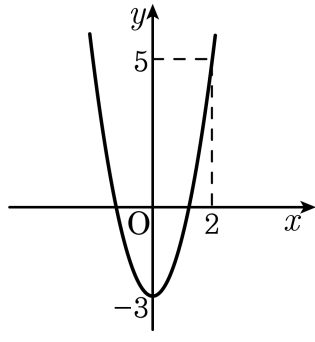


1. 이차함수 $y = ax^2 - 3$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이 그래프 위의 점은? (단, a 는 상수)



- ① (1, -2) ② $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ ③ (-1, 1)
 ④ (-2, -5) ⑤ $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{25}{9}\right)$

해설

점 (2, 5) 를 지나므로 $x = 2, y = 5$ 를 대입하면

$$5 = 4a - 3, 4a = 8, a = 2 \therefore y = 2x^2 - 3$$

⑤ $x = -\frac{1}{3}$ 일 때, 함수값 $y = 2 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 = -\frac{25}{9}$ 이다.

따라서 점 $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{25}{9}\right)$ 를 지난다.

2. 이차함수 $y = -ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?
- ① 직선 $y = 0$ 을 축으로 한다.
 - ② $y = ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
 - ③ $a > 0$ 일 때, $y = -ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{3}ax^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.
 - ④ 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.
 - ⑤ $a > 0$ 이면 위로 볼록한 포물선이다.

해설

- ① 직선 $x = 0$ 을 축으로 한다.
- ④ 꼭짓점의 좌표 : $(0, 0)$

3. $y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축으로 3 만큼 평행이동한 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?
- ① 꼭짓점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.
 - ② 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.
 - ③ 점 $(0, -3)$ 을 지난다.
 - ④ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.
 - ⑤ x 축과 만나지 않는다.

해설

$y = 2x^2 + 3$ 이므로 $(0, 3)$ 을 지난다.

4. 평행이동에 의하여 포물선 $y = 4x^2 + 2$ 의 그래프와 완전히 포개어지지 않는 것은?

① $y = 4(x - 1)^2$

② $y = 4x^2 - 1$

③ $y = 4x^2 - 2$

④ $y = 4(x + 1)^2 - 1$

⑤ $y = -4x^2 + 2x + 3$

해설

이차항의 계수가 같지 않은 것을 찾는다.

5. 이차함수 $y = (x - 1)^2 - 2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선 식은?

① $y = (x - 1)^2 + 2$

② $y = (x + 1)^2 + 2$

③ $y = (x - 1)^2 - 2$

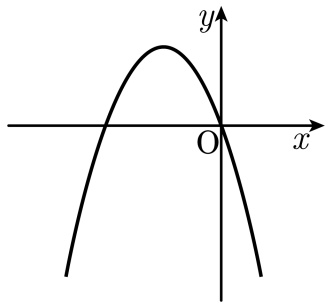
④ $y = -(x + 1)^2 + 2$

⑤ $y = -(x - 1)^2 + 2$

해설

y 대신에 $-y$ 를 대입하면 $y = -(x - 1)^2 + 2$ 이다.

6. 다음은 이차함수 $y = a(x + p)^2 - q$ 의 그래프이다. a, p, q 의 부호를 각각 구하면?



- ① $a > 0, p < 0, q < 0$ ② $a > 0, p > 0, q < 0$
③ $a > 0, p > 0, q > 0$ ④ $a < 0, p < 0, q > 0$
⑤ $a < 0, p > 0, q < 0$

해설

이차함수 $y = a(x + p)^2 - q$ 가 위로 볼록이므로 $a < 0$, 꼭짓점 $(-p, -q)$ 가 제2 사분면에 있으므로 $-p < 0, p > 0$ 이고, $q < 0$ 이다.

7. 원점을 꼭짓점으로 하고 점 $(1, -3)$ 을 지나는 이차함수의 그래프가 제 3 사분면 위의 점 $(a, -27)$ 과 제 4 사분면 위의 점 $(b, -27)$ 을 지날 때, $b - a$ 의 값은?

① -3 ② 3 ③ 0 ④ 6 ⑤ -6

해설

원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수의 식은 $y = ax^2$ 이고, 점 $(1, -3)$ 을 지나므로
 $-3 = a \times (1)^2$, $a = -3 \therefore y = -3x^2$
점 $(m, -27)$ 를 지나므로 $-27 = -3 \times m^2$, $m^2 = 9 \therefore m = \pm 3$
제 3 사분면 위의 점은 (x 좌표) < 0 이고, 제 4 사분면 위의 점은 (x 좌표) > 0 이므로
 $a = -3$, $b = 3$
따라서 $b - a = 3 - (-3) = 6$ 이다.

8. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 이차함수의 그래프가 $(a+1, a-1)$ 을 지날 때, 모든 a 의 값의 곱은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

해설

$$-(a-1) = 2(a+1)^2$$

$$-a+1 = 2a^2+4a+2$$

$$2a^2+5a+1=0$$

근과 계수의 관계에 의해 모든 a 의 값의 곱은 $\frac{1}{2}$ 이다.

9. 이차함수 $y = -2(x + 1)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프이다.
- ② y 축에 대하여 대칭이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 (1, 0) 이다.
- ④ 최솟값 0 을 갖는다.
- ⑤ $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값은 감소한다.

해설

- ① $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ② $x = -1$ 에 대하여 대칭이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 0)$ 이다.
- ④ 최댓값 0 을 갖는다.

10. 이차함수 $y = \frac{2}{3}(x-4)^2 + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2, b)$ 가 된다. 상수 a, b 의 차 $a-b$ 의 값을 구하면?

① -4 ② 2 ③ 0 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}(x-4)^2 + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$y = \frac{2}{3}(x-4-a)^2 + 5-3$ 이므로 꼭짓점의 좌표가 $(4+a, 2)$ 이다.

따라서 $4+a=2$, $a=-2$, $b=2$ 이다.

$\therefore a-b = (-2)-2 = -4$

11. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 13$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 구하면?

- ① 꼭짓점 $(3, -5)$, 축 $x = -5$ ② 꼭짓점 $(3, -5)$, 축 $x = 3$
③ 꼭짓점 $(3, 13)$, 축 $x = 3$ ④ 꼭짓점 $(3, 13)$, 축 $x = 13$
⑤ 꼭짓점 $(3, -13)$, 축 $x = 3$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 12x + 13 \\ &= 2(x^2 - 6x) + 13 \\ &= 2(x - 3)^2 - 5 \end{aligned}$$

12. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + m - 7$ 이 x 축과 한 점에서 만날 때, $\frac{1}{m}$ 의 값은?

- ① -5 ② $-\frac{1}{5}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ 5

해설

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + m - 7 = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + m - 5 \text{ 이므로}$$

꼭짓점의 좌표는 $(2, m-5)$ 이다.

x 축과 한 점에서 만나므로 $m-5=0$

$$\therefore m=5, \frac{1}{m} = \frac{1}{5}$$

13. 이차함수의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나는 것을 모두 고르면?

① $y = 4x^2 - 4x + 1$

② $y = x^2 - 3x + 2$

③ $y = 2x^2 + 3x + 4$

④ $y = -2x^2 + 4x - 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 1$

해설

② $D = 3^2 - 4 \times 2 > 0$

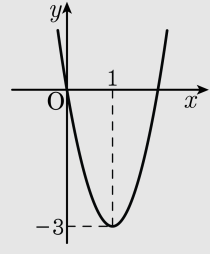
⑤ $D = (-1)^2 - 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) > 0$

14. 다음 중 이차함수 $y = 3x^2 - 6x$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제1사분면
- ② 제2사분면
- ③ 제3사분면
- ④ 제4사분면
- ⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 6x \\&= 3(x^2 - 2x + 1 - 1) \\&= 3(x - 1)^2 - 3\end{aligned}$$



그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1, -3)$ 이고 y 절편은 0이다.

15.

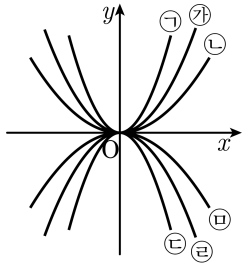
x 에 대한 방정식 $(a^2-6)x-1=a(5x+1)$ 의 해가 없을 때의 상수 a 값을 α , 해가 무수히 많을 때의 상수 a 값을 β 라 할 때, $2\alpha+\beta$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 11



16. 다음 그림은 모두 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이며, x 축을 기준으로 위, 아래에 놓여있는 그래프는 서로 대칭이다. 그 중 ㉓는 $y = x^2$ 의 그래프이다. $-1 < a < 0$ 일 때, $y = ax^2$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것을 찾아 기호로 써라.



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉖

해설

$-1 < a < 0$ 이므로 위로 볼록, $|a| < 1$ 이므로 폭은 ㉓ $y = x^2$ 보다 넓은 포물선이다.
따라서 ㉖이다.

17. 이차함수 $y = -2x^2 - 12x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

평행이동한 그래프의 식을

$y = -2x^2 + bx + c$ 라고 하자.

$y = -2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지나므로

$$0 = -8 - 2b + c, \quad -16 = c$$

$$0 = -8 - 2b - 16 \quad \therefore b = -12$$

$$y = -2x^2 - 12x - 16 = -2(x + 3)^2 + 2$$

$$y = -2x^2 - 12x + 3 = -2(x + 3)^2 + 21$$

꼭짓점의 좌표가 $(-3, 21)$ 에서 $(-3, 2)$ 로 이동하였으므로 $p = 0$, $q = -19$ 이다.

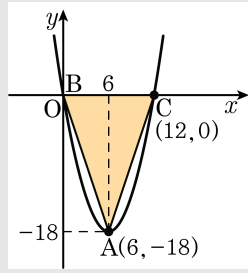
$$\therefore p + q = 0 - 19 = -19$$

18. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x$ 의 꼭짓점을 A , y 축과 만나는 점을 B , 점 B 의 포물선의 축에 대하여 대칭인 점을 C 라 할 때 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

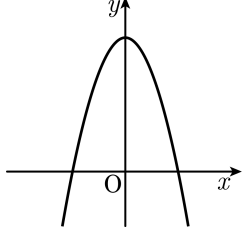
▷ 정답 : 108

해설



$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 18 = 108$$

19. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점이 y 축 위에 있을 때, 이차함수 $y = cx^2 - ax + b$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 말하여라.



▶ 답 : 사분면

▶ 답 : 사분면

▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 1 사분면

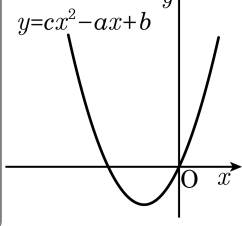
▷ 정답 : 제 2 사분면

▷ 정답 : 제 3 사분면

해설

$a < 0, c > 0$ 이고 축이 y 축 위에 있으므로 $b = 0$ 이다.

$y = cx^2 - ax + b$ 에서 아래로 볼록하고 y 축과 만나는 점이 원점이며 $-ac > 0$ 이므로 축은 y 축의 왼쪽에 있다. 따라서 지나는 사분면은 제1, 2, 3 사분면이다.



20. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 5$ 과 $y = a(x - 1)^2 + b$ 의 그래프가 서로의 꼭짓점을 지날 때, a , b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

$y = x^2 - 4x + 5 = (x - 2)^2 + 1$ 의 꼭짓점은 $(2, 1)$

$y = a(x - 1)^2 + b$ 의 꼭짓점은 $(1, b)$

$(1, b)$ 를 $y = x^2 - 4x + 5$ 에 대입하면 $b = 2$

$(2, 1)$ 을 $y = a(x - 1)^2 + b$ 에 대입하면 $a = -1$

$\therefore a = -1, b = 2$