

1. 다음 이차함수 중 $y = \frac{7}{5}x^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 것은?

① $y = \frac{5}{7}x^2$

② $y = -\frac{5}{7}x^2$

③ $y = -\frac{7}{5}x^2$

④ $y = -x^2$

⑤ $y = \frac{2}{7}x^2$

해설

x 축 대칭이므로 $y = -\frac{7}{5}x^2$

2. 이차함수 $y = -3x^2 + 1$ 의 그래프는 $y = -3x^2 - 5$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 구하여라.

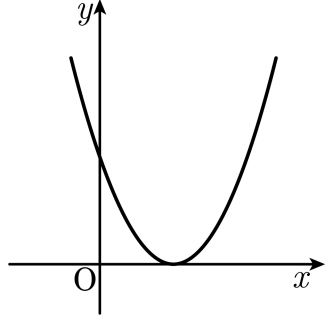
▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = -3x^2 + 1$ 의 그래프는 $y = -3x^2 - 5$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 $1 - (-5) = 6$ 만큼 평행이동한 것이다.

4. 이차함수 $y = a(x - p)^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, p 의 부호는?



- ① $a > 0, p > 0$ ② $a > 0, p < 0$ ③ $a < 0, p = 0$
④ $a < 0, p < 0$ ⑤ $a < 0, p > 0$

해설

이차함수 그래프의 모양이 아래로 볼록이므로 $a > 0$ 이다.
또한, 꼭짓점의 좌표는 $(p, 0)$ 이고 x 축의 오른쪽에 있으므로 $p > 0$ 이다.
따라서 $a > 0, p > 0$ 이다.

5. 이차함수 $y = x^2 - 3x + 5$ 의 그래프는 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 것이다. ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{33}{8}$

해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 - 3x + 5 \\y &= \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} \\a &= \frac{3}{2}, b = \frac{11}{4} \\\therefore ab &= \frac{33}{8}\end{aligned}$$

6. 이차함수 $y = -5x^2 + 20x + 3 + 2k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 하는 k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k < -\frac{23}{2}$ 또는 $k < -11.5$

해설

$$\begin{aligned} y &= -5x^2 + 20x + 3 + 2k \\ &= -5(x-2)^2 + 23 + 2k \end{aligned}$$

x 축과 만나지 않으려면 $23 + 2k < 0$, $2k < -23$, $k < -\frac{23}{2}$ 이다.

7. 다음 중 이차함수인 것을 모두 고르면?

① $y = (x - 1)(x + 1)$

② $y = (2x + 1)^2 - 4x^2$

③ $y = \left(\frac{3}{x-3}\right)^2$

④ $y = (x + 1)^2 - x^2$

⑤ $y = (2x - 2)^2 + x^2$

해설

②는 정리하면 $y = 4x + 1$ 이므로 일차함수, ③은 분수함수, ④는 정리하면 $y = 2x + 1$ 이므로 일차함수이다.

8. 함수 $y = f(x)$ 에서 $y = x^2 + 3x - 2$ 일 때, $f(f(f(1)))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 86

해설

$$f(1) = 1^2 + 3 - 2 = 2$$

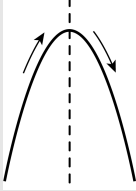
$$f(f(1)) = f(2) = 2^2 + 3 \times 2 - 2 = 8$$

$$\begin{aligned}\therefore f(f(f(1))) &= f(f(2)) \\ &= f(8) \\ &= 8^2 + 3 \times 8 - 2 = 86\end{aligned}$$

9. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?
- ① $y = 4x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.
 - ② 꼭짓점의 좌표는 $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$ 이다.
 - ③ $x > 0$ 일 때 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
 - ④ 아래로 볼록하다.
 - ⑤ $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 서로 대칭이다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.
꼭짓점은 $(0, 0)$, 대칭축은 y 축, 즉 $x = 0$ 이다.
 $a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다. $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
 $y = -ax^2$ 와 x 축에 대하여 대칭이다.
이에 따라 살펴보면 ①, ②, ④는 옳지 않다.
③에서 위로 볼록하므로 축의 오른쪽(축보다 큰 범위)에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.



10. 다음 중 이차함수 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?
- ① 점 (1, 0)을 꼭짓점으로 한다.
 - ② 대칭축은 $x = 1$ 이다.
 - ③ 점 (2, 3)을 지난다.
 - ④ 위로 볼록한 포물선이다.
 - ⑤ $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$ 의 그래프는 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프로 꼭짓점은 $(-1, 0)$, 축의 방정식은 $x = -1$ 이다. 점 (2, 6)을 지나고 아래로 볼록한 그래프이다.

11. 이차함수 $y = 2x^2 - 8x + 11$ 의 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동한 것이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 - 8x + 11 \\&= 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 11 \\&= 2(x - 2)^2 + 3 \\ \therefore a &= 2, b = 3 \\ \therefore a + b &= 2 + 3 = 5\end{aligned}$$

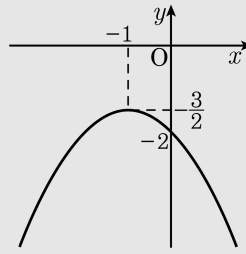
12. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{3}{2}$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -1$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x 의 값의 범위는 $x < -1$ 이다.



13. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}(x+2)^2 + 3 \\ &= \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4) + 3 \\ &= \frac{1}{2}x^2 + 2x + 5 \end{aligned}$$

$$a = 2, b = 5$$

$$\therefore a - b = 2 - 5 = -3$$

14. 이차함수의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나는 것을 모두 고르면?

① $y = 4x^2 - 4x + 1$

② $y = x^2 - 3x + 2$

③ $y = 2x^2 + 3x + 4$

④ $y = -2x^2 + 4x - 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 1$

해설

② $D = 3^2 - 4 \times 2 > 0$

⑤ $D = (-1)^2 - 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) > 0$

15. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, 음수 a 의 값의 범위는?

- ① $-\frac{3}{2} < a < 2$ ② $-\frac{3}{2} < a < -2$ ③ $\frac{3}{2} < a < 2$
④ $-2 < a < -\frac{3}{2}$ ⑤ $-2 < a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{3}{2} < |a| < 2$$

$\frac{3}{2} < a < 2$ 또는 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이고, a 가 음수이므로 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이다.

16. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 $y = ax^2$ 의 그래프가 3 번째로 폭이 넓을 때, $|a|$ 의 범위는?

보기

$\textcircled{\text{㉠}} \quad y = -\frac{3}{2}x^2$

$\textcircled{\text{㉡}} \quad y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$

$\textcircled{\text{㉢}} \quad y = 2x^2 - x$

$\textcircled{\text{㉣}} \quad -3(x+2)^2$

$\textcircled{\text{㉤}} \quad y = \frac{x(x-1)(x+1)}{x+1}$

- $\textcircled{\text{①}} \quad 1 < |a| < \frac{1}{2}$
- $\textcircled{\text{②}} \quad 1 < |a| < \frac{3}{2}$
- $\textcircled{\text{③}} \quad 1 < |a| < \frac{5}{2}$
- $\textcircled{\text{④}} \quad \frac{1}{2} < |a| < \frac{3}{2}$
- $\textcircled{\text{⑤}} \quad \frac{1}{2} < |a| < \frac{5}{2}$

해설

a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.
 a 의 절댓값을 각각 구하면
 $\textcircled{\text{㉠}} \frac{3}{2} \textcircled{\text{㉡}} \frac{1}{2} \textcircled{\text{㉢}} 2 \textcircled{\text{㉣}} 3 \textcircled{\text{㉤}} 1$ 이므로 폭이 넓은 순서는 $\textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉣}}, \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉤}}, \textcircled{\text{㉢}}$ 이다. 따라서 두 번째인 1과 세 번째인 $\frac{3}{2}$ 사이에 있어야 하므로
 $\textcircled{\text{④}} \quad 1 < |a| < \frac{3}{2}$ 이다.

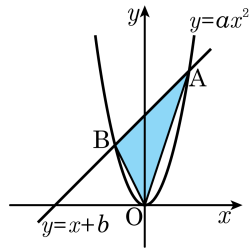
17. 포물선 $y = x^2 + ax + a - 1$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 2 일 때, a 의 값들의 합을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = x^2 + ax + a - 1$ 의
 x 절편을 α, β ($\alpha > \beta$) 라고 하면
 $\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = a - 1$ 이다.
 $\alpha - \beta = 2$ 이므로
 $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$
 $4 = a^2 - 4a + 4$
 $a^2 - 4a = 0$
 $a(a - 4) = 0$
 $\therefore a = 0$ 또는 $a = 4$
따라서 a 의 값의 합은 4이다.

18. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프와 직선 $y = x + b$ 가 점 A (3, 9) 과 점 B 에서 만날 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = ax^2$ 에 점 (3, 9) 을 대입, $9 = 9a$, $a = 1 \quad \therefore y = x^2$

$y = x + b$ 에 점 (3, 9) 을 대입, $9 = 3 + b$, $b = 6 \quad \therefore y = x + 6$

$y = x^2$ 과 $y = x + 6$ 의 교점을 구하면

$$x^2 = x + 6$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$x = -2 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\therefore B(-2, 4)$$

$y = x + 6$ 에서 $x = -6$ 일 때, $y = 0$ 이므로

$\triangle ABO$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 9 - \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 15$ 이다.

19. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 점 $(1, 2)$ 를 지나고, 이 그래프와 원점에 대하여 대칭인 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 4)$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼭짓점의 좌표는 (p, q)

원점 대칭하면 $(-p, -q) = (-2, 4)$

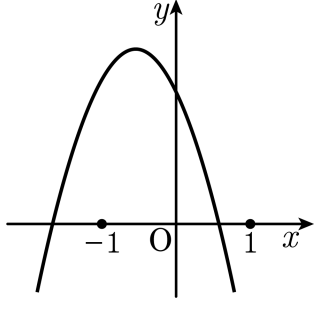
$\therefore p = 2, q = -4$

$y = a(x - 2)^2 - 4$ 의 그래프가 점 $(1, 2)$ 를 지나므로

$2 = a(1 - 2)^2 - 4$

$\therefore a = 6$

20. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 구하면?



- ① $a > 0$
- ② $b < 0$
- ③ $c < 0$
- ④ $a + b + c > 0$
- ⑤ $a - b + c < 0$

해설

- ① 위로 볼록하므로 $a < 0$
- ② 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$ 따라서 $b < 0$ 이다.
- ③ y 절편이 양수이므로 $c > 0$
- ④ $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c < 0$
- ⑤ $x = -1$ 일 때, $y = a - b + c > 0$