

1. x 축에 대해 서로 대칭인 그래프를 모두 고르면?

① $y = -2x^2$

② $y = \frac{1}{3}x^2$

③ $y = -3x^2$

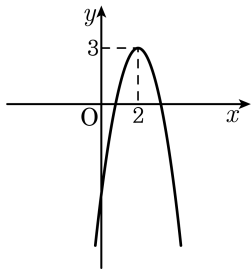
④ $y = -\frac{1}{3}x^2$

⑤ $y = \frac{1}{2}x^2$

해설

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.

2. 다음 포물선은 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. $p+q$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, 3)$ 이므로 포물선의 식은

$$y = -2(x - 2)^2 + 3$$

따라서 $p = 2$, $q = 3$ 이므로 $p + q = 2 + 3 = 5$

3. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x-2)(x+4)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① (1, 3)

② (1, -3)

③ (-1, -3)

④ (-1, 3)

⑤ (-3, 3)

해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{3}(x-2)(x+4) \\&= -\frac{1}{3}(x^2 + 2x - 8) \\&= -\frac{1}{3}(x^2 + 2x + 1 - 1) + \frac{8}{3} \\&= -\frac{1}{3}(x+1)^2 + \frac{1}{3} + \frac{8}{3} \\&= -\frac{1}{3}(x+1)^2 + 3\end{aligned}$$

4. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 2 + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 하는 k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k < -5$

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x + 2 + k \\ &= -3(x-1)^2 + 5 + k \end{aligned}$$

x 축과 만나지 않으려면 $5 + k < 0$, $k < -5$ 이다.

5. 다음 함수가 이차함수일 때, k 의 값이 될 수 없는 수를 구하여라.

$$y = -3x^2 + 2 + k(x^2 - 4)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 3$

해설

주어진 식 $y = -3x^2 + 2 + k(x^2 - 4)$ 를 정리하면 $y = (-3 + k)x^2 - 4k + 2$

이차함수가 되려면 x^2 의 계수 $-3 + k \neq 0$ 이어야 한다.

$\therefore k \neq 3$

6. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 + x - 4$ 일 때, $f(-2) + 2f(1) \cdot f(2)$ 의 값은?

① 9

② -9

③ 10

④ -10

⑤ 11

해설

$f(-2) = -2$, $f(1) = -2$, $f(2) = 2$ 이므로 $f(-2) + 2f(1) \cdot f(2) = -2 - 8 = -10$ 이다.

7. 이차함수 $y = 2x^2 - 4$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(0, -4)$ 이다.

② 축의 방정식은 $x = -4$ 이다.

③ 점 $(1, -2)$ 를 지난다.

④ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

⑤ y 의 값의 범위는 $\{y \mid y \geq -4\}$ 이다.

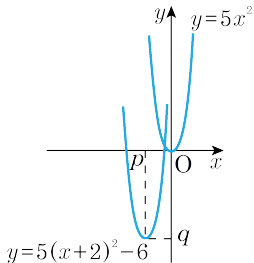
해설

② 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

8. $y = 5x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 다음 그림과 같았다. 이 때, $p + q$ 의 값은?

① 4 ② 8 ③ -4

④ -8 ⑤ 12



해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축으로 q 만큼, x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x - p)^2 + q$ 인데 함수의 식이 $y = 5(x + 2)^2 - 6$ 이므로 $p = -2$, $q = -6$ 이다. 따라서 $p + q = -8$ 이다.

9. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2$ 의 그래프에서 x 값이 증가함에 따라 y 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 0$

② $x < 2$

③ $x > 2$

④ $x > -2$

⑤ $x < -2$

해설

꼭짓점이 $(-2, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프이다. $x < -2$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가한다.

10. 이차함수 $y = a(x + 2)^2$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동하면 점 $(-2, 4)$ 를 지난다. a 의 값은?

① $-\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{4}$

③ $-\frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{8}$

해설

$y = a(x + 2)^2$ 의 그래프를 원점에 대칭이동한 함수의 식은

$$-y = a(-x + 2)^2$$

$(-2, 4)$ 를 대입하면

$$-4 = 16a$$

$$\therefore a = -\frac{1}{4}$$

11. $y = -x^2 + 2x + 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 범위는?

① $x > 1$

② $x < 1$

③ $x > 0$

④ $x > -1$

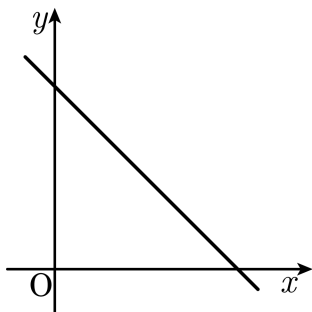
⑤ $x < -1$

해설

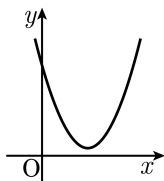
$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 3 \\ &= -(x-1)^2 + 4 \end{aligned}$$

위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식 $x = 1$ 이므로 따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 범위는 $\{x \mid x > 1\}$ 이다.

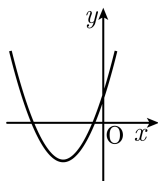
12. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것은?



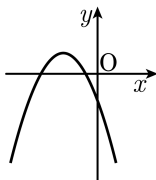
①



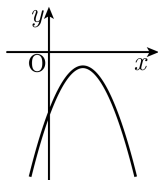
②



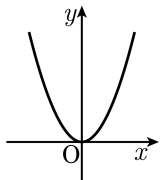
③



④



⑤



해설

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로 $a < 0$ 이고 (y 절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다. 따라서 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $-b < 0$, $-a > 0$ 이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프이다.

13. 이차함수 $y = -2x^2 - 12x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

평행이동한 그래프의 식을

$y = -2x^2 + bx + c$ 라고 하자.

$y = -2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지나므로

$$0 = -8 - 2b + c, \quad -16 = c$$

$$0 = -8 - 2b - 16 \quad \therefore b = -12$$

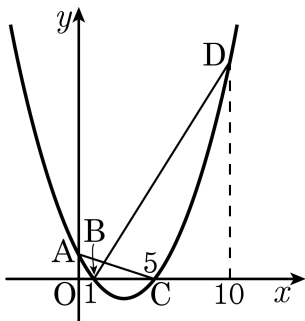
$$y = -2x^2 - 12x - 16 = -2(x + 3)^2 + 2$$

$$y = -2x^2 - 12x + 3 = -2(x + 3)^2 + 21$$

꼭짓점의 좌표가 $(-3, 21)$ 에서 $(-3, 2)$ 로 이동하였으므로 $p = 0$, $q = -19$ 이다.

$$\therefore p + q = 0 - 19 = -19$$

14. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC 의 넓이가 12 일 때, 삼각형 BCD 의 넓이를 구하면?



① 106

② 107

③ 108

④ 109

⑤ 110

해설

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times c = 12 \text{ 이다.}$$

$c = 6$, 즉 $A(0, 6)$ 이다.

$$y = ax^2 + bx + 6 = a(x - 1)(x - 5) = ax^2 - 6ax + 5a \text{ 이다.}$$

$$5a = 6, a = \frac{6}{5}, b = -\frac{36}{5} \text{ 이다.}$$

$$y = \frac{6}{5}x^2 - \frac{36}{5}x + 6 \text{ 이므로 } D(10, 54) \text{ 이다.}$$

$$\Delta BCD = \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times 54 = 108$$

15. 다음 포물선 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 꼭짓점을 A 라 하고, x 축과의 교점을 B, C 라 할 때, $\triangle ABO$ 의 넓이는?

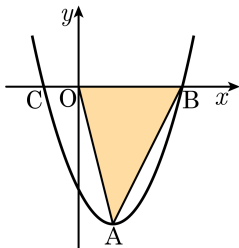
① 16

② 8

③ 12

④ 6

⑤ 10



해설

$$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$$

A 의 좌표는 $(1, -4)$ 이다.

x 축과 교점은 $y = 0$ 일 때이므로

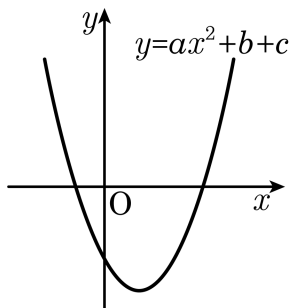
$$0 = (x - 1)^2 - 4 \text{ 이다.}$$

따라서 $x = -1$ 또는 $x = 3$ 이다.

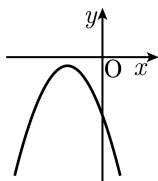
B 의 좌표는 $(3, 0)$ 이다.

$$\therefore \triangle ABO = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$$

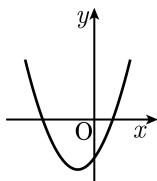
16. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프의 모양은 어느 것인가?



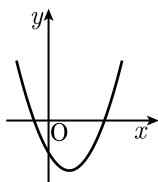
①



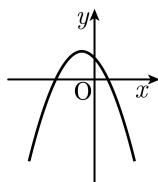
②



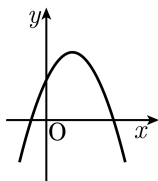
③



④



⑤



해설

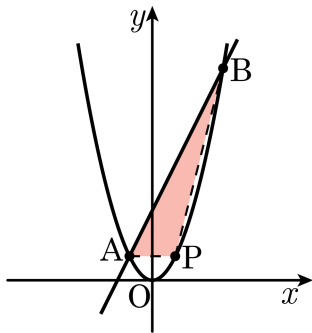
아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편 $c < 0$

따라서 $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2c} < 0$, y 절편 $a > 0$ 인 포물선이다.

17. 포물선 $y = x^2$ 과 직선 $y = 2x + 3$ 의 교점을 A, B라하고, 원점을 O라 한다. 점 P가 원점을 출발하여 포물선을 따라 B까지 움직일 때, $\triangle APB$ 의 넓이와 $\triangle OAB$ 의 넓이가 같게 되는 점 P의 좌표는?



- ① (1,1) ② (1,2) ③ (2,1) ④ (2,4) ⑤ (3,2)

해설

$\triangle APB$ 와 $\triangle AOB$ 의 넓이가 같으면 직선 AB와 직선 OP는 평행하므로

직선 OP의 기울기는 2이고 직선 OP는 $y = 2x$ 이다. 점 P는 $y = x^2$ 과 $y = 2x$ 의 교점이므로

$$x^2 = 2x, x^2 - 2x = 0, x(x - 2) = 0$$

$\therefore x = 2, y = 4$ 또는 $x = 0, y = 0$ (원점)

그런데 P는 원점이 아니므로 P(2, 4)이다.

18. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 5$ 과 $y = a(x - 1)^2 + b$ 의 그래프가 서로의 꼭짓점을 지날 때, a , b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

$y = x^2 - 4x + 5 = (x - 2)^2 + 1$ 의 꼭짓점은 $(2, 1)$

$y = a(x - 1)^2 + b$ 의 꼭짓점은 $(1, b)$

$(1, b)$ 를 $y = x^2 - 4x + 5$ 에 대입하면 $b = 2$

$(2, 1)$ 을 $y = a(x - 1)^2 + b$ 에 대입하면 $a = -1$

$\therefore a = -1, b = 2$

19. 이차함수 $y = (x-1)(x-p^2)$ ($p > 0$) 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점, y 축과 만나는 한 점을 연결한 삼각형의 외심 O 의 x 좌표가 6 일 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{11}$

해설

x 축과 만나는 두 점은 $(1, 0)$, $(p^2, 0)$ 이고
 y 축과 만나는 점은 $(0, p^2)$

외심 O 의 x 좌표가 6 이므로 $\frac{p^2 + 1}{2} = 6$

$$\therefore p = \pm \sqrt{11}$$

따라서 $p > 0$ 이므로 $p = \sqrt{11}$ 이다.

20. $y = -x^2 + 6x + k$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나고, 두 교점 사이의 거리가 8일 때, k 의 값을 구하여라.

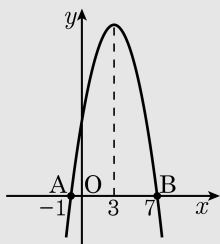
▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 6x + k \\ &= -(x^2 - 6x + 9 - 9) + k \\ &= -(x - 3)^2 + 9 + k \end{aligned}$$

축의 방정식은 $x = 3$



그림에서 보면 $\overline{AB} = 8$ 이므로 A, B는 축 $x = 3$ 에서 각각 4만큼 떨어져 있어야 한다.

따라서 A, B의 x 좌표는 각각 $-1, 7$ 이다.

즉 x 절편이 $-1, 7$ 이므로 식은 $y = -(x + 1)(x - 7)$

전개하면 $y = -x^2 + 6x + 7 \therefore k = 7$

해설

x 축과의 교점의 x 좌표를 각각 α, β 라 하면 α, β 는 $0 = -x^2 + 6x + k$ 의 두 근이다.

근과 계수와의 관계에 의해 $\alpha + \beta = 6, \alpha\beta = -k$

두 점 사이의 거리

$$|\alpha - \beta| = 8, |\alpha - \beta|^2 = 8^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$$

$$64 = 36 + 4k, 4k = 28 \therefore k = 7$$