

1. 이차함수 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $f(0) = 0$

② $f(-1) = 0$

③ $f(1) = 2$

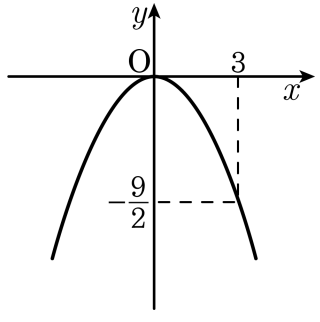
④ $f(2) = 3$

⑤ $f(-2) = 7$

해설

② $f(-1) = (-1)^2 - 2 \times (-1) - 3 = 0$

2. 다음 그림의 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 그래프의 이차함수의 식 $y = a'x^2$ 에서 a' 의 값은?



- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ -1 ⑤ 2

해설

$y = ax^2$ 에 $\left(3, -\frac{9}{2}\right)$ 를 대입하면 $a = -\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 이므로 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수는 $y = \frac{1}{2}x^2$ 이다.

3. 다음 이차함수 중 그래프의 꼭짓점이 제 3 사분면 위에 있는 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $y = -(x + 1)^2 + 3$
- ㉡ $y = \frac{1}{2}(x + 5)^2 - 3$
- ㉢ $y = -3(x - 1)^2 + 2$
- ㉣ $y = -2(x - 1)^2 + 4$
- ㉤ $y = 3(x + 3)^2 - 6$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

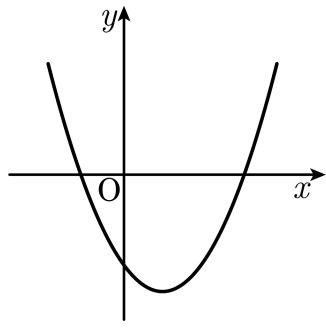
▶ 정답 : ㉤

해설

제 3 사분면 위에 꼭짓점의 좌표는 (음수, 음수)이다.

- ㉠ (-1, 3)
- ㉡ (-5, -3)
- ㉢ (1, 2)
- ㉣ (1, 4)
- ㉤ (-3, -6)

4. 다음 그림은 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프이다. a, p, q 의 부호로 옳은 것은?



- ① $a < 0, p > 0, q > 0$ ② $a > 0, p < 0, q < 0$
③ $a > 0, p < 0, q > 0$ ④ $a > 0, p > 0, q < 0$
⑤ $a > 0, p > 0, q > 0$

해설

이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 가 아래로 볼록이므로 $a > 0$ 이고, 꼭짓점 (p, q) 는 제4 사분면에 있으므로 $p > 0, q < 0$ 이다.

5. 이차함수 $y = 3(x - 1)^2 + 2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 고르면? (정답 2 개)
- ① $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프이다.
 - ② 위로 볼록인 포물선이다.
 - ③ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.
 - ④ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 2)$ 이다.
 - ⑤ 점 $(0, 2)$ 를 지난다.

해설

- ② x^2 의 계수가 양이므로 아래로 볼록하다.
- ④ 꼭짓점은 $(1, 2)$ 이다.
- ⑤ $(0, 2)$ 를 대입하면 식이 성립하지 않는다.

6. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동시키면 점 $(p, -18)$ 을 지난다. p 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 0

해설

$y = -2(x - 3)^2$ 에 점 $(p, -18)$ 대입
 $-18 = -2(p - 3)^2$, $(p - 3)^2 = 9$,
 $p - 3 = \pm 3$, $p = 3 \pm 3$,
따라서 $p = 6$ 또는 $p = 0$ 이다.

7. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 조건을 만족할 때, 상수 b 의 값을 구하여라.

(가) 상수 m, n 에 대하여 $m - n = 6$ 이다.
(나) 두 점 $(1, m)$ 과 $(-1, n)$ 을 지난다.

▶ 답 :

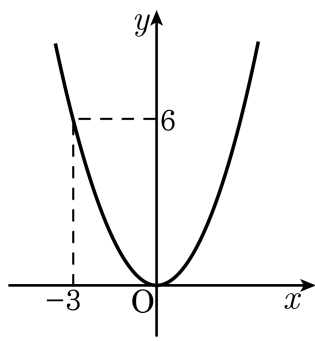
▷ 정답 : 3

해설

두 점 $(1, m)$ 과 $(-1, n)$ 을 함수식에 대입하면 $m = a + b + c$, $n = a - b + c$

두 식을 연립하여 풀면 $m - n = 2b$, $m - n = 6$ 이므로 $2b = 6$ $\therefore b = 3$

8. 다음 그림과 같이 y 가 x 의 제곱에 정비례하는 이차함수 $y = f(x)$ 에 대하여 $f(-3) = 6$ 일 때, $f(-1)$ 의 값은?



- ① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$f(x) = ax^2$ 에서 $f(-3) = 6$ 이므로 $6 = a \times (-3)^2$, $9a = 6$, $a = \frac{2}{3}$ $\therefore f(x) = \frac{2}{3}x^2$

따라서 $f(-1) = \frac{2}{3} \times (-1)^2 = \frac{2}{3}$ 이다.

9. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁을 때, 보기에서 a 의 값이 될 수 있는 것을 모두 골라라.

보기

$\frac{1}{4}, -3, -\frac{1}{4}, \frac{5}{2}, 3, 4$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

해설

a 의 절댓값이 클수록 포물선의 폭이 좁다. a 의 절댓값이 2보다 큰 것은 $-3, \frac{5}{2}, 3, 4$ 이다.

10. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하였더니 점 $(a, 2)$ 를 지났다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $a = 5$

해설

$y = \frac{1}{2}(x-3)^2$ 에 점 $(a, 2)$ 를 대입

$$2 = \frac{1}{2}(a-3)^2, (a-3)^2 = 4$$

$$a-3 = \pm 2$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = 5$$

11. $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼 y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하였더니 $y = 2x^2 + 4x - 1$ 이 되었다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} y &= 2(x-m)^2 + n \text{이므로} \\ y &= 2x^2 + 4x - 1 \\ &= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 \\ &= 2(x+1)^2 - 2 - 1 \\ &= 2(x+1)^2 - 3 \\ \therefore m &= -1, n = -3 \\ \therefore m + n &= (-1) + (-3) = -4 \end{aligned}$$

12. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -4$

② $x < -4$

③ $x < 4$

④ $x > 4$

⑤ $x > -5$

해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 4만큼 평행이동하면 $y = -(x-4)^2$
꼭짓점이 $(4, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프이므로
 $x < 4$ 인 범위에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

13. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 10$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 두 개 고르면?

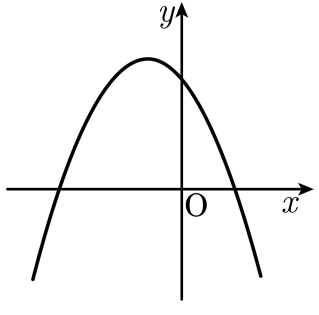
- ① y 절편은 10 이다.
- ② $x > 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
- ③ x 축과 만나는 점의 좌표가 (1, 0), (5, 0) 이다.
- ④ 축의 방정식은 $y = 3$ 이다.
- ⑤ 그래프는 위로 볼록한 포물선이다.

해설

$$\begin{aligned} y &= 2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 10 \\ &= 2(x - 3)^2 - 8 \end{aligned}$$

- ② $x > 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ④ 축의 방정식은 $x = 3$ 이다.
- ⑤ 아래로 볼록한 그래프이다.

14. 이차함수 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 그래프가 아래의 그림과 같을 때, a, p, q 의 부호를 부등호를 사용하여 각각 나타내어라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a < 0$

▷ 정답 : $p > 0$

▷ 정답 : $q > 0$

해설

그래프의 모양은 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표 $(-p, q)$ 는 제 2 사분면위에 있으므로 $a < 0, p > 0, q > 0$ 이다.

15. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 m 만큼 평행이동하면 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 지난다고 할 때, m 의 값은?

① 4 ② 5 ③ -5 ④ -3 ⑤ -2

해설

$y = -\frac{2}{3}x^2 + m$ 에 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 대입하면

$$-5 = -\frac{2}{3}(-\sqrt{3})^2 + m$$

$$\therefore m = -3$$

16. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 의 꼭짓점이 일차함수 $y = ax + 1$ 의 위를 지날 때, a 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y = x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 3$ 이다.

꼭짓점 $(2, -3)$ 이 $y = ax + 1$ 의 위에 있으므로 $-3 = 2a + 1$ 이다.

$\therefore a = -2$

17. 다음 이차함수의 그래프 중 4 번째로 폭이 좁은 것은?

① $y = -(x-2)^2$

② $y = \frac{2x(x-1)(x+1)}{x-1}$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}$

④ $y = -3x^2 + x$

⑤ $y = -\frac{5}{2}x^2$

해설

a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

① 1

② 2

③ $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ $\frac{5}{2}$

이므로 폭이 좁은 순서는 ④, ⑤, ②, ①, ③이다. 따라서 네 번째로 폭이 좁은 것은 ①이다.

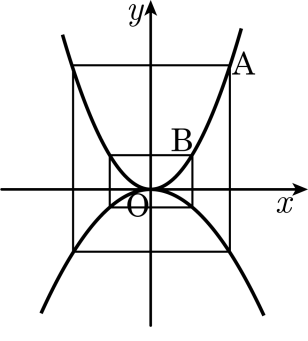
18. 포물선 $y = x^2 + ax + a - 1$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 2 일 때, a 의 값들의 합을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = x^2 + ax + a - 1$ 의
 x 절편을 α, β ($\alpha > \beta$) 라고 하면
 $\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = a - 1$ 이다.
 $\alpha - \beta = 2$ 이므로
 $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$
 $4 = a^2 - 4a + 4$
 $a^2 - 4a = 0$
 $a(a - 4) = 0$
 $\therefore a = 0$ 또는 $a = 4$
따라서 a 의 값의 합은 4이다.

19. 다음 그림과 같이 두 함수 $y = x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 에 대하여 두 직사각형이 서로 다른 닮음이다. A의 x 좌표를 a , B의 x 좌표를 b 라 할때, ab 의 값을 구하면?



- ① $\frac{4}{9}$
- ② $\frac{16}{9}$
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ $\frac{5}{3}$
- ⑤ $\frac{1}{4}$

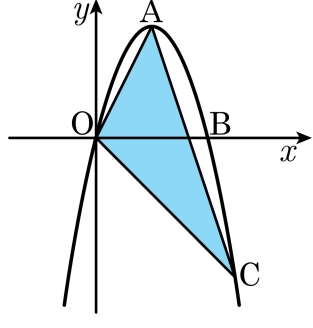
해설

서로 같지 않는 닮음 이므로 큰 사각형의 가로와 작은 사각형의 세로가 대응변이다.

그러므로 $2a : \frac{3}{2}a^2 = \frac{3}{2}b^2 : 2b$ 에서

$$\frac{9}{4}a^2b^2 = 4ab$$
$$\therefore ab = \frac{16}{9}$$

20. 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $\triangle AOB : \triangle OBC = 4 : 5$ 가 되는 점 C 의 좌표는? (단, 점 A 는 꼭짓점, 점 B 는 포물선과 x 축과의 교점, 점 C 는 포물선 위에 있는 4 사분면의 점이다.)



- ① (5, -5) ② (4, -3) ③ (6, -2)
 ④ (2, -8) ⑤ (3, -4)

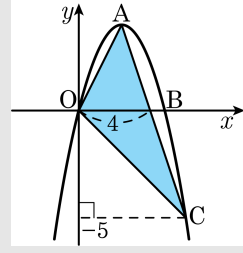
해설

$$y = -x^2 + 4x = -(x-2)^2 + 4 \text{ 이므로 꼭짓점 } A(2, 4)$$

$$\text{또한 } y = 0 \text{ 일 때, } 0 = -x^2 + 4x \Leftrightarrow x(x-4) = 0$$

$$\text{따라서 점 } B(4, 0) \text{ 이다. } \therefore \triangle AOB = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

$$\triangle AOB : \triangle OBC = 4 : 5 \text{ 이므로 } \triangle OBC \text{ 의 넓이는 } 10 \text{ 이다.}$$



$\triangle OBC$ 의 밑변을 $\overline{OB} = 4$ 라고 하면 높이는 5 가 된다. 즉 점 C 의 y 좌표가 -5 이다.

$$\text{점 C 의 } x \text{ 좌표를 } c \text{ 라고 하면 } -c^2 + 4c = -5$$

$$c^2 - 4c - 5 = 0 \Leftrightarrow (c-5)(c+1) = 0, c > 0 \text{ 이므로 } c = 5$$

$$\therefore C(5, -5)$$