

1. 세 실수 a, b, c 에 대하여 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$
- ② $a > b$ 이면 $a - c < b - c$
- ③ $a < b < 0$ 이면 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
- ④ $ac > bc$ 이면 $a > b, c > 0$
- ⑤ $a^2 + b^2 + c^2 \leq ab + bc + ca$

해설

- ① $a > 0 > b$ 인 경우에서 $|b| > |a|$ 라면 제곱 값에 대해서는 $b^2 > a^2$ 의 결과가 나온다.
- ② 부등식의 기본 성질로 양변에 같은 수를 빼서는 부호가 바뀌지 않는다.
- ④ $a > b, c > 0$ 이면 $ac > bc$ 일 수는 있으나 보기 ④번 같은 경우에는 $ac > bc$ 이면 $a < b, c < 0$ 인 경우도 있기 때문에 성립하지 않는다.
- ⑤ 주어진 식의 양변에 2를 곱하고 좌변으로 몰아 정리하면
$$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca \geq 0$$
$$(a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2) \geq 0$$
$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \geq 0$$
위와 같이 되므로 세 실수 사이의 관계가 $a - b = 0, b - c = 0, c - a = 0$ 을 성립하지 않으면 성립하지 않는 보기이다.

2. $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, $\frac{20}{3-x}$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$-2 \leq x \leq 2$ 에서

$-2 \leq -x \leq 2$,

$1 \leq 3-x \leq 5$

$\frac{1}{5} \leq \frac{1}{3-x} \leq 1$

$\therefore 4 \leq \frac{20}{3-x} \leq 20$

따라서 최댓값과 최솟값의 합은 24

3. 부등식 $ax + 1 > 3x + 2a$ 의 해가 $x < 1$ 일 때, a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(a - 3)x > 2a - 1$ 이므로
먼저 $a = 3$ 인 경우를 생각하면
(좌변)=0, (우변)=5가 되어 부등식이 성립하지 않는다.
따라서 $a \neq 3$ 인 경우만 생각하면 된다.
(i) $a > 3$ 이면 $x > \frac{2a-1}{a-3}$ 이 되어 $x < 1$ 의 형태가 될 수 없다.
(ii) $a < 3$ 이면 $x < \frac{2a-1}{a-3} = 1$ 에서 $2a - 1 = a - 3 \therefore a = -2$

4. 연립부등식 $\begin{cases} 5-x > 1 \\ x+3 < 2x \end{cases}$ 를 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 < x < 4$

해설

$$\begin{cases} 5-x > 1 \\ x+3 < 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x > -4 \\ -x < -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 4 \\ x > 3 \end{cases}$$

$$\therefore 3 < x < 4$$

5. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-2) \leq x-2 \\ x+2 > 1 \end{cases}$ 을 풀어라.

① $-2 < x \leq 1$

② $1 < x \leq 2$

③ $-1 \leq x < 2$

④ $1 < x < 2$

⑤ $-1 < x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} 3(x-2) \leq x-2 \\ x+2 > 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-x \leq -2+6 \\ x > -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\therefore -1 < x \leq 2$$

6. 연립부등식 $\begin{cases} 3x+1 \geq \frac{1}{2}x-4 \\ 4x-4 < x+2 \end{cases}$ 를 만족하는 x 의 값 중 가장 작은

정수를 a , 가장 큰 정수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$3x+1 \geq \frac{1}{2}x-4$ 의 양변에 2를 곱하면

$$6x+2 \geq x-8$$

$$5x \geq -10$$

$$x \geq -2$$

$$4x-x < 2+4$$

$$3x < 6, \quad x < 2$$

그러므로 $-2 \leq x < 2$

$$a+b = (-2) + 1 = -1$$

7. 연립부등식 $4x - 3 < 2x + 5 < 3x + 8$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$4x - 3 < 2x + 5 < 3x + 8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4x - 3 < 2x + 5 \\ 2x + 5 < 3x + 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x < 8 \\ -x < 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x < 4 \\ x > -3 \end{cases}$$

$$\therefore -3 < x < 4$$

가장 큰 정수는 3 이다.

8. 연립부등식 $\begin{cases} 2x+5 < 3x+2 \\ \frac{x-5}{4} < -\frac{x+1}{2} \end{cases}$ 을 만족시키는 정수의 개수는?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

(i) $2x+5 < 3x+2, x > 3$

(ii) $\frac{x-5}{4} < -\frac{x+1}{2}, x < 1$

따라서 연립부등식을 만족시키는 정수는 없다.

9. 연립부등식 $\begin{cases} x-5 \leq 3x+3 \\ \frac{-x+a}{3} \geq x \end{cases}$ 의 해가 $x=m$ 일때, $\frac{a}{m}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{cases} x-5 \leq 3x+3 \\ \frac{-x+a}{3} \geq x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2x \leq 8 \\ -x+a \geq 3x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ x \leq \frac{a}{4} \end{cases}$$

해가 $x=m$ 이므로 $m=-4$ 이다.

$$\frac{a}{4} = -4, a = -16$$

$$\therefore \frac{a}{m} = \frac{-16}{-4} = 4$$

10. 다음 연립부등식이 해를 가질 때, 상수 a 의 값의 범위는?

$$\begin{cases} x - 10 > a \\ 4x - 5 \leq 3 \end{cases}$$

① $a \geq -8$

② $a > -8$

③ $a < -8$

④ $a > -12$

⑤ $a < -12$

해설

정리하면

$$\begin{cases} x > a + 10 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

해가 존재하기 위해서는 $a + 10 < 2$ 이어야 한다.

$$\therefore a < -8$$

11. 1 개에 1600 원하는 열쇠 고리와 1 개에 2,000 원 하는 핸드폰 줄을 합쳐서 20 개를 사려고 한다. 전체 가격이 34000 원 보다 크고 35000 원 보다 작게 하려고 할 때, 열쇠 고리는 최대 몇 개를 사야 하는지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 14 개

해설

열쇠 고리의 수를 x 개라고 하면 핸드폰 줄의 수는 $(20 - x)$ 개이다. 따라서 열쇠 고리를 x 개 사고 핸드폰 줄을 $(20 - x)$ 개 샀을 때의 전체 가격은 $1600x + 2000(20 - x)$ 이다. 전체 가격이 34,000 원 보다 크고 35,000 원 보다 작으므로 $34000 < 1600x + 2000(20 - x) < 35000$ 이다. 이를 연립 부등식으로 나타내면,

$$\begin{cases} 1600x + 2000(20 - x) > 34000 \\ 1600x + 2000(20 - x) < 35000 \end{cases} \quad \text{이므로 간단히 하면,}$$

$$\begin{cases} x < 15 \\ x > \frac{50}{4} \end{cases} \quad \text{이다. 따라서 } \frac{25}{2} < x < 15 \text{ 이고, } \frac{25}{2} = 12.5 \text{ 이므로,}$$

열쇠 고리는 13 개 또는 14 개를 사야 한다.

따라서 최대 14 개를 사야 한다.

12. 부등식 $|x-1|+|x-2|<3$ 을 풀면?

- ① $-1 < x < 4$ ② $-1 < x < 2$ ③ $0 < x < 1$
④ $0 < x < 2$ ⑤ $0 < x < 3$

해설

(i) $x < 1$ 일 때
 $-(x-1)-(x-2) < 3, -2x < 0 \therefore x > 0$
그런데 $x < 1$ 이므로 $0 < x < 1$
(ii) $1 \leq x < 2$ 일 때
 $(x-1)-(x-2) < 3, 0 \cdot x < 2$
 $\therefore$ 모든 x 에 대해 성립
그런데 $1 \leq x < 2$ 이므로 $1 \leq x < 2$
(iii) $x \geq 2$ 일 때
 $(x-1)+(x-2) < 3, 2x < 6 \therefore x < 3$
그런데 $x \geq 2$ 이므로 $2 \leq x < 3$
(i), (ii), (iii)에서 $0 < x < 3$

13. 부등식 $|2x - 1| \geq 3$ 을 풀면?

① $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$

② $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

④ $x < 1$ 또는 $x > 2$

⑤ $x \leq 1$ 또는 $x > 2$

해설

$|2x - 1| \geq 3$ 에서

$2x - 1 \leq -3$ 또는 $2x - 1 \geq 3$ 정리하면 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

14. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ 의 해를 구하면?

① $x \geq 3$ 또는 $x \leq -3$

② x 는 모든 실수

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $x = 3$

⑤ 해가 없다

해설

$$x^2 - 6x + 9 \leq 0$$

$$(x - 3)^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow x = 3$$

15. 실수 x 에 대하여 $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수를 나타낸다고 한다. 이차부등식 $2[x]^2 - [x] - 6 < 0$ 의 해를 바르게 구한 것은?

- ① $-1 \leq x < 2$ ② $x \leq -1$ ③ $x \geq 1$
④ $x \leq 1$ ⑤ $x \leq -1, x \geq 2$

해설

$$2[x]^2 - [x] - 6 < 0 \text{에서}$$

$$([x] - 2)(2[x] + 3) < 0$$

$$\therefore -\frac{3}{2} < [x] < 2$$

$$-1 \leq [x] < 2 \quad \therefore -1 \leq x < 2$$

16. 부등식 $-x^2 - kx + k < 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하도록 k 의 범위를 정하면 $a < k < \beta$ 이다. 이 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$x^2 + kx - k > 0$ 이 모든 x 에 대해서 성립하려면,

판별식이 0보다 작아야 한다

$D = k^2 + 4k < 0$ 에서

$k(k + 4) < 0, -4 < k < 0,$

$\alpha = -4, \beta = 0$

$\therefore \alpha + \beta = -4$

17. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $ax^2 + 2ax + 3 > 0$ 이 성립하도록 하는 정수 a 의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

x 의 계수가 미지수이므로

i) $a = 0$ 일 때,

$3 > 0$ 이므로 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립한다.

ii) $a \neq 0$ 일 때,

$ax^2 + 2ax + 3 > 0$ 의 해가 모든 실수이려면

$$a > 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{D}{4} = a^2 - 3a < 0, a(a - 3) < 0$$

$$\therefore 0 < a < 3 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②의 공통 범위를 구하면 $0 < a < 3$

i), ii)에서 $0 \leq a < 3$

따라서 정수 a 는 0, 1, 2의 3개이다.

18. $x^2 - 2ax + 2a + 3 < 3$ 을 만족하는 x 가 없도록 하는 정수 a 의 개수는?

- ① 1개 ② 3개 ③ 5개 ④ 7개 ⑤ 9개

해설

$x^2 - 2ax + 2a + 3 < 0$ 의 해가 존재하지 않으려면

모든 실수 x 에 대하여

$x^2 - 2ax + 2a + 3 \geq 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = a^2 - (2a + 3) \leq 0, (a - 3)(a + 1) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 3$$

따라서, 구하는 정수 a 의 개수는

-1, 0, 1, 2, 3의 5개이다.

19. 이차부등식 $x^2 + ax + b < 0$ 의 해가 $2 < x < 3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$2 < x < 3$ 가 해이므로

$$(x-2)(x-3) < 0$$

$$x^2 - 5x + 6 < 0, a = -5, b = 6$$

$$\therefore a + b = 1$$

20. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $x < -1$ 또는 $x > 2$ 일 때, 이차부등식 $ax^2 + 3(b+c)x - 10(b-c) < 0$ 의 해는?

① $x \leq -1$

② $-1 < x < 0$

③ $0 < x < 10$

④ $-1 < x < 10$

⑤ $x > 10$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가

$x < -1$ 또는 $x > 2$ 이므로 $a > 0$

해가 $x < -1$ 또는 $x > 2$ 이고

이차항의 계수가 1인 이차부등식은

$$(x+1)(x-2) > 0 \quad \therefore x^2 - x - 2 > 0$$

따라서 $a = 1, b = -1, c = -2$ 이므로

$ax^2 + 3(b+c)x - 10(b-c) < 0$ 에 대입하면

$$x^2 - 9x - 10 < 0, (x+1)(x-10) < 0$$

$$\therefore -1 < x < 10$$

21. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 일 때, 부등식 $4cx^2 - 2bx + a > 0$ 을 만족시키는 x 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-7 < x < -5$
- ② $-5 < x < -3$
- ③ $-3 < x < -1$
- ④ $5 < x < 7$
- ⑤ $7 < x < 9$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 이므로 $a < 0$
 $\left(x - \frac{1}{14}\right)\left(x - \frac{1}{10}\right) < 0$ 에서
 $(14x - 1)(10x - 1) < 0$
 $\therefore -140x^2 + 24x - 1 > 0$
 $a = -140k, b = 24k, c = -k$ 라 놓고
(단, $k > 0 \leftarrow a < 0$)
 $4cx^2 - 2bx + a > 0$ 에 대입하면
 $-4kx^2 - 2 \cdot 24kx - 140k > 0$
 $x^2 + 12x + 35 < 0$
 $\therefore (x + 7)(x + 5) < 0 \quad \therefore -7 < x < -5$

22. 이차함수 $y = 6x^2 + ax + b$ 의 그래프가 x 축보다 아래쪽에 있는 x 의 값의 범위가 $\frac{1}{3} < x < \frac{5}{2}$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)

- ① -12 ② -9 ③ -6 ④ -3 ⑤ 0

해설

이차부등식 $6x^2 + ax + b < 0$ 의 해가 $\frac{1}{3} < x < \frac{5}{2}$

이므로 $\frac{1}{3}, \frac{5}{2}$ 는 이차방정식 $6x^2 + ax + b = 0$ 의

두 실근이다.

따라서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\frac{1}{3} + \frac{5}{2} = -\frac{a}{6} \text{에서 } a = -17$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{b}{6} \text{에서 } b = 5$$

$$\therefore a + b = -12$$

23. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + 3x - 4 < 0 \\ x^2 - 2x - 3 > 0 \end{cases}$ 의 값은?

① $x > -1$

② $-4 < x < -1$

③ $0 < x < 4$

④ $1 < x < 4$

⑤ $-4 < x < 3$

해설

$$\begin{aligned} x^2 + 3x - 4 < 0 &\Rightarrow (x - 1)(x + 4) < 0 \\ &\Rightarrow -4 < x < 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 3 > 0 &\Rightarrow (x + 1)(x - 3) > 0 \\ &\Rightarrow x < -1 \text{ 또는 } x > 3 \end{aligned}$$

$\therefore$ 공통부분을 구하면 $-4 < x < -1$

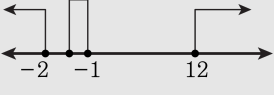
24. x 에 대한 이차부등식 $x^2 - 10x - 24 \geq 0$,
 $(x+1)(x-a^2+a) \leq 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값의 존재하지 않도록
 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $-3 < a < 12$
- ② $-3 < a < 8$
- ③ $-3 < a < 4$
- ④ $-2 < a < 12$
- ⑤ $-2 < a < 3$

해설

$$\begin{cases} x^2 - 10x - 24 \geq 0 & \cdots \textcircled{가} \\ (x+1)(x-a^2+a) \leq 0 & \cdots \textcircled{나} \end{cases}$$

$\textcircled{가}$ 에서
 $(x-12)(x+2) \geq 0$
 $\therefore x \leq -2$ 또는 $x \geq 12$ ($\textcircled{가}$)와 ($\textcircled{나}$)의
 공통 범위가 존재하지 않으려면 다음 그림에서



$$a^2 - a > -2 \cdots \textcircled{다}$$



$$a^2 - a < 12 \cdots \textcircled{라}$$

$$\textcircled{다} \text{에서 } a^2 - a + 2 > 0, \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0$$

$\therefore$ 모든 실수
 $\textcircled{라}$ 에서 $a^2 - a - 12 < 0, (a+3) \times (a-4) < 0$
 $\therefore -3 < a < 4$
 따라서 ($\textcircled{다}$)와 ($\textcircled{라}$)의 공통 범위를 구하면
 $-3 < a < 4$

25. 이차방정식 $x^2 - 2ax + 4 = 0$ 의 서로 다른 두 근이 -3 과 3 사이에 있도록 하는 정수 a 의 개수는?(단, $f(x) = x^2 - 2ax + 4$ 로 두고 풀어라.)

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$x^2 - 2ax + 4 = 0$ 의 서로 다른 두 근이

-3 과 3 사이에 있으면

(i) $D > 0$, (ii) $f(-3) > 0$, (iii) $f(3) > 0$, (iv) 대칭축이 -3 과 3 사이에 있다.

(i) $D > 0$ 에서 $\frac{D}{4} = a^2 - 4 > 0$

$(a - 2)(a + 2) > 0$

$\therefore a < -2, a > 2$

(ii) $f(-3) > 0$ 에서

$f(-3) = 9 + 6a + 4 > 0, 6a > -13$

$\therefore a > -\frac{13}{6}$

(iii) $f(3) > 0$ 에서

$f(3) = 9 - 6a + 4 > 0, 13 > 6a, \therefore \frac{13}{6} > a$

(iv) 대칭축의 방정식 $x = -\frac{(-2a)}{2} = a$ 에서

$-3 < a < 3$

(i), (ii), (iii), (iv)에서 a 값의 범위를 수직선으로 나타내면 다음 그림과 같다.



$\therefore -\frac{13}{6} < a < -2, 2 < a < \frac{13}{6}$ 이고 이 범위에 있는 정수는 없다.