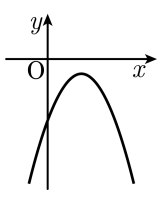
12. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = a(x+b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것은?

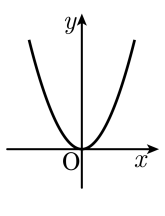


①


②


③


④


⑤


해설

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로 $a < 0$ 이고 (y절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다. 따라서 $y = a(x+b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $-b < 0$, $-a > 0$ 이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프이다.

13. 이차함수 $y = -2x^2 - 12x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(-2,\ 0)$, $(0,\ -16)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

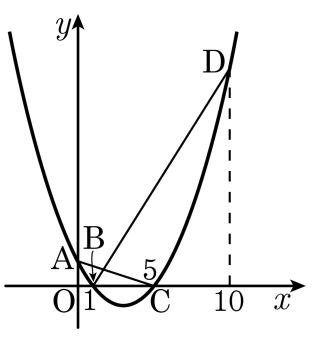
▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

평행이동한 그래프의 식을
$y = -2x^2 + bx + c$ 라고 하자.
$y = -2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 $(-2,\ 0)$, $(0,\ -16)$ 을 지나므로
$0 = -8 - 2b + c,\ -16 = c$
$0 = -8 - 2b - 16 \qquad \therefore\ b = -12$
$y = -2x^2 - 12x - 16 = -2(x+3)^2 + 2$
$y = -2x^2 - 12x + 3 = -2(x+3)^2 + 21$
꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 21)$ 에서 $(-3,\ 2)$ 로 이동하였으므로 $p = 0,\ q = -19$ 이다.
$\therefore\ p + q = 0 - 19 = -19$

14. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC 의 넓이가 12 일 때, 삼각형 BCD 의 넓이를 구하면?



① 106 ② 107 ③ 108 ④ 109 ⑤ 110

해설

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (5-1) \times c = 12$ 이다.

$c = 6$, 즉 $A(0, 6)$ 이다.

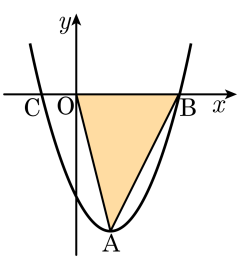
$y = ax^2 + bx + 6 = a(x-1)(x-5) = ax^2 - 6ax + 5a$ 이다.

$5a = 6,\ a = \frac{6}{5},\ b = -\frac{36}{5}$ 이다.

$y = \frac{6}{5}x^2 - \frac{36}{5}x + 6$ 이므로 $D(10, 54)$ 이다.

$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (5-1) \times 54 = 108$

15. 다음 포물선 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 꼭짓점을 A 라 하고, x 축과의 교점을 B, C 라 할 때, △ABO 의 넓이는?



① 16　　② 8　　③ 12

④ 6　　⑤ 10

해설

$y = x^2 - 2x - 3 = (x-1)^2 - 4$

A 의 좌표는 $(1,\ -4)$ 이다.

x 축과 교점은 $y = 0$ 일 때이므로

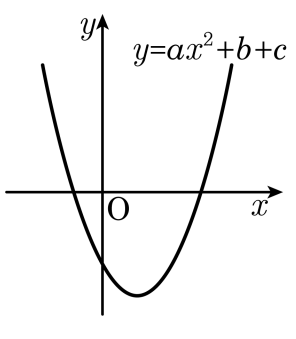
$0 = (x-1)^2 - 4$ 이다.

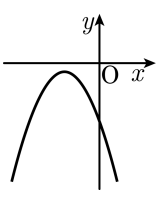
따라서 $x = -1$ 또는 $x = 3$ 이다.

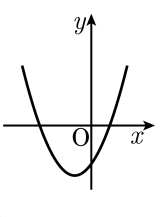
B 의 좌표는 $(3,\ 0)$ 이다.

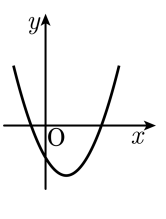
$\therefore \triangle ABO = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$

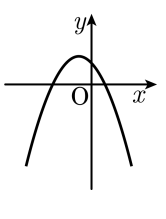
16. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프의 모양은 어느 것인가?

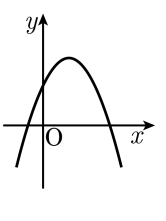


①


②


③


④


⑤


해설

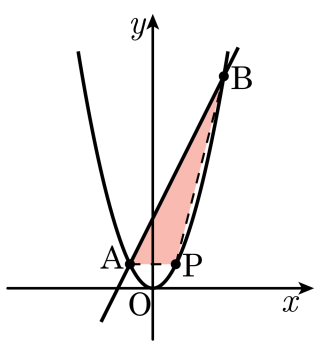
아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $-\dfrac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편 $c < 0$

따라서 $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점의 x 좌표 $-\dfrac{b}{2c} < 0$, y 절편 $a > 0$ 인 포물선이다.

17. 포물선 $y = x^2$과 직선 $y = 2x + 3$의 교점을 A, B라하고, 원점을 O라 한다. 점 P가 원점을 출발하여 포물선을 따라 B까지 움직일 때, △APB의 넓이와 △OAB의 넓이가 같게 되는 점 P의 좌표는?



① $(1, 1)$ ② $(1, 2)$ ③ $(2, 1)$ ④ $(2, 4)$ ⑤ $(3, 2)$

해설

△APB와 △AOB의 넓이가 같으면 직선 AB와 직선 OP는 평행하므로
직선 OP의 기울기는 2이고 직선 OP는 $y = 2x$이다. 점 P는 $y = x^2$과 $y = 2x$의 교점이므로
$x^2 = 2x$, $x^2 - 2x = 0$, $x(x - 2) = 0$
$\therefore x = 2,\ y = 4$또는 $x = 0,\ y = 0$ (원점)
그런데 P는 원점이 아니므로 $P(2,\ 4)$이다.

18. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 5$과 $y = a(x-1)^2 + b$의 그래프가 서로의 꼭짓점을 지날 때, a, b의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

$y = x^2 - 4x + 5 = (x-2)^2 + 1$의 꼭짓점은 $(2,\ 1)$
$y = a(x-1)^2 + b$의 꼭짓점은 $(1,\ b)$
$(1,\ b)$를 $y = x^2 - 4x + 5$에 대입하면 $b = 2$
$(2,\ 1)$을 $y = a(x-1)^2 + b$에 대입하면 $a = -1$
$\therefore\ a = -1,\ b = 2$

19. 이차함수 $y = (x-1)(x-p^2)$ $(p > 0)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점, y 축과 만나는 한 점을 연결한 삼각형의 외심 O 의 x 좌표가 6 일 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{11}$

해설

x 축과 만나는 두 점은 $(1,\ 0)$, $(p^2,\ 0)$ 이고
y 축과 만나는 점은 $(0,\ p^2)$

외심 O 의 x 좌표가 6 이므로 $\dfrac{p^2+1}{2} = 6$

$\therefore\ p = \pm\sqrt{11}$
따라서 $p > 0$ 이므로 $p = \sqrt{11}$ 이다.

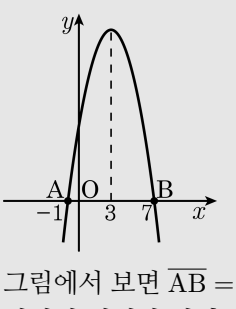
20. $y=-x^2+6x+k$의 그래프가 x축과 두 점에서 만나고, 두 교점 사이의 거리가 8일 때, k의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$y=-x^2+6x+k$
$=-(x^2-6x+9-9)+k$
$=-(x-3)^2+9+k$
축의 방정식은 $x=3$



그림에서 보면 $\overline{AB}=8$이므로 A, B는 축 $x=3$에서 각각 4만큼 떨어져 있어야 한다.
따라서 A, B의 x좌표는 각각 $-1, 7$이다.
즉 x절편이 $-1, 7$이므로 식은 $y=-(x+1)(x-7)$
전개하면 $y=-x^2+6x+7$ $\therefore k=7$

해설

x축과의 교점의 x좌표를 각각 α, β라 하면 α, β는 $0=-x^2+6x+k$의 두 근이다.
근과 계수와의 관계에 의해 $\alpha+\beta=6, \alpha\beta=-k$
두 점 사이의 거리
$|\alpha-\beta|=8$, $|\alpha-\beta|^2=8^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$
$64=36+4k, 4k=28$ $\therefore k=7$