

1. 복소수  $z = (2+i)a^2 + (1+4i)a + 2(2i-3)$ 이 순허수일 때, 실수  $a$ 의 값은?

①  $-2$

②  $1$

③  $\frac{3}{2}$

④  $\frac{5}{2}$

⑤  $3$

해설

$$z = (2a^2 + a - 6) + (a^2 + 4a + 4)i$$

$$\text{순허수이므로 } 2a^2 + a - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (a+2)(2a-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow a = -2 \text{ 또는 } a = \frac{3}{2}$$

그런데  $a = 2$ 이면,

$$a^2 + 4a + 4 = 0 \text{이 되어 순허수가 성립되지 않는다.}$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

2. 이차방정식  $x^2 + 2(k - 1)x + 4 = 0$  이 중근을 갖도록 하는 상수  $k$  값들의 합은?

① 1                      ② -2                      ③ -1                      ④ 0                      ⑤ 2

해설

중근을 가지려면 판별식  $D = 0$

$$\frac{D}{4} = (k - 1)^2 - 4 = 0$$

$$k^2 - 2k - 3 = 0, (k - 3)(k + 1) = 0$$

$$\therefore k = 3, -1$$

3.  $x$ 에 대한 이차방정식  $(k^2 - 1)x^2 - 2(k - 1)x + 1 = 0$ 이 허근을 가질 때,  $k > m$ 이다.  $m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$(k^2 - 1)x^2 - 2(k - 1)x + 1 = 0$ 이

허근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = (k - 1)^2 - (k^2 - 1) < 0$$

$$(k^2 - 2k + 1) - (k^2 - 1) < 0$$

$$-2k + 2 < 0, k > 1$$

$$\therefore m = 1$$

4. 이차식  $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4$ 가  $x$ 에 대하여 완전제곱식이 될 때, 상수  $k$ 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차식이 완전제곱식이 되면

$$\text{이차방정식 } x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4 = 0$$

이 중근을 갖는다.

$$\text{따라서, } \frac{D}{4} = (k-1)^2 - (2k^2 - 6k + 4) = 0$$

위의 식을 정리하면

$$-k^2 + 4k - 3 = 0$$

$$k^2 - 4k + 3 = 0$$

$$(k-1)(k-3) = 0 \text{에서}$$

$$k = 1 \text{ 또는 } k = 3$$

5. 이차함수  $y = -x^2 + 6x + 5$  의 최댓값을  $M$  ,  $y = 2x^2 - 12x - 4$  의 최솟값을  $m$  이라 할 때,  $M - m$  의 값을 구하면?

① 28      ② 30      ③ 32      ④ 34      ⑤ 36

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 6x + 5 \\ &= -(x-3)^2 + 14 \quad \therefore M = 14 \\ y &= 2x^2 - 12x - 4 \\ &= 2(x-3)^2 - 22 \quad \therefore m = -22 \\ \therefore M - m &= 14 + 22 = 36 \end{aligned}$$

6.  $x$ 의 범위가  $-3 \leq x \leq 2$  일 때, 이차함수  $y = x^2 - 2x - 1$ 의 최댓값은  $M$ , 최솟값은  $m$ 이다.  $M + m$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$y = x^2 - 2x - 1 = (x - 1)^2 - 2$$

$$\Rightarrow m : x = 1 \text{ 일 때 } : -2,$$

$$M : x = -3 \text{ 일 때 } : 14$$

$$\therefore m + M = 12$$

7.  $x, y$ 가 양의 실수이고,  $x^2 + xyi + y^2 - 5 - 2i = 0$  일 때,  $x + y$ 의 값을 구하여라.(단,  $i = \sqrt{-1}$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

실수부와 허수부로 나눈다.

$$(x^2 + y^2 - 5) + (xy - 2)i = 0$$

$$x^2 + y^2 - 5 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$xy - 2 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하면

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 5 + 4 = 9$$

$$\therefore x + y = 3 \quad (\because x, y \text{ 는 양의 실수})$$

8. 다음 중 이차함수  $y = x^2 - 2(a + b)x + ab$  의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은? (단,  $a, b$  는 실수)
- ① 항상  $x$  축과 만난다.
  - ② 항상  $x$  축과 만나지 않는다.
  - ③  $a, b$  가 양의 실수일 때,  $x$  축과 두 점에서 만난다.
  - ④  $a, b$  가 음의 실수일 때,  $x$  축과 접한다.
  - ⑤  $a, b$  가 음이 아닌 실수일 때,  $x$  축과 만나지 않는다.

해설

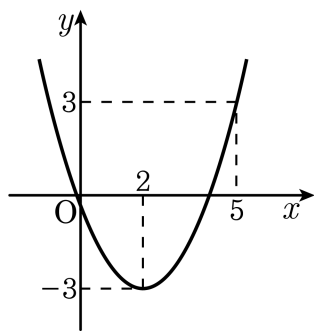
이차함수  $y = x^2 - 2(a + b)x + ab$  의 그래프와  $x$  축과의 교점의 개수는 이차방정식  $x^2 - 2(a + b)x + ab = 0$  의 실근의 개수와 같다.

이차방정식  $x^2 - 2(a + b)x + ab = 0$  의 판별식을  $D$  라 하면

$$\begin{aligned} \frac{D}{4} &= (a + b)^2 - ab = a^2 + ab + b^2 \\ &= \left(a + \frac{1}{2}b\right)^2 + \frac{3}{4}b^2 \geq 0 \end{aligned}$$

이므로 임의의 실수  $a, b$  에 대하여 항상 실근을 갖는다.  
따라서, 이차함수  $y = x^2 - 2(a + b)x + ab$  의 그래프는 항상  $x$  축과 만난다.

9. 다음 그림은 이차함수  $y = a(x - p)^2 + q$  의 그래프이다.  $apq$  의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 :  $-4$

해설

꼭짓점 좌표가  $(2, -3)$  이므로  $y = a(x - 2)^2 - 3$   
 $y = a(x - 2)^2 - 3$  의 그래프가 점  $(5, 3)$  을 지나므로

$$3 = 9a - 3 \quad \therefore a = \frac{2}{3}$$

$$y = \frac{2}{3}(x - 2)^2 - 3$$

$$\therefore a = \frac{2}{3}, p = 2, q = -3$$

$$\therefore apq = \frac{2}{3} \times 2 \times (-3) = -4$$

10. 지상 40m 높이에서  $v\text{m/s}$  의 속도로 똑바로 위로 쏘아올린 공이  $t$  초 후에 지면으로부터  $h\text{m}$  만큼의 높이가 될 때,  $h = vt + 40 - 5t^2$  의 식이 성립한다. 공이 3 초 후에 최고 높이에 도달했을 때, 이 최고 높이를 구하여라.

▶ 답 :                      m

▷ 정답 : 85 m

해설

$$h = -5t^2 + vt + 40 = -5\left(t - \frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v^2}{20} + 40$$

이 물체는  $t = \frac{v}{10}$  일 때, 최고 높이  $\frac{v^2}{20} + 40$  에 도달하고,  $\frac{v}{10} = 3$

이므로  $v = 30$  이다.

따라서 최고 높이는 85m 이다.

11. 삼차방정식  $x^3 - 8x^2 + 17x - 10 = 0$ 의 세 근을  $\alpha, \beta, \gamma$ 라 할 때,

$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - 2\alpha\beta\gamma$ 의 값은?

- ① 10      ② 20      ③ 30      ④ 40      ⑤ 50

해설

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a} = -\frac{(-8)}{1} = 8$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a} = \frac{17}{1} = 17$$

$$\alpha\beta\gamma = \frac{d}{a} = -\frac{(-10)}{1} = 10$$

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = (\alpha + \beta + \gamma)^2 - 2(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)$$

$$= (8)^2 - 2 \cdot (17) = 30$$

$$-2\alpha\beta\gamma = -2 \cdot 10 = -20$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - 2\alpha\beta\gamma = 10$$

12. 삼차방정식  $x^3 + ax^2 + bx + 5 = 0$  의 한 근이  $2-i$  일 때, 실수  $a^2 + b^2$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^3 + ax^2 + bx + 5 = 0$  의 세 근:  $2-i, 2+i, \alpha$

세 근의 합:  $-a = 4 + \alpha \cdots \textcircled{1}$

세 근의 곱:  $-5 = (2+i)(2-i)\alpha = 5\alpha$

$\therefore \alpha = -1$ ,  $\textcircled{1}$ 식에 대입하면  $a = -3$

$b = (2+i)(2-i) + (2+i) \cdot (-1) + (2-i) \cdot (-1) = 5 - 4 = 1$

$\therefore a^2 + b^2 = 10$

13. 다음은 삼차방정식  $x^3 + px + 1 = 0$ 의 한 근을  $\alpha$ 라고 할 때,  $-\alpha$ 는  $x^3 + px - 1 = 0$ 의 근이고,  $\frac{1}{\alpha}$ 은  $x^3 + px^2 + 1 = 0$ 의 근임을 보인 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 말로 옳지 않은 것은?

$\alpha$ 는  $x^3 + px + 1 = 0$ 의 근이므로  $\alpha^3 + p\alpha + 1 = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$   
 $f(x) = x^3 + px - 1$ 이라고 하면  $f(-\alpha) = (\text{가}) = (\text{나}) = 0 \quad (\because \textcircled{1})$   
따라서  $-\alpha$ 는  $x^3 + px - 1 = 0$ 의 근이다. 또  $g(x) = x^3 + px^2 + 1$ 이라고 하면  $g\left(\frac{1}{\alpha}\right) = (\text{다}) = (\text{라}) = (\text{마}) = 0 \quad (\because \textcircled{1})$   
따라서,  $\frac{1}{\alpha}$ 은  $x^3 + px^2 + 1 = 0$ 의 근이다.

- ① (가)  $(-\alpha)^3 + p(-\alpha) - 1$

② (나)  $-(\alpha^3 - p\alpha + 1)$
- ③ (다)  $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 + p\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 + 1$

④ (라)  $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 (1 + p\alpha + \alpha^3)$
- ⑤ (마)  $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 \cdot 0$

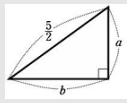
해설

$\alpha$ 는  $x^3 + px + 1 = 0$ 의 근이므로  $\alpha^3 + p\alpha + 1 = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$   
 $f(x) = x^3 + px - 1$ 이라고 하면  $f(-\alpha) = (-\alpha)^3 + p(-\alpha) - 1 = -(\alpha^3 + p\alpha + 1) = 0 \quad (\because \textcircled{1})$   
따라서  $-\alpha$ 는  $x^3 + px - 1 = 0$ 의 근이다.  
또  $g(x) = x^3 + px^2 + 1$ 이라고 하면  $g\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 + p\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 + 1 = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 (1 + p\alpha + \alpha^3) = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 \cdot 0 = 0 \quad (\because \textcircled{1})$   
따라서  $\frac{1}{\alpha}$ 은  $x^3 + px^2 + 1 = 0$ 의 근이다.

14. 빗변의 길이가  $\frac{5}{2}$  인 직각 삼각형의 넓이가  $\frac{3}{2}$  일 때, 빗변이 아닌 두 변의 길이의 합은?

- ①  $\frac{\sqrt{37}}{2}$     ②  $\frac{\sqrt{34}}{2}$     ③  $\frac{\sqrt{31}}{2}$     ④ 4    ⑤  $\frac{7}{2}$

해설



직각을 낀 두 변의 길이를 각각  $a, b$  라 하면 넓이는

$$\frac{1}{2}ab = \frac{3}{2} \dots \textcircled{1}$$

$$a^2 + b^2 = \frac{25}{4} \dots \textcircled{2}$$

①, ②식에서

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$= \frac{25}{4} + 6 = \frac{49}{4}$$

$$\therefore a + b = \frac{7}{2}$$

15.  $z^2 = \sqrt{5} + i$  를 만족하는 복소수  $z$  에 대하여  $z\bar{z}$  의 값은? (단,  $\bar{z}$  는  $z$  의 켤레복소수)

- ①  $\sqrt{2}$
- ②  $\sqrt{3}$
- ③ 2
- ④  $\sqrt{5}$
- ⑤  $\sqrt{6}$

해설

$z = x + yi$  ( $x, y$  는 실수)로 놓으면  $(x + yi)^2 = \sqrt{5} + i$   
 $x^2 - y^2 + 2xyi = \sqrt{5} + i$  에서 복소수가 서로 같을 조건에 의하여  
 $x^2 - y^2 = \sqrt{5}, 2xy = 1$   
 $z\bar{z} = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2$  이므로  
 $(x^2 + y^2)^2 = (x^2 - y^2)^2 + 4x^2y^2 = (\sqrt{5})^2 + 4\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 6$   
 $x^2 + y^2 > 0$  이므로  $x^2 + y^2 = \sqrt{6}$   
 $\therefore z\bar{z} = \sqrt{6}$

해설

$z^2 = \sqrt{5} + i, \bar{z}^2 = \sqrt{5} - i$   
 $z^2\bar{z}^2 = (\sqrt{5} + i)(\sqrt{5} - i) = 6$   
 $z\bar{z} = \pm\sqrt{6}$   
 $z\bar{z} \geq 0$  이므로  $z\bar{z} = \sqrt{6}$

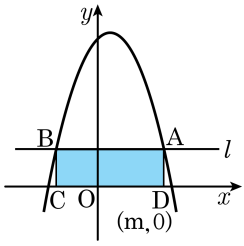
16. 이차방정식  $x^2 - px + q = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라고 하자.  $\alpha^2, \beta^2$ 이 방정식  $x^2 - 3px + 4(q - 1) = 0$ 의 두 근일 때,  $p$ 의 값은?

- ① -4 또는 1                      ② -3 또는 2                      ③ -2 또는 3  
④ -1 또는 4                      ⑤ 2 또는 5

해설

$\alpha + \beta = p, \alpha\beta = q \cdots \cdots \textcircled{㉠}$   
 $\alpha^2 + \beta^2 = 3p, \alpha^2\beta^2 = 4(q - 1) \cdots \cdots \textcircled{㉡}$   
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에서  
 $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$   
 $\therefore 3p = p^2 - 2q \cdots \cdots \textcircled{㉢}$   
 $\alpha^2\beta^2 = (\alpha\beta)^2$   
 $\therefore 4(q - 1) = q^2 \cdots \cdots \textcircled{㉣}$   
 $\textcircled{㉣}$ 에서  $q^2 - 4q + 4 = 0, (q - 2)^2 = 0$   
 $\therefore q = 2$   
 $\textcircled{㉢}$ 에 대입하여 정리하면,  
 $p^2 - 3p - 4 = 0, (p + 1)(p - 4) = 0$   
 $\therefore p = -1, 4$

17.  $y = -x^2 + x + 6$  의 그래프와  $x$  축에 평행인 직선  $l$  이 만나는 두 점 A, B 에서  $x$  축에 수선을 그어 그 수선의 발을 각각 D, C 라 하고, 점D 의  $x$  좌표를  $m$  이라고 할 때, □ABCD 의 둘레의 길이의 최댓값은?  $\left(\frac{1}{2} < m < 3\right)$



- ①  $\frac{11}{2}$       ②  $\frac{31}{4}$       ③ 10      ④  $\frac{49}{4}$       ⑤  $\frac{29}{2}$

해설

$y = -x^2 + x + 6 = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$  의 점 A 의 좌표는  $(m, -m^2 + m + 6)$  이다.

직사각형의 가로의 길이는  $2\left(m - \frac{1}{2}\right)$  이고,

직사각형의 세로의 길이는  $-m^2 + m + 6$

(□ABCD둘레의 길이)

$$= 2\left\{2\left(m - \frac{1}{2}\right) - m^2 + m + 6\right\}$$

$$= 2(2m - 1 - m^2 + m + 6)$$

$$= 2(-m^2 + 3m + 5)$$

$$= -2\left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{29}{2}$$

$m = \frac{3}{2}$  일 때, 최댓값은  $\frac{29}{2}$  이다.

18. 두 이차방정식  $3x^2 - (k+1)x + 4k = 0$ ,  $3x^2 + (2k-1)x + k = 0$ 이  
단 하나의 공통인 근  $\alpha$ 를 가질 때,  $3k + \alpha$ 의 값은? (단,  $k$ 는 실수인  
상수)

① -1      ② 0      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

해설

공통근이  $\alpha$ 이므로  
 $3\alpha^2 - (k+1)\alpha + 4k = 0$   
 $3\alpha^2 + (2k-1)\alpha + k = 0$   
두 식을 변변끼리 빼면  $3k(\alpha - 1) = 0$   
 $k = 0$  또는  $\alpha = 1$   
 $k = 0$ 이면 두 식이 같아지므로  
조건에 맞지 않는다.  
 $\therefore \alpha = 1$ 을 대입하면  
 $3 - (k+1) + 4k = 0, \quad k = -\frac{2}{3}$   
 $\therefore 3k + \alpha = -1$

19. 사차방정식  $x^4 - 3x - 1 = 0$ 의 네 근을  $x_1, x_2, x_3, x_4$ 라 할 때,  $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4$ 의 값을 구하면?

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

해설

$x^4 = 3x + 1$  이므로  
 $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4$   
 $= 3(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 4$   
 $x^4 - 3x - 1$   
 $= (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)$   
 $= x^4 - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)x^3 + \cdots + x_1x_2x_3x_4$   
 $x^3$ 의 계수를 비교하면  
 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$   
 $\therefore x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 = 4$

20.  $\alpha, \beta$ 를  $x^2 + x + 1 = 0$ 의 두 근이라 하고  $P(n) = \alpha^n + \beta^n$ 라 할 때,  $P(3n) + P(n) + P(n-1) + P(n-2)$ 의 값은?

- ① -1
- ② 0
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} &x^2 + x + 1 = 0, \\ &(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0 \Rightarrow x^3 - 1 = 0 \\ &\therefore \alpha^3 = 1, \alpha^2 + \alpha + 1 = 0 \\ &\text{따라서 } n \geq 2 \text{인 모든 정수에 대해} \\ &\alpha^n + \alpha^{n-1} + \alpha^{n-2} = 0 \text{이고,} \\ &\beta \text{에 대해서도 마찬가지이다.} \\ &P(3n) + P(n) + P(n-1) + P(n-2) \\ &= (\alpha^{3n} + \beta^{3n}) + (\alpha^n + \beta^n) \\ &+ (\alpha^{n-1} + \beta^{n-1}) + (\alpha^{n-2} + \beta^{n-2}) \\ &= (1 + 1) + (\alpha^n + \alpha^{n-1} + \alpha^{n-2}) \\ &+ (\beta^n + \beta^{n-1} + \beta^{n-2}) \\ &= 2 + 0 + 0 = 2 \end{aligned}$$