

1. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프는 점 $(2, a)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① 0

② 5

③ 10

④ 15

⑤ 20

해설

(1) $y = 5x^2$ 이 $(2, a)$ 를 지나므로,

$$a = 5 \times 2^2 = 20$$

(2) $y = 5x^2$ 과 x 축에 대칭인 그래프는

$$y = -5x^2 \text{이므로, } b = -5$$

$$\therefore a + b = 20 - 5 = 15$$

2. 모양이 $y = 2x^2$ 과 같고, 축의 방정식이 $x = -3$ 이며, 꼭짓점이 x 축 위에 있는 포물선의 방정식을 구하면?

① $y = 2x^2 - 3$

② $y = 2x^2 + 3$

③ $y = 2(x + 3)^2$

④ $y = -2(x + 3)^2$

⑤ $y = -2(x - 3)^2$

해설

축의 방정식이 $x = -3$ 이고, x 축에 접하므로
 $y = 2(x + 3)^2$ 이다.

3. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 이차함수는?

① $y = -2x^2$

② $y = -\frac{1}{2}x^2$

③ $y = 2x^2$

④ $y = \frac{1}{2}x^2$

⑤ $y = \frac{1}{3}x^2$

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 y 대신에 $-y$ 를 대입하면

$y = \frac{1}{2}x^2$ 이다.

4. $y = -2x^2$ 을 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동 했더니 점 $(2, a)$ 를 지난다고 한다. a 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$y = -2x^2 \rightarrow y = -2(x - 3)^2 + 1$$

점 $(2, a)$ 를 지나므로,

$$a = -2(2 - 3)^2 + 1 = -1$$

5. 다음 중 y 가 x 에 관한 이차함수인 것으로 짝지워진 것은?

- ㉠ $y = x(x - 1) - x^2$
㉡ 분속 x m 로 200m 달릴 때 걸린 시간 y 분
㉢ 한 변의 길이가 각각 x cm, $(5 - x)$ cm 인 두 정사각형의 넓이의 합은 y cm²
㉤ 넓이가 y cm² 인 삼각형의 밑변의 길이 x cm , 높이 4xcm
㉥ 반지름의 길이가 x cm 이고 중심각의 크기가 30° 인 부채꼴의 넓이 y cm²

① ㉠,㉡,㉢

② ㉡,㉢,㉤

③ ㉡,㉢,㉥

④ ㉠,㉤,㉥

⑤ ㉢,㉤,㉥

해설

식으로 나타내면 다음과 같다.

㉠ $y = -x$ (일차함수)

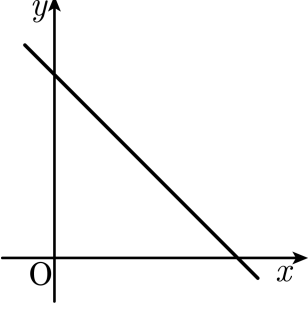
㉡(시간) = $\frac{\text{거리}}{\text{속력}} \therefore y = \frac{200}{x}$ (분수함수)

㉢ $y = x^2 + (5 - x)^2 = 2x^2 - 10x + 25$ (이차함수)

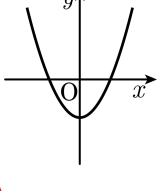
㉤ $y = \frac{1}{2} \times x \times 4x = 2x^2$ (이차함수)

㉥ $y = \pi \times x^2 \times \frac{30}{360} = \frac{\pi}{12}x^2$ (이차함수)

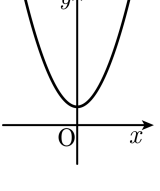
6. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는?



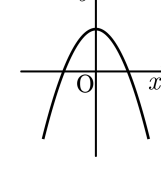
①



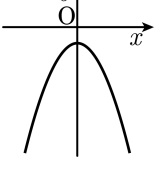
②



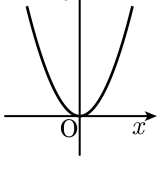
③



④



⑤



해설

$y = ax^2 + b$ 그래프에서 $a < 0$, $b > 0$ 이므로 위로 볼록하고 y 절편이 양수이다.

7. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁을 때, 보기에서 a 의 값이 될 수 있는 것을 모두 골라라.

보기

$\frac{1}{4}, -3, -\frac{1}{4}, \frac{5}{2}, 3, 4$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

해설

a 의 절댓값이 클수록 포물선의 폭이 좁다. a 의 절댓값이 2보다 큰 것은 $-3, \frac{5}{2}, 3, 4$ 이다.

8. 이차함수 $y = 3(x+2)^2$ 의 그래프는 $y = 3(x-3)^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$y = 3(x-3)^2 = 3(x+2+(-5))^2$$

9. 이차함수 $y = -3(x + 4)^2 - 2$ 의 그래프는 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, $a + p + q$ 의 값은?

① -1 ② -3 ③ -5 ④ -7 ⑤ -9

해설

$y = ax^2$ 을 x 축으로 p 만큼, y 축으로 q 만큼 평행이동한 식은 $y = a(x - p)^2 + q$ 이다.
 $\therefore a = -3, \quad p = -4, \quad q = -2$
 $\therefore a + p + q = -3 + (-4) + (-2) = -9$

10. 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 5$ 의 그래프에서 x 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 2$

해설

$$y = -x^2 + 4x - 5$$

$$y = -(x-2)^2 - 1$$

따라서 꼭짓점이 (2, -1) 인 위로 볼록한 그래프이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위는 $x > 2$

11. 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 + ax + 3$ 의 그래프가 $(1, 4)$ 를 지난다고 한다. 이 때, x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하는 범위를 구하면?

- ① $x > 1$ ② $x > 2$ ③ $x < -1$
④ $x > -2$ ⑤ $x < -3$

해설

$(1, 4)$ 를 대입하면 $a = \frac{2}{3}$ 이다.

$a = \frac{2}{3}$ 를 대입하면

$$y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 3$$

$$= \frac{1}{3}(x^2 + 2x) + 3$$

$$= \frac{1}{3}(x+1)^2 + 3 - \frac{1}{3} \text{ 이므로}$$

축의 방정식은 $x = -1$ 이다.

따라서 $x < -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

12. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프는 점 $(a, 12)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, ab 의 값은?

① ± 2

② ± 3

③ ± 5

④ ± 6

⑤ ± 7

해설

$y = 3x^2$ 에 $(a, 12)$ 를 대입하면 $a = \pm 2$ 이다.

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이므로 $b = -3$ 이다.

$\therefore ab = \pm 6$

13. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 m 만큼 평행이동하면 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 지난다고 할 때, m 의 값은?

① 4 ② 5 ③ -5 ④ -3 ⑤ -2

해설

$y = -\frac{2}{3}x^2 + m$ 에 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 대입하면

$$-5 = -\frac{2}{3}(-\sqrt{3})^2 + m$$

$$\therefore m = -3$$

14. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 4m - 1$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $-2x + y + 6 = 0$ 의 위에 있을 때, 상수 m 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$y = -x^2 + 6x + 4m - 1$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면
 $y = -(x - 3)^2 + 8 + 4m$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3, 4m + 8)$ 이다.
꼭짓점이 직선 $-2x + y + 6 = 0$ 을 지나므로 $-6 + 4m + 8 + 6 = 0$,
 $4m = -8$, $m = -2$ 이다.

15. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (a, b) 이고,
 y 축과의 교점의 y 좌표가 q 일 때, $\frac{a+b}{q}$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 식을 $y = a(x+p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면
 $y = -3(x^2 + 2x + 1 - 1) + 2$

$y = -3(x+1)^2 + 5$ 이므로

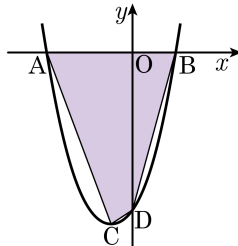
i) 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 5) \therefore a = -1, b = 5$

ii) y 축과 만나는 점의 x 좌표는 0 이므로 $x = 0$ 을 대입하면

$q = 2$

따라서 $\frac{a+b}{q} = \frac{(-1)+5}{2} = \frac{4}{2} = 2$ 이다.

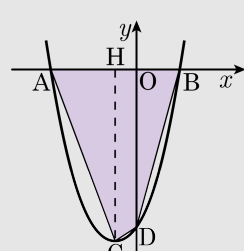
16. 다음 이차함수 $y = x^2 + 2x - 8$ 의 그래프에서 x 축과의 교점을 각각 A, B라 하고 꼭짓점의 좌표를 C, y 축과의 교점을 D라 할 때 $\square ABDC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설



$$\text{i) } 0 = x^2 + 2x - 8 = (x + 4)(x - 2)$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore A(-4, 0), B(2, 0), D(0, -8)$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } y &= x^2 + 2x - 8 \\ &= (x^2 + 2x + 1) - 9 \\ &= (x + 1)^2 - 9 \end{aligned}$$

$$\therefore C(-1, -9)$$

$$\begin{aligned} \text{iii) } \square ABDC &= \triangle ACH + \triangle ODB + \square HCDO \\ &= 3 \times 9 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} \times 8 + (8 + 9) \times 1 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{27}{2} + 8 + \frac{17}{2} = 30 \end{aligned}$$

17. 이차함수 $f(x) = x^2 - 3$ 에 대하여 $f^1(x) = f(x)$, $f^{n+1} = f(f^n(x))$ 라 할 때, $f^{1111}(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$f^1(1) = -2$$

$$f^2(1) = f(-2) = 1$$

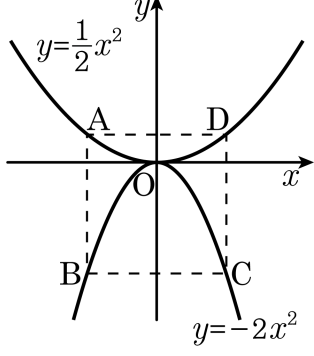
$$f^3(1) = f(1) = -2$$

$$f^4(1) = f(-2) = 1$$

⋮

$$\therefore f^{1111}(1) = -2$$

18. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = -2x^2$ 의 그래프 위에 네 점 A, B, C, D 가 있다. 이 때, □ABCD 는 정사각형일 때, 점 A 의 y 좌표는?



- ① $\frac{2}{25}$ ② $\frac{4}{25}$ ③ $\frac{6}{25}$ ④ $\frac{8}{25}$ ⑤ $\frac{11}{25}$

해설

점 A 의 좌표를 $\left(a, \frac{1}{2}a^2\right)$ 이라고 하면 B $(a, -2a^2)$,
D $\left(-a, \frac{1}{2}a^2\right)$ 이고 $\overline{AD} = \overline{AB}$ 이므로
 $2a = \left\{\frac{1}{2}a^2 - (-2a^2)\right\}$, $a = \frac{4}{5}$ ($\because a \neq 0$) 이다.
따라서 점 A 의 y 좌표는 $\frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{8}{25}$ 이다.

19. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - q$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 정수가 되게 하는 30 보다 작은 자연수 q 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 18

해설

$y = \frac{1}{2}x^2 - q$ 와 x 축과의 교점을 A, B라 하고, x 좌표를 구하면

$\frac{1}{2}x^2 - q = 0$ 에서

$x = \pm \sqrt{2q}$

따라서 x 축과의 교점은 A($-\sqrt{2q}$, 0), B($\sqrt{2q}$, 0)

즉, $AB = 2\sqrt{2q}$ 이고 q 는 자연수이므로 $\sqrt{2q}$ 가 정수가 되면

된다.

$\therefore q = 2, 8, 18$

20. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 각각 A (2, 0), B (-5, 0) 이라고 할 때, 두 점 A, B 와 y 절편으로 이루어지는 삼각형의 넓이는 14 이다. 두 점 A, B 와 꼭짓점으로 이루어지는 삼각형의 넓이를 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 17.15

해설

y 절편의 절댓값을 m 이라고 하면

$$\frac{1}{2} \times (2 + 5) \times m = 14, \quad m = 4$$

$a > 0$ 이고, x 절편이 -5, 2 이므로 y 절편은 음수이다.

$y = a(x + 5)(x - 2)$ 에 (0, -4) 를 대입하면

$$-4 = -10a, \quad a = \frac{2}{5}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{2}{5}(x + 5)(x - 2) \\ &= \frac{2}{5}x^2 + \frac{6}{5}x - 4 \\ &= \frac{2}{5}\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{49}{10} \end{aligned}$$

따라서 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 7 \times \frac{49}{10} = 17.15$ 이다.