

1. 방정식 $3x^2 + 2x = x^2 - x + 4$ 를 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 고칠 때, $a + b + c$ 의 값은? (단, $a > 0$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$3x^2 + 2x = x^2 - x + 4 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$\therefore a = 2, b = 3, c = -4$$

$$\therefore a + b + c = 1$$

2. 이차방정식 $2x^2 + 3x - 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = 1$ 또는 $x = 2$

② $x = -1$ 또는 $x = 2$

③ $x = 1$ 또는 $x = -2$

④ $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = 1$

⑤ $x = -2$ 또는 $x = \frac{1}{2}$

해설

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$(2x - 1)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -2$$

3. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $x^2 + 6x + 3 = 0$ 을 푸는 과정이다. 연결이 옳지 않은 것은?

$$\begin{aligned}
 x^2 + 6x &= \text{㉠} \\
 x^2 + 6x + \text{㉡} &= \text{㉠} + \text{㉡} \\
 (x + \text{㉢}) &= \text{㉣} \\
 x + \text{㉢} &= \pm \sqrt{\text{㉤}} \\
 \therefore x &= \text{㉥}
 \end{aligned}$$

- ① ㉠ : -3 ② ㉡ : 9 ③ ㉢ : 3
 ④ ㉣ : 6 ⑤ ㉤ : $\pm \sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}
 x^2 + 6x &= -3 \\
 \text{좌변을 완전제곱식이 되게 하는 9 를 양변에 더하면} \\
 x^2 + 6x + 9 &= -3 + 9 \\
 (x + 3)^2 &= 6 \\
 x + 3 &= \pm \sqrt{6} \\
 \therefore x &= -3 \pm \sqrt{6} \\
 \text{따라서 ㉤의 연결이 옳지 않다.}
 \end{aligned}$$

4. 차가 5이고 곱이 104인 두 자연수 A, B 가 있을 때, $A^2 - B^2$ 의 값은?
(단, $A > B$)

① 95 ② 100 ③ 105 ④ 110 ⑤ 115

해설

두 자연수를 $x, x - 5$ 라 하면

$$x(x - 5) = 104$$

$$x^2 - 5x - 104 = 0$$

$$x = 13 (\because x > 5)$$

따라서 두 수는 $A = 13, B = 8$ 이다.

따라서 두 수의 제곱의 차는 $169 - 64 = 105$ 이다.

5. $-2 \leq x \leq 2$ 인 정수 x 에 대하여 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$-2 \leq x \leq 2$ 에서 x 의 값은 $-2, -1, 0, 1, 2$ 이므로
 $x = -2$ 일 때, $(-2)^2 - 5 \times (-2) + 6 = 20 \neq 0$ (거짓)
 $x = -1$ 일 때, $(-1)^2 - 5 \times (-1) + 6 = 12 \neq 0$ (거짓)
 $x = 0$ 일 때, $0^2 - 5 \times 0 + 6 = 6 \neq 0$ (거짓)
 $x = 1$ 일 때, $1^2 - 5 \times 1 + 6 = 2 \neq 0$ (거짓)
 $x = 2$ 일 때, $2^2 - 5 \times 2 + 6 = 0$ (참)
따라서 해는 $x = 2$ 로 1개이다.

6. 이차방정식 $x^2 + x + a = 0$ 의 한 근이 2 일 때, a 의 값과 다른 한 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$x^2 + x + a = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하여 정리하면

$$6 + a = 0 \quad \therefore a = -6$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x - 2)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -3$$

$$\therefore (-6) \times (-3) = 18$$

7. 이차방정식 $\frac{1}{2}x^2 - x + A = 0$ 의 근이 $x = B \pm \sqrt{3}$ 일 때, $A - B$ 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x^2 - x + A &= 0 \\ x^2 - 2x + 2A &= 0 \\ x^2 - 2x + 1 &= -2A + 1 \\ (x-1)^2 &= -2A + 1 \\ \therefore x &= 1 \pm \sqrt{-2A+1} \\ B = 1, -2A + 1 &= 3, A = -1 \\ \therefore A - B &= -1 - 1 = -2 \end{aligned}$$

8. 다음 이차방정식의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값은? (단, $\alpha > \beta$)

$$0.1x^2 - \frac{1}{2}x - 0.6 = 0$$

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

해설

주어진 방정식의 양변에 10을 곱하면

$$x^2 - 5x - 6 = 0, (x - 6)(x + 1) = 0$$

$$\therefore \alpha = 6, \beta = -1$$

$$\therefore \alpha - \beta = 6 - (-1) = 7$$

9. 두 양수 a, b 가 $(a+b)^2 - 2(a+b) - 15 = 0$, $a-b=1$ 을 만족할 때, ab 의 값은?

- ① -4 ② -6 ③ 4 ④ 6 ⑤ 5

해설

$$a+b=t \text{로 치환하면 } (t+3)(t-5)=0$$

$$t=-3 \text{ 또는 } 5$$

$$\text{i) } \begin{cases} a+b=-3 \\ a-b=1 \end{cases} \text{ 또는}$$

$$\text{ii) } \begin{cases} a+b=5 \\ a-b=1 \end{cases}$$

i)에서 $a=-1, b=-2$ 이므로 a, b 가 양수라는 조건에 맞지 않다.

$$\text{ii)에서 } a=3, b=2$$

$$\therefore ab=6$$

10. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 5x - 3k + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 정수 k 의 최솟값은?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 2

해설

$$D = 25 - 4(-3k + 1) > 0,$$

$$25 + 12k - 4 > 0, 12k > -21$$

$$\therefore k > -\frac{7}{4}$$

따라서 정수 k 의 최솟값은 -1이다.

11. 가로 3cm, 세로 8cm 의 직사각형이 있다. 가로의 길이를 x cm 만큼 늘리고, 세로의 길이를 x cm 만큼 줄였더니, 원래 직사각형 넓이보다 6cm^2 만큼 커졌다. 다음 보기 중, x 를 구하는 이차방정식은?

① $x^2 + 5x + 6 = 0$

② $x^2 - 5x + 6 = 0$

③ $x^2 - 5x - 6 = 0$

④ $x^2 - 5x - 18 = 0$

⑤ $x^2 + 5x - 18 = 0$

해설

$$3 \times 8 + 6 = (3 + x)(8 - x)$$

$$\therefore x^2 - 5x + 6 = 0$$

12. 부등식 $4 \leq 3x-2 < 8$ 을 만족하는 두 자연수가 이차방정식 $x^2-ax+b=0$ 의 근일 때, $\frac{a+b}{ab}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{30}$

해설

부등식 $4 \leq 3x-2 < 8$ 을 풀면 다음과 같다.

$$6 \leq 3x < 10$$

$$2 \leq x < \frac{10}{3}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = 5, b = 6$$

$$\therefore \frac{a+b}{ab} = \frac{11}{30}$$

13. 다음 중 $(\frac{7}{3}x - 14)(2y + 8) = 0$ 을 만족하는 것의 개수는?

- | | |
|--|---|
| <input type="radio"/> ㉠ $x = 6, y = -4$ | <input type="radio"/> ㉡ $x = 6, y = 4$ |
| <input type="radio"/> ㉢ $x = -6, y = -4$ | <input type="radio"/> ㉣ $x = -6, y = 4$ |
| <input type="radio"/> ㉤ $x = 4, y = 6$ | <input type="radio"/> ㉥ $x = -4, y = 6$ |

- ① 한 개도 없다. ② 2개 ③ 3개
④ 5개 ⑤ 6개

해설

$\frac{7}{3}x - 14 = 0$ 또는 $2y + 8 = 0$ 이므로
 $x = 6$ 또는 $y = -4$ 인 것을 찾으면
 $x = 6$ 인 것은 ㉠, ㉡
 $y = -4$ 인 것은 ㉠, ㉢
따라서 만족하는 것의 개수는 ㉠, ㉡, ㉢이므로
3개이다.

14. $x^2 + 4xy + 4y^2 = 0$ ($xy \neq 0$) 일 때, $\frac{(x-y)^2}{2xy}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{9}{4}$

해설

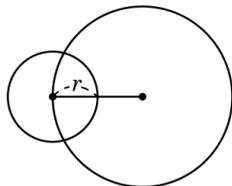
$$x^2 + 4xy + 4y^2 = 0 \text{ 에서 } (x + 2y)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2y$$

$\frac{(x-y)^2}{2xy}$ 에 $x = -2y$ 를 대입하면

$$\frac{(-2y-y)^2}{2(-2y)y} = \frac{(-3y)^2}{(-4y^2)} = \frac{9y^2}{(-4y^2)} = -\frac{9}{4}$$

15. 다음 그림과 같이 반지름이 r 인 원과 반지름이 이 원의 두 배인 원이 겹치고 있다. 겹치지 않는 부분의 넓이의 차가 12π 라고 할 때, 반지름 r 의 값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

겹치는 부분은 두 원 모두에 있는 부분이므로, 겹치지 않는 부분의 넓이의 차는 두 원의 넓이의 차와 같다.

따라서 식으로 나타내면 $(2r)^2\pi - r^2\pi = 12\pi$ 이다.

$$r^2 - 4 = 0$$

$$\therefore r = 2 (\because r > 0)$$

17. 이차방정식 $x^2 + 3ax + 2a^2 = 0$ 의 한 근이 -2 일 때, a 의 값과 다른 한 근을 구하여라. (단, 다른 한 근은 -2 보다 작은 수이다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $x = -4$

해설

$x^2 + 3ax + 2a^2 = 0$ 에 $x = -2$ 를 대입하면

$$4 - 6a + 2a^2 = 0$$

$$2a^2 - 6a + 4 = 0$$

$$a^2 - 3a + 2 = 0$$

$$(a - 1)(a - 2) = 0$$

∴ $a = 1$ 또는 $a = 2$

i) $a = 1$ 일 때,

$$x^2 + 3x + 2 = 0, (x + 1)(x + 2) = 0$$

∴ $x = -1$ 또는 $x = -2$

따라서 다른 한 근은 -2 보다 작은 수이므로 조건에 맞지 않는다.

ii) $a = 2$ 일 때,

$$x^2 + 6x + 8 = 0, (x + 2)(x + 4) = 0$$

∴ $x = -2$ 또는 $x = -4$

다른 한 근은 -2 보다 작은 수이므로 -4 이다.

∴ $a = 2, x = -4$

18. 이차방정식 $x^2 + kx - 14k = 0$ 의 두 근이 모두 정수일 때, k 의 값을 구하여라.(단, k 는 소수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

이차방정식 $x^2 + kx - 14k = 0$ 에서

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 + 56k}}{2} \text{ 에서}$$

두 근이 정수이기 위해서는 $k^2 + 56k = m^2$ (m 은 정수) 이어야 한다.

$$\text{즉, } m^2 = k(k + 56)$$

여기서 m^2 은 k 의 배수이고 k 는 소수이므로 m 은 k 의 배수이다.

따라서 $m = ka$ (a 는 정수) 라고 하면 $(ka)^2 = k(k + 56)$ 이므로

$$k^2 a^2 - k^2 = 56k$$

$$k(a^2 - 1) = 56, k(a + 1)(a - 1) = 56$$

이때, k 는 소수, $a + 1$ 과 $a - 1$ 의 차가 2 이므로

$$\begin{aligned} k(a + 1)(a - 1) &= 56 \\ &= 7 \times 4 \times 2 \\ &= 7 \times (-4) \times (-2) \end{aligned}$$

$$\therefore k = 7$$

19. 연속하는 다섯 개의 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱에서 가장 작은 수의 제곱을 뺀 값을 a , 다섯 개의 수를 모두 더한 값을 b 라 할 때, $a + b = 104$ 이다. 이때, 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

연속하는 다섯 개의 자연수를 $n-2, n-1, n, n+1, n+2$ (단, $n > 2$ 인 자연수)라 하면

$$(n+2)^2 - (n-2)^2 = 8n = a$$

$$(n-2) + (n-1) + n + (n+1) + (n+2) = 5n = b$$

$$8n + 5n = 104$$

$$\therefore n = 8$$

따라서 가장 큰 수는 10 이다.

20. 원가가 2000 원인 인형이 있다. $a\%$ 의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인기간에 정가의 $3a\%$ 를 받고 팔았더니 560 원의 손해를 보았다. 이 때, a 의 값을 구하면?

- ① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

$$\text{정가} : 2000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \text{ 원}$$

$$2000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \frac{3a}{100} + 560 = 2000$$

$$60a + \frac{3}{5}a^2 + 560 = 2000$$

$$a^2 + 100a - 2400 = 0$$

$$(a - 20)(a + 120) = 0$$

$$\therefore a = 20 \quad (a > 0)$$