

1. $(3x - A)^2 = 9x^2 - Bx + 9$ 일 때, A, B 에 알맞은 자연수를 차례로 구하면?

① 3, 3 ② 3, 9 ③ 3, 18 ④ 9, 9 ⑤ 9, 18

해설

$$(3x)^2 - 2 \times 3x \times A + A^2 = 9x^2 - 6Ax + A^2 \text{ 이므로}$$

$$A^2 = 9, \quad A = 3 (\because A \text{는 자연수})$$

$$B = 6A = 18$$

$$\therefore A = 3, B = 18$$

2. $(x+4)(x-4) - 6x = (x+a)(x+b)$ 일 때, a, b 의 차를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$\begin{aligned}(x+4)(x-4) - 6x &= x^2 - 6x - 16 \\ &= (x+2)(x-8) \\ &= (x+a)(x+b)\end{aligned}$$

a 와 b 의 차는 $2 - (-8) = 10$ 이다.

3. 다음 중 옳은 것은?

① $(a-b)^2 = (b-a)^2$

② $(a+b)^2 = (a-b)^2$

③ $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

④ $(a-b)(-a-b) = (a-b)(a+b)$

⑤ $(b+a)(b-a) = (-b-a)(b+a)$

해설

① $(a-b)^2 = \{-(a-b)\}^2 = (a-b)^2$

4. 두 식 $x^2 - 4x + 3$ 과 $2x^2 - 3x - 9$ 의 공통인 인수는?

① $2x + 3$

② $2x + 1$

③ $x - 1$

④ $x - 5$

⑤ $x - 3$

해설

$$x^2 - 4x + 3 = (x - 3)(x - 1)$$

$$2x^2 - 3x - 9 = (2x + 3)(x - 3)$$

5. 한 변의 길이가 x m 인 정사각형의 모양의 화단을 가르는 2m 만큼 늘리고, 세로는 3m 만큼 줄일 때, 화단의 넓이는?

- ① $(x^2 - 9)m^2$ ② $(x^2 - x - 6)m^2$
③ $(x^2 + x - 6)m^2$ ④ $(x^2 - 4x + 4)m^2$
⑤ $(x^2 + 6x + 9)m^2$

해설

가로의 길이는 $(x+2)$ m, 세로의 길이는 $(x-3)$ m 이다.
 $(x+2)(x-3) = (x^2 - x - 6)m^2$

6. $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) = 2^a + b$ 에서 $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

$(2-1)$ 을 곱한다.

$2-1=1$ 이므로 식의 값에 변화없다.

$$(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$= (2^8-1)(2^8+1) = 2^{16} - 1$$

$$\therefore a = 16, b = -1$$

$$\therefore a - b = 16 - (-1) = 17$$

7. $3x-2$ 이 $3x^2-ax+8$ 의 인수일 때, a 의 값을 구하면?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 - ax + 8 &= (3x-2)(x+p) \\ &= 3x^2 + 3px - 2x - 2p \\ &= 3x^2 + (3p-2)x - 2p \end{aligned}$$

$-2p = 8$, $p = -4$ 이고,
 $3p - 2 = -a$, $a = 14$ 이다.

8. $(x-3)(x+a)-2$ 가 계수가 정수인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, a 가 될 수 있는 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -4$

▷ 정답: $a = -2$

해설

$$(x-3)(x+a)-2 = (x+\alpha)(x+\beta)$$
$$x^2 + (a-3)x - 3a - 2 = x^2 + (\alpha+\beta)x + \alpha\beta$$

$$\begin{cases} a-3 = \alpha+\beta & \text{.....㉠} \\ -3a-2 = \alpha\beta & \text{.....㉡} \end{cases}$$

㉠의 $a = \alpha + \beta + 3$ 을 ㉡에 대입하면

$$-3\alpha - 3\beta - 9 - 2 = \alpha\beta$$

$$\alpha\beta + 3\alpha + 3\beta + 9 = -2$$

$$(\alpha+3)(\beta+3) = -2$$

$\alpha+3 = \pm 1$ 일 때, $\beta+3 = \mp 2$ 이므로

$$(\alpha, \beta) = (-2, -5), (-4, -1)$$

$a = \alpha + \beta + 3$ 이므로

따라서 $a = -4$ 또는 -2 이다.

9. $(x-3)^2 + 6(x-3) + 8$ 의 x 의 계수가 1인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합은?

① $x+3$

② $x+2$

③ $3x+2$

④ $2x$

⑤ $2x+3$

해설

$$\begin{aligned}x-3 &= t \text{로 놓으면} \\ t^2 + 6t + 8 &= (t+4)(t+2) \\ &= (x-3+4)(x-3+2) \\ &= (x+1)(x-1) \\ \therefore (x+1) + (x-1) &= 2x\end{aligned}$$

10. $x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 2y - 3$ 을 인수분해하면?

① $(x - y - 3)(x - y + 1)$

② $(x + 2y + 3)(x - y - 1)$

③ $(x - y + 3)(x - y - 1)$

④ $(x - 2y - 3)(x - y - 1)$

⑤ $(x - y + 3)(x - 2y + 1)$

해설

주어진 식을 x 에 관해 정리하면

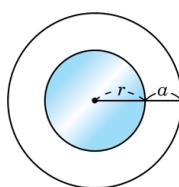
$$x^2 + (2 - 2y)x + y^2 - 2y - 3$$

$$= x^2 + (2 - 2y)x + (y + 1)(y - 3)$$

$$= \{x - (y + 1)\}\{x - (y - 3)\}$$

$$= (x - y - 1)(x - y + 3)$$

11. 다음 그림과 같이 반지름이 r m 인 원형의 연못 둘레에 폭이 a m 인 도로를 만들려고 한다. 이 도로의 넓이를 S 라 할 때, S 를 a 와 r 을 사용한 식으로 나타낸 것은?



- ① $S = (r - a)\pi$ ② $S = (a^2 + r)\pi$
③ $S = a(r + 3a)\pi$ ④ $S = a(a + 2r)\pi$
⑤ $S = (a + r)(a - r)\pi$

해설

$$\begin{aligned} S &= (a + r)^2\pi - r^2\pi \\ &= \pi\{(a + r)^2 - r^2\} \\ &= \pi(a + r + r)(a + r - r) \\ &= a\pi(2r + a) \end{aligned}$$

12. $(3x - 2y + 4z)(2x + 2y - 4z)$ 를 전개하였을 때, xy, yz, zx 각각의 계수의 합은?

- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

해설

$$\begin{aligned} & (3x - 2y + 4z)(2x + 2y - 4z) \\ &= \{3x - (2y - 4z)\}\{2x + (2y - 4z)\} \\ & 2y - 4z = A \text{로 치환하면} \\ & (3x - A)(2x + A) \\ &= 6x^2 + Ax - A^2 \\ & A = 2y - 4z \text{를 대입하면} \\ & 6x^2 + (2y - 4z)x - (2y - 4z)^2 \\ &= 6x^2 + 2xy - 4xz - 4y^2 + 16yz - 16z^2 \\ & \therefore xy, yz, zx \text{ 각각의 계수의 합 : } 2 + 16 + (-4) = 14 \end{aligned}$$

13. 다음은 이차식을 완전제곱식으로 나타내는 과정이다. A, B, C, D 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구하여라. (단, $D > 0$)

보기

$$\textcircled{㉠} \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x + A = \left(\frac{1}{2}x + B\right)^2$$

$$\textcircled{㉡} 9y^2 + Cy + 25 = (Dy - 5)^2$$

▶ 답:

▷ 정답: 33

해설

$$\textcircled{㉠} \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x + A = \left(\frac{1}{2}x + B\right)^2 \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{2}B \times 2 = \frac{1}{3}, B = \frac{1}{3}$$

$$A = B^2 \text{ 이므로 } A = \frac{1}{9}$$

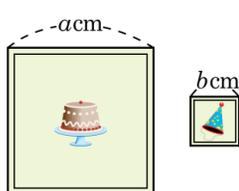
$$\textcircled{㉡} 9y^2 + Cy + 25 = (Dy - 5)^2 \text{ 이므로}$$

$$D = \sqrt{9} = 3, C = -5D \times 2 = -10D = -30$$

따라서 가장 큰 수는 3, 가장 작은 수는 -30

그러므로 $3 - (-30) = 33$ 이다.

14. 한 변의 길이가 각각 a cm, b cm 인 정사각형 모양의 생일 카드를 만들었다. 이 두 카드의 둘레의 길이의 합이 80 cm 이고 넓이의 차가 100 cm^2 일 때, 두 카드의 둘레의 길이의 차를 구하면?



- ① 5 cm ② 20 cm ③ 40 cm ④ 60 cm ⑤ 80 cm

해설

$$\begin{aligned} 4(a+b) &= 80 \text{ 이므로 } a+b = 20 \\ a^2 - b^2 &= 100 \text{ 이므로 } (a+b)(a-b) = 100 \\ a-b &= 5 \\ \therefore 4(a-b) &= 4 \times 5 = 20 \end{aligned}$$

15. $-9x^2 + y^2 + 6xz - z^2$ 을 인수분해하였더니 $(ay - 3x + z)(y + bx + cz)$ 가 되었다. 이때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ -1 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & -9x^2 + y^2 + 6xz - z^2 \\ &= y^2 - (9x^2 - 6xz + z^2) \\ &= y^2 - (3x - z)^2 \\ &= \{y - (3x - z)\} \{y + (3x - z)\} \\ &= (y - 3x + z)(y + 3x - z) \\ &a = 1, b = 3, c = -1 \\ &\therefore a + b + c = 3 \end{aligned}$$

16. $x = \frac{1}{5-3\sqrt{3}}$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

- ① $\frac{130+75\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{130+75\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{130-45\sqrt{3}}{2}$
④ $\frac{130+75\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{120+75\sqrt{3}}{2}$

해설

$$x = \frac{5+3\sqrt{3}}{(5-3\sqrt{3})(5+3\sqrt{3})} = \frac{5+3\sqrt{3}}{-2}$$

$$\frac{1}{x} = 5-3\sqrt{3},$$

$$x^2 = \frac{52+30\sqrt{3}}{4}, \quad \frac{1}{x^2} = 52-30\sqrt{3}$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{260-90\sqrt{3}}{4} = \frac{130-45\sqrt{3}}{2}$$

17. $a + b = 1$, $ab = -2$ 일 때, $a^{12} + b^{12}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4097

해설

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 5$$

$$a^4 + b^4 = (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2 = 25 - 8 = 17$$

$$\begin{aligned} \therefore a^{12} + b^{12} &= (a^4 + b^4)^3 - 3a^4b^4(a^4 + b^4) \\ &= 17^3 - 3(-2)^4 \times 17 \\ &= 4913 - 816 = 4097 \end{aligned}$$

18. $\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 2) = 0$ 일 때, $x - \frac{1}{x}$ 의 값을 구하여라. (단, $x > 1$)

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{2}$

해설

$\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 2) = 0$, $x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2},$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = \frac{25}{4} - \frac{16}{4} = \frac{9}{4},$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2} (\because x > 1)$$

19. 다항식 $(x^2 - 4)(x^2 - 2x - 3) - 21$ 를 인수분해했을 때, 다음 중 인수인 것은?

- ① $x^2 - x + 1$ ② $x^2 + x - 1$ ③ $x^2 - 2x - 1$
④ $x^2 - x + 3$ ⑤ $x^2 - x + 9$

해설

$$\begin{aligned} & (x^2 - 4)(x^2 - 2x - 3) - 21 \\ &= (x + 2)(x - 2)(x - 3)(x + 1) - 21 \\ &= (x + 2)(x - 3)(x + 1)(x - 2) - 21 \\ &= (x^2 - x - 6)(x^2 - x - 2) - 21 \\ & \quad x^2 - x = A \text{ 로 놓으면} \\ & (A - 6)(A - 2) - 21 = A^2 - 8A + 12 - 21 \\ & \quad \quad \quad = A^2 - 8A - 9 \\ & \quad \quad \quad = (A - 9)(A + 1) \\ & \quad \quad \quad = (x^2 - x - 9)(x^2 - x + 1) \end{aligned}$$

20. $\frac{(2009^6 - 1)}{(2009^3 + 1)(2009 \times 2010 + 1)}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2008

해설

2009 = a 라 하면

$$\frac{(2009^6 - 1)}{(2009^3 + 1)(2009 \times 2010 + 1)}$$

$$= \frac{a^6 - 1}{(a^3 + 1)\{a(a + 1) + 1\}}$$

$$= \frac{(a^3 + 1)(a^3 - 1)}{(a^3 + 1)(a^2 + a + 1)}$$

$$= \frac{a^3 - 1}{a^2 + a + 1}$$

$$= \frac{(a - 1)(a^2 + a + 1)}{a^2 + a + 1}$$

$$= a - 1$$

$$\therefore \frac{(2009^6 - 1)}{(2009^3 + 1)(2009 \times 2010 + 1)} = 2009 - 1 = 2008$$