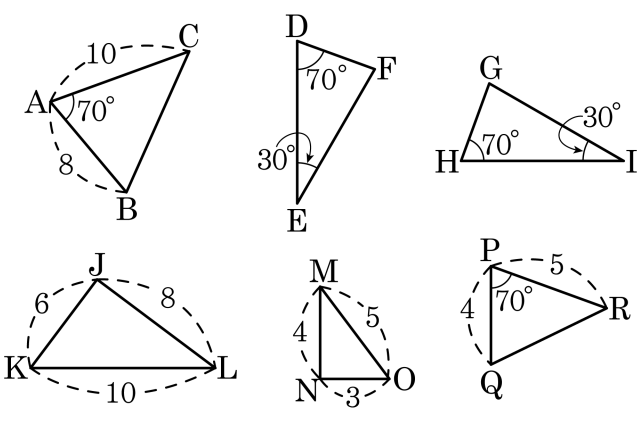
1. 다음 삼각형 중 닮음인 도형은 몇 쌍인가?

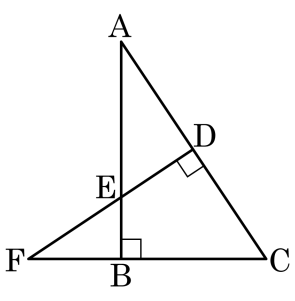


① 없다. ② 1 쌍 ③ 2 쌍 ④ 3 쌍 ⑤ 4 쌍

해설

△ABC ∽△PQR (SAS 닮음)
△DEF ∽△HIG (AA 닮음)
△KJL ∽△ONM (SSS 닮음)

2. 다음 그림에서 $\angle ABC = \angle FDC = 90°$ 일 때, $\triangle ADE$ 와 닮은 삼각형이 아닌 것을 모두 고르면?

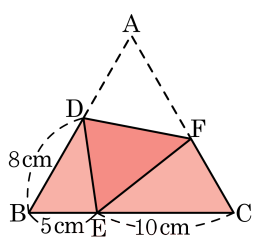


① $\triangle EBC$ ② $\triangle ABC$ ③ $\triangle FBE$
④ $\triangle FDC$ ⑤ $\triangle EDC$

해설

$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)
$\triangle ABC \backsim \triangle FDC \backsim \triangle FBE$ (AA 닮음)

3. 다음 그림과 같이 정삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 가 변 BC 위의 점 E 에 오도록 접었다. $\overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{BE} = 5\text{cm}$, $\overline{EC} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{AF}$ 의 길이를 구하면?

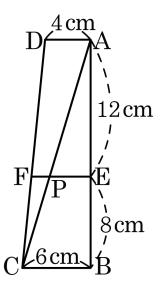


① 8cm ② $\frac{35}{4}$cm ③ 7cm
④ $\frac{25}{4}$cm ⑤ 6cm

해설

$\angle A = \angle B = \angle C = \angle DEF = 60°$
$\angle BDE = \angle CEF$
$\triangle BDE \backsim \triangle CEF$(AA닮음)
$\overline{BD} : \overline{CE} = 8 : 10 = 4 : 5$
$\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$ 이고, 한 변의 길이는 15cm 이다.
따라서, $\overline{AD} = \overline{DE} = 7$, $4 : 5 = 7 : \overline{EF}$
$\therefore \overline{EF} = \frac{35}{4} = \overline{AF}$

4. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}$ // $\overline{EF}$ // $\overline{BC}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?

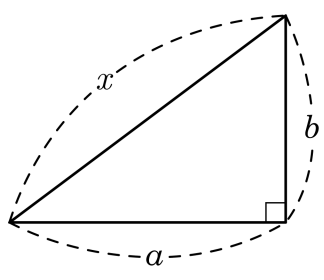


① 5.2cm ② 5.3cm ③ 5.4cm
④ 5.5cm ⑤ 5.6cm

해설

$12 : 20 = \overline{EP} : 6$
$20\overline{EP} = 72, \overline{EP} = 3.6(\text{cm})$
$8 : 20 = \overline{PF} : 4$
$20\overline{PF} = 32, \overline{PF} = 1.6(\text{cm})$
$\therefore \overline{EF} = 3.6 + 1.6 = 5.2(\text{cm})$

5. 이차방정식 $x^2 - 14x + 48 = 0$ 의 두 근이 직각삼각형의 빗변이 아닌 두 변의 길이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

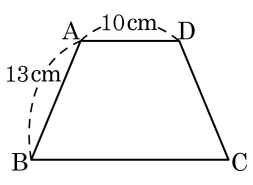


① 8 ② 8 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$x^2 - 14x + 48 = (x-6)(x-8) = 0,\ x = 6,\ 8$
빗변이 아닌 두 변의 길이가 $6,\ 8$ 이므로
피타고라스 정리에 따라
$x^2 = 6^2 + 8^2 = 100$
$x > 0$ 이므로 $x = 10$ 이다

6. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 13\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 2\overline{AD}$ 인 등변사다리꼴의 넓이를 구하면?



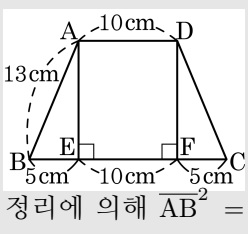
① $120\,\text{cm}^2$ ② $130\,\text{cm}^2$

③ $180\,\text{cm}^2$ ④ $195\,\text{cm}^2$

⑤ $200\,\text{cm}^2$

해설

등변사다리꼴 ABCD 의 꼭짓점 A , D 에서 $\overline{BC}$ 에 수선을 내린 수선의 발을 각각 E , F 라 하면 직사각형 AEFD 에서 $\overline{EF} = 10\,\text{cm}$ 이므로 $\overline{BE} = 5\,\text{cm}$, $\overline{CF} = 5\,\text{cm}$ 이다.



또, 직각삼각형 ABE 에서 피타고라스 정리에 의해 $\overline{AB}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{AE}^2$, $13^2 = 5^2 + \overline{AE}^2$,

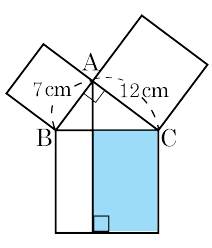
따라서 $\overline{AE}^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$ 이다.

그런데 $\overline{AE} > 0$ 이므로 $\overline{AE} = 12\,\text{cm}$ 이다.

이제 등변사다리꼴의 넓이를 구하면

$\frac{1}{2} \times (\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{AE} = \frac{1}{2} \times (10 + 20) \times 12 = 180(\,\text{cm}^2)$ 이다.

7. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 3개의 정사각형을 만들었을 때, 색칠된 부분의 넓이는?



① $49\,\mathrm{cm}^2$ ② $120\,\mathrm{cm}^2$

③ $144\,\mathrm{cm}^2$ ④ $150\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $84\,\mathrm{cm}^2$

해설

색칠한 부분의 넓이는 $\overline{AC}$ 를 포함한 정사각형의 넓이와 같으므로 $12^2 = 144\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.

8. 세 변의 길이가 각각 $x+1, x-1, x+3$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되게 하려고 할 때, 만족하는 x 값의 합을 구하여라.

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

세 변의 길이는 모두 양수이어야 하므로 가장 작은 변의 길이가 양수이어야 한다.

$x-1>0, x>1$

$x+3$ 이 가장 긴 변이므로 $(x+3)^2=(x-1)^2+(x+1)^2$, $x=-1$ 또는 7

$x>1$ 이므로 $x=7$ 만 직각삼각형이 될 조건에 만족한다.

9. 세 변의 길이가 $12\,\text{cm}$, $(12-x)\,\text{cm}$, $(12+x)\,\text{cm}$ 인 삼각형이 둔각삼각형이기 위한 자연수 x 의 개수는?

① 2개 ② 4개 ③ 5개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

가장 긴 변이 $(12+x)$ 이므로 삼각형이 될 조건에 의하여 (두 변의 합> 나머지 한 변)

$(12+x) < 12 + (12-x) \rightarrow x < 6 \cdots$ ㉠

둔각삼각형이므로

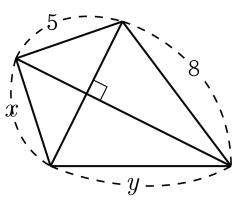
$(12+x)^2 > 12^2 + (12-x)^2 \rightarrow x > 3 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $3 < x < 6$

따라서 이 범위에 속하는 자연수는 4, 5

$\therefore$ 2개

10. 다음 사각형의 두 대각선이 서로 직교할 때, $x^2 - y^2$ 의 값을 구하여라.



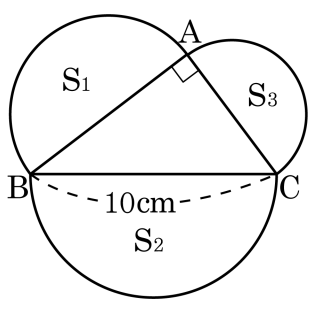
▶ 답 :

▷ 정답 : −39

해설

대각선이 직교하는 사각형에서 두 쌍의 대변의 제곱의 합이 서로 같으므로 $x^2 + 64 = y^2 + 25$
따라서 $x^2 - y^2 = -39$ 이다.

11. 그림과 같이 빗변의 길이가 10cm 인 △ABC 의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 라고 할 때, $S_1 + S_2 + S_3$ 의 값을 구하면?



① $10\pi\text{cm}^2$ ② $15\pi\text{cm}^2$ ③ $20\pi\text{cm}^2$

④ $25\pi\text{cm}^2$ ⑤ $30\pi\text{cm}^2$

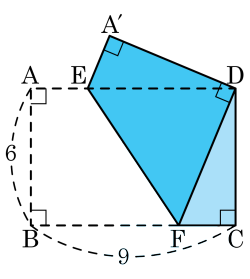
해설

$S_1 + S_3 = S_2$

$S_1 + S_2 + S_3 = 2S_2$

$\therefore 2 \times \pi \times 5^2 \times \frac{1}{2} = 25\pi(\text{cm}^2)$

12. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 B 가 점 D 에 오도록 접었다. $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 9$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이는?



① 18 ② 18.5 ③ 19

④ 19.5 ⑤ 20

해설

$\overline{DE}$ 를 x 라고 하면,

$\triangle A'ED$ 에서

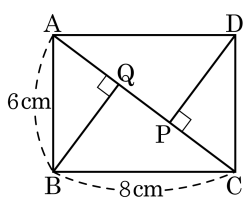
$6^2 + (9-x)^2 = x^2$

$18x = 36 + 81$

$x = \frac{117}{18} = \frac{13}{2}$

따라서 $\triangle EDF$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \frac{13}{2} \times 6 = \frac{39}{2} = 19.5$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 두 꼭짓점 B, D 에서 수선을 내렸을 때, △ABQ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 8.64 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

△ABQ 의 넓이를 구하기 위해서 $\overline{AQ}$, $\overline{BQ}$ 의 길이를 각각 구하면,

△ABC 가 직각삼각형이므로 $\overline{AC} = 10(\text{cm})$ 이다.

△ABQ 와 △ABC 는 닮음이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AQ} : \overline{AB}$ 에서

$\overline{AB}^2 = \overline{AQ} \times \overline{AC}$ 이므로

$\overline{AQ} = \dfrac{36}{10} = 3.6(\text{cm})$

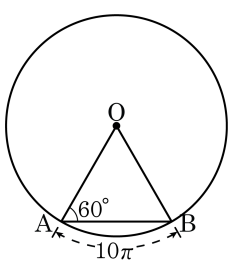
$\overline{BQ} \times \overline{AC} = \overline{AB} \times \overline{BC}$

$\overline{BQ} = \dfrac{48}{10} = 4.8(\text{cm})$

따라서 △ABQ 의 넓이는

$\dfrac{1}{2} \times 4.8 \times 3.6 = 8.64(\text{cm}^2)$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 $\angle OAB = 60°$ 인 부채꼴 OAB 에서 $\widehat{AB} = 10\pi$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

$\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle AOB = 60°$ 이고,
$2\pi \times \overline{OA} \times \frac{60°}{360°} = 10\pi$, $\overline{OA} = 30$
점 O 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라하면
$\overline{OA} : \overline{AH} = 2 : 1$
$\overline{AH} = 15$
$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = 30$

15. 좌표평면 위의 두 점 P(3, 4), Q(x, -4) 사이의 거리가 10 일 때, x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 9$

▷ 정답: $x = -3$

해설

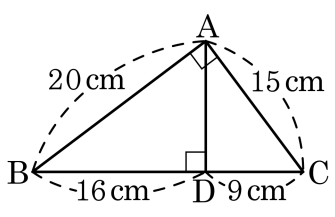
$\overline{PQ}^2 = (x-3)^2 + (-4-4)^2$
$= (x-3)^2 + 64 = 100$

$(x-3)^2 = 36$

$x - 3 = \pm 6$

$\therefore\ x = 9,\ -3$

16. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



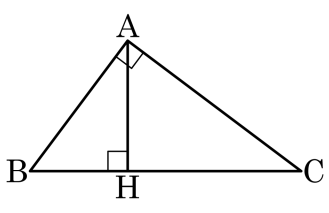
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

△ABD 와 △CBA 에서
$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{BD} : \overline{BA} = 4 : 5$
$\angle ABD = \angle CBA$
$\therefore \triangle ABD \backsim \triangle CBA$ (SAS 닮음)
$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{AD} : \overline{CA}$
$4 : 5 = \overline{AD} : 15$
$5\overline{AD} = 60$, $\overline{AD} = 12(\text{cm})$

17. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 에서 변 BC 위에 수선의 발을 내린 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABC \backsim \triangle HBA$

② $\triangle HAC \backsim \triangle HBA$

③ $\overline{AB}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{BC}$

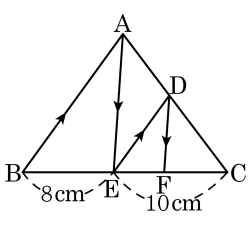
④ $\overline{AC}^2 = \overline{CH} \cdot \overline{CB}$

⑤ $\overline{AH}^2 = \overline{HB} \cdot \overline{BC}$

해설

$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{CH}$

18. 다음 그림에서 $\overline{AB} // \overline{DE}$, $\overline{AE} // \overline{DF}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



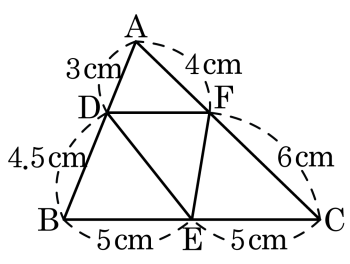
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\overline{EF} = \frac{40}{9}$ cm

해설

△ABC 에서 $\overline{AB} // \overline{DE}$ 이므로 $\overline{CB} : \overline{EB} = \overline{CA} : \overline{DA}$ 가 되며, $\overline{AE} // \overline{DF}$ 이므로 $\overline{CA} : \overline{DA} = \overline{CE} : \overline{EF}$ 가 된다.
따라서 $\overline{CB} : \overline{EB} = \overline{CE} : \overline{EF}$ 이므로 $18 : 8 = 10 : \overline{EF}$, $18\overline{EF} = 80$, $\overline{EF} = \frac{40}{9}$(cm) 이 나온다.

19. 다음 그림을 보고 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?



보기

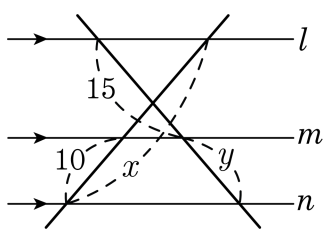
㉠ $\triangle DBE \backsim \triangle ABC$
㉡ $\overline{BC} // \overline{DF}$
㉢ $\overline{EF} // \overline{AB}$
㉣ $\angle ADF = \angle ABC$
㉤ $\triangle ADF \backsim \triangle ABC$

① ㉠, ㉢, ㉤ ② ㉡, ㉣, ㉤ ③ ㉠, ㉣, ㉤
④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$\triangle ABC$에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AF} : \overline{FC} = 2 : 3$이므로 $\overline{DF} // \overline{BC}$이다. 이 때, $\angle A$는 공통, $\angle ADF = \angle ABC$(동위각)이므로 $\triangle ADF \backsim \triangle ABC$(*AA* 닮음)

20. 다음 그림에서 직선 l 과 m, 직선 m 과 n 사이의 거리가 각각 12, 8 일 때, x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

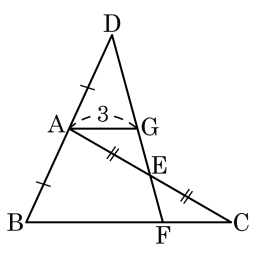
▷ 정답: $x = 25$

▷ 정답: $y = 10$

해설

직선 l 과 m, 직선 m 과 n 사이의 거리가 각각 12, 8 이므로 $3 : 2 = 15 : y$, 따라서 $y = 10$ 이고, $3 : 2 = (x - 10) : 10$ 이므로 $x = 25$ 이다.

21. 다음 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 의 연장선 위에 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 인 점D 를 잡았다. $\overline{AE} = \overline{CE}$ 인 점 E 에 대하여 $\overline{DE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 가 만나는 점을 F 라고 할 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하면?



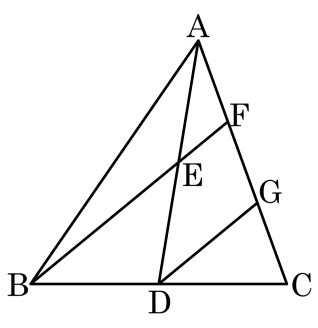
① 5 ② 9 ③ 12

④ 17 ⑤ 20

해설

$\angle GAE = \angle ECF$(엇각),
$\angle AEG = \angle FEC$(맞꼭지각) , $\overline{AE} = \overline{CE}$
$\therefore \triangle EGA = \triangle EFC$(ASA합동)
$\therefore \overline{CF} = \overline{AG} = 3, \overline{BF} = 2\overline{AG} = 6$
$\therefore 3 + 6 = 9$

22. △ABC 에서 점 E 는 중선 AD 의 중점이고, 점 F, G 는 선분 AC 의 삼등분점일 때, 선분 BE 의 연장선은 점 F 를 지난다. 선분 DG 가 4cm 일 때, 선분 BE 의 길이를 구하여라.



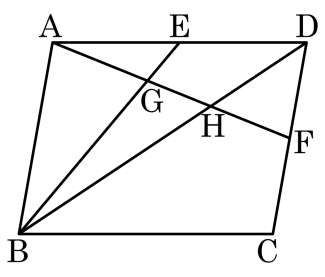
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

△CDG 와 △BFC 를 보면,
중점연결 정리의 의해
$\overline{CG} = \overline{GF}$, $\overline{CD} = \overline{BD}$
$\overline{DG} = \frac{1}{2}\overline{BF}$
또한 △AEF 와 △ADG 를 보면,
중점연결 정리에 의해
$\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{DG}$
$\overline{DG} = \frac{1}{2}(\overline{BE} + \overline{EF}) = \frac{1}{2}(\overline{BE} + \frac{1}{2}\overline{DG})$
$\Rightarrow\ 4 = \frac{1}{2}(\overline{BE} + 2)$
$\therefore\ \overline{BE} = 6\text{cm}$

23. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 변 AD 와 변 CD 의 중점을 각각 E, F 이라 할 때, 선분 AF 의 길이는 30 이다. 이때 선분 GH 의 값을 구하여라.

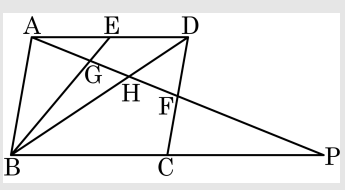


▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

그림과 같이 선분 AF 와 BC 의 연장선이 만나는 점을 P 라 하자.



점 H 는 삼각형 ACD 의 무게중심이므로

$\overline{AH} = \frac{2}{3}\overline{AF}$

삼각형 PAB 와 PCF 은 닮음비 2 : 1 로 닮은 도형이므로 $\overline{BP} = 2\overline{CP} = 2\overline{BC}$

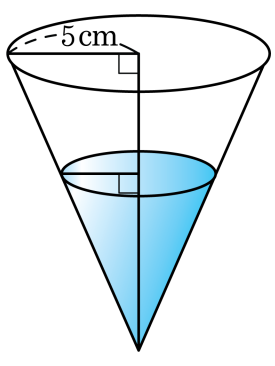
또 선분 AE 와 BP 는 평행하고

$\overline{AG} : \overline{PG} = \frac{1}{2}\overline{BC} : 2\overline{BC} = 1 : 4$

$\therefore\ \overline{AG} = \frac{2}{5}\overline{AF}$

따라서 $\overline{HG} = \overline{AH} - \overline{AG} = \frac{4}{15}\overline{AF} = 8$ 이다.

24. 다음 그림과 같은 원뿔 모양의 그릇에 깊이의 $\frac{3}{5}$ 까지 물을 부었을 때, 물 표면의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

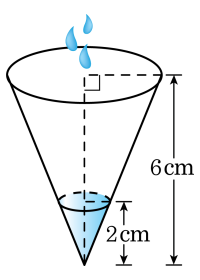
▷ 정답 : 9π $\underline{\text{cm}^2}$

해설

큰 원뿔과 작은 원뿔의 닮음비는 $1 : \frac{3}{5} = 5 : 3$ 이므로 넓이의 비는 $25 : 9$, 물표면의 넓이를 $S\ \text{cm}^2$ 라 하면 $25\pi : S = 25 : 9$

$\therefore\ S = 9\pi(\text{cm}^2)$

25. 다음 그림과 같이 깊이가 6 cm 인 원뿔 모양의 그릇에 일정한 속도로 물을 넣고 있다. 물을 넣기 시작한 지 4 분 후 물의 높이는 2 cm 였다면 가득 채우는 데는 몇 분이 더 걸리겠는지 구하여라.



▶ 답 : 분

▷ 정답 : 104 분

해설

$1^3 : 3^3 = 1 : 27$

$1 : (27 - 1) = 4 : x$

$x = 104$ (분)