

1. $2^4 \times 3^2 \times 5$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수는?

- ① $2^3 \times 3^2 \times 5$ ② $2^3 \times 3^2$ ③ $2^4 \times 3^2 \times 5$
④ $2^4 \times 3 \times 5$ ⑤ $2^4 \times 5$

해설

제일 큰 약수는 자기 자신인 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 이고, 두 번째로 큰 수는 가장 작은 소인수인 2 가 한번 덜 곱해진 것이므로, $2^{4-1} \times 3^2 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이다.

2. 두 자연수의 최대공약수는 15 이다. 이 두 자연수의 공약수가 아닌 것은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 10 ⑤ 15

해설

두 자연수의 공약수는 최대공약수 15 의 약수이므로 1, 3, 5, 15 이다.

3. 두 자연수의 최소공배수가 16 일 때, 두 자연수의 공배수를 바르게 나열한 것은?

① 1, 2, 4, 8, 16

② 4, 16, 64, ...

③ 16, 32, 48

④ 4, 8, 16, 32, ...

⑤ 16, 32, 48, 64, ...

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 두 자연수의 공배수는 16의 배수이다.

4. 두 자연수 $15 \times x$, $21 \times x$ 의 최소공배수가 210 일 때, x 의 값으로 옳은 것은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$15 \times x = 3 \times 5 \times x$, $21 \times x = 3 \times 7 \times x$ 의 최소공배수는 $3 \times 5 \times 7 \times x = 210$
따라서 $x = 2$ 이다.

5. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

- ① 15 이하의 소수는 모두 6 개이다.
- ② 7 은 소수이다.
- ③ 모든 소수는 홀수이다.
- ④ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
- ⑤ 1 은 합성수이다.

해설

- ③ 2 는 소수이다.
- ⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

6. 140 을 소인수분해하면 $2^a \times 5^b \times 7^c$ 일 때, 세 수 a, b, c 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 1$

▷ 정답 : $c = 1$

해설

140 을 소인수분해하면 $140 = 2^2 \times 5 \times 7$

7. $\frac{72}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수 n 은 모두 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$72 = 2^3 \times 3^2,$$

$\frac{72}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서

$n = 2, 2 \times 3^2, 2^3, 2^3 \times 3^2$ 의 4 개이다.

8. 자연수 n 에 대하여 $n+3$ 은 5의 배수이고 $n+5$ 는 3의 배수일 때, $n+8$ 을 15로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$n+3$ 은 5의 배수이므로
값은 2, 7, 12, 17, 22, ... 이고,
 $n+5$ 는 3의 배수이므로
값은 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, ... 이다.
그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는
위 두 값의 공통부분이므로 7, 22, 37, 52, ... 이다.
 $\therefore (n+8)$ 을 15로 나눈 나머지 = 0

9. 어느 꽃집에서 빨간 장미 24 송이, 백장미 60 송이, 노란 장미 52 송이를 똑같이 나누어 가능한 많은 꽃다발로 포장하려고 한다. 몇 개의 꽃다발로 포장할 수 있겠는가?

- ① 3 다발 ② 4 다발 ③ 8 다발
④ 12 다발 ⑤ 16 다발

해설

똑같이 나누어 포장하려면 꽃다발 수는 24, 60, 52의 공약수이어야 하고, 가능한 많은 꽃다발을 포장하려고 하므로 24, 60, 52의 최대공약수이어야 한다.

$$4 \overline{) \begin{array}{r} 24 \quad 60 \quad 52 \\ 6 \quad 15 \quad 13 \end{array}} \therefore 4\text{다발}$$

10. 어느 역에서 통일호 열차는 20 분마다 무궁화호 열차는 35 분마다 전철은 10 분마다 출발한다고 한다. 오전 5 시에 세 열차가 동시에 출발했다면, 바로 다음에 동시에 출발하는 시각은?

- ① 오전 6 시 20 분
- ② 오전 7 시
- ③ 오전 7 시 20 분
- ④ 오전 7 시 40 분
- ⑤ 오전 8 시

해설

20, 35, 10 의 최소공배수는 140 이므로 5 시 이후 140 분 이후인 시간은
 $5\text{시} + 140\text{분} = 5\text{시} + 2\text{시간 } 20\text{분}$
 $= 7\text{시 } 20\text{분}$

11. 두 자연수 8 과 10 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 7 인 두 자리 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 87

해설

8 과 10 의 공배수에 7 을 더한 수를 구한다.

8 과 10 의 최소공배수 : $2 \times 4 \times 5 = 40$

40 의 배수 : 40, 80, 120...

따라서, 구하는 두 자리 수는 $40 + 7 = 47$, $80 + 7 = 87$ 이다.

12. 273^{100} 의 일의 자리의 숫자를 구하면?

- ① 1 ② 3 ③ 9 ④ 7 ⑤ 0

해설

273^{100} 의 일의 자리만 거듭제곱하여 규칙을 찾는다.

$$3^1 = 3,$$

$$3^2 = 9,$$

$$3^3 = 27,$$

$$3^4 = 81,$$

$$3^5 = 243,$$

...

3을 거듭제곱할 때, 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1의 네 개의 숫자가 반복된다.

273^{100} 의 지수인 100를 4로 나누면 25이므로

273^{100} 의 일의 자리의 숫자는 반복되는 네 개의 숫자 중 마지막 숫자인 1이다.

13. 두 자연수 x, y 에 대하여 $2^x \times 3 \times 5^y$ 의 약수의 개수가 36일 때, $x+y$ 의 값으로 알맞은 것을 모두 구하면?

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

$(x+1) \times (1+1) \times (y+1) = 36$
 $(x+1) \times (y+1) = 18$
 $18 = 2 \times 9$ 또는 $18 = 3 \times 6$ 이므로
 $x+1 = 2, y+1 = 9$ 또는 $x+1 = 9, y+1 = 2$ 일 때,
 $x = 1, y = 8$ 또는 $x = 8, y = 1$
그러므로 $x+y = 9$
 $x+1 = 3, y+1 = 6$ 또는 $x+1 = 6, y+1 = 3$ 일 때,
 $x = 2, y = 5$ 또는 $x = 5, y = 2$
그러므로 $x+y = 7$

14. 24, 32 의 최대공약수는?

① 2^2

② 3^2

③ 2^3

④ $2^2 \times 3$

⑤ 2×3

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $32 = 2^5$ 이므로 최대공약수는 2^3

15. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 45 cm, 60 cm, 90 cm 인 상자 속에 정육면체 모양의 과자 상자를 넣으려고 한다. 과자 상자를 될 수 있는 한 적게 사용하려고 할 때, 상자의 한 모서리의 길이와 상자의 개수를 차례대로 구하여라.

▶ 답: cm

▶ 답: 개

▷ 정답: 15 cm

▷ 정답: 72 개

해설

정육면체의 한 모서리의 길이를 x cm 라 할 때,
 x 는 45, 60, 90 의 최대공약수
 $45 = 3^2 \times 5$, $60 = 2^2 \times 3 \times 5$, $90 = 2 \times 3^2 \times 5$
 $\therefore x = 3 \times 5 = 15$ (cm)
 $45 = 15 \times 3$, $60 = 15 \times 4$, $90 = 15 \times 6$
 $\therefore 3 \times 4 \times 6 = 72$ (개)

17. $2^a = 32$, $5^b = 625$ 를 만족하는 자연수 a, b 에 대하여 $a \times b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$2^5 = 32$, $5^4 = 625$ 이므로 $a \times b = 20$ 이다.

18. 2와 3을 소인수로 갖는 어떤 자연수 A 의 약수의 개수는 18개이다. A 를 6으로 나눈 수의 약수의 개수가 10개일 때, 어떤 자연수 A 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 288

해설

$A = 2^a \times 3^b$ 라 두면,
 $(a+1) \times (b+1) = 18$ 이다.
 A 를 6으로 나눈 수 $= 2^{a-1} \times 3^{b-1}$,
 $a \times b = 10$,
따라서, a, b 가 될 수 있는 값을 순서쌍으로 나타내면,
 $(a, b) = (1, 10), (2, 5), (5, 2), (10, 1)$
이 중 $(a+1) \times (b+1) = 18$ 을 만족하는 순서쌍은 $(2, 5), (5, 2)$ 뿐이다.
→ $A = 972, 288$
자연수 A 의 최솟값은 288이다.

