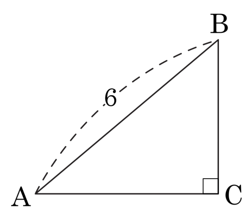
1. $\sin A = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\cos A$, $\tan A$ 의 값을 각각 구하면? (단, $0° < A < 90°$)



① $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan A = 1$　② $\cos A = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan A = 2$

③ $\cos A = 2\sqrt{3}$, $\tan A = 1$　④ $\cos A = 3\sqrt{3}$, $\tan A = \frac{1}{2}$

⑤ $\cos A = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan A = 1$

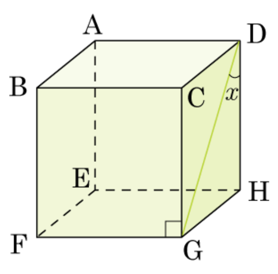
해설

$\sin A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이므로 $\overline{BC} = \overline{AB} \times \sin A = 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$ 이다.

피타고라스 정리에 의해 $\overline{AC} = \sqrt{6^2 - (3\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{2}$ 이다.

따라서 $\cos A = \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = 1$ 이다.

2. 다음 그림과 같은 한 변의 길이가 2 인 정육면체에서 $\angle\mathrm{GDH}$ 가 x 일 때, $\cos x$ 의 값이 $\dfrac{\sqrt{a}}{b}$ 이다. 이때, $a+b$ 의 값을 구하시오.(단, a, b는 유리수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

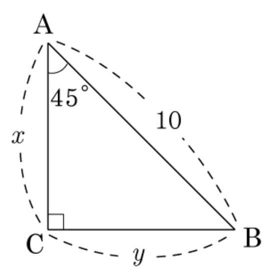
$\overline{\mathrm{DG}} = 2\sqrt{2}$

$\overline{\mathrm{DH}} = 2$ 이므로

$\cos x = \dfrac{2}{2\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

따라서 $a+b=4$ 이다.

3. 다음과 같은 직각삼각형 ABC에서 $2xy$의 값은?



① 80 ② 90 ③ 100 ④ 120 ⑤ 140

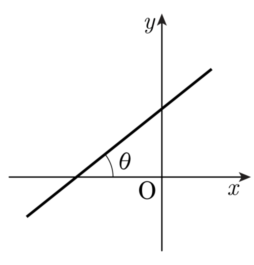
해설

$\sin 45° = \dfrac{y}{10} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $y = \dfrac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$

$\cos 45° = \dfrac{x}{10} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $x = \dfrac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$

$\therefore\ 2xy = 2 \times 5\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} = 100$

4. 다음 그림에서 직선 $4x - 5y + 20 = 0$과 x 축의 양의 부분이 이루는 각을 θ라고 할 때, $\tan\theta$의 값은?



① $\frac{1}{2}$　② $\frac{4}{5}$　③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$　④ $\sqrt{3}$　⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

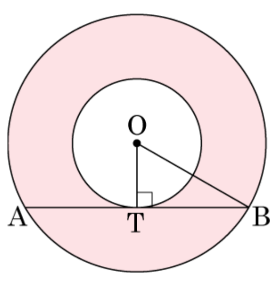
해설

$4x - 5y + 20 = 0$

$y = \frac{4}{5}x + 4$에서

기울기$\frac{4}{5} = \tan\theta$

5. 다음 그림과 같이 두 원의 중심은 O 이고 색칠한 부분의 넓이가 $64\pi\mathrm{cm}^2$ 일 때, 작은 원에 접하는 현 AB 의 길이를 구하여라. (단, T 는 접점)



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

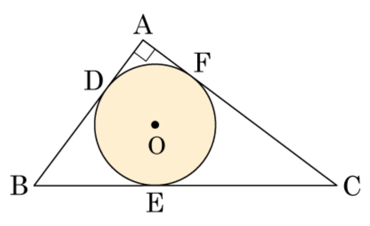
큰 원의 반지름 : R , 작은 원의 반지름 : r

$R^2\pi - r^2\pi = 64\pi$, $R^2 - r^2 = 64$

$\triangle\mathrm{OTB}$ 에서 $R^2 - r^2 = \overline{\mathrm{BT}}^2 = 64$ 이므로 $\overline{\mathrm{BT}} = 8\,\mathrm{cm}$

$\overline{\mathrm{AB}} = 2\overline{\mathrm{BT}} = 16\,\mathrm{cm}$

6. 다음 그림에서 원 O 는 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 20\text{cm}$, $\overline{CA} = 16\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이는?

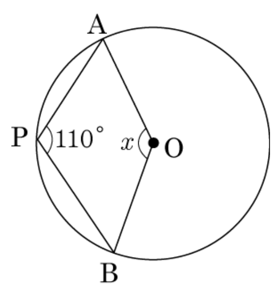


① $4\pi\,\text{cm}^2$ ② $\frac{9}{2}\pi\,\text{cm}^2$ ③ $6.5\pi\,\text{cm}^2$
④ $12\pi\,\text{cm}^2$ ⑤ $16\pi\,\text{cm}^2$

해설

내접원의 반지름을 r라 하면
$\frac{1}{2} \times 12 \times 16 = \frac{1}{2} \times (12 + 16 + 20) \times r$
$\therefore r = 4(\text{cm})$
따라서, 원의 넓이는 $16\pi\text{cm}^2$

7. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면? (단, O 는 원의 중심)



① $110°$ ② $120°$ ③ $130°$ ④ $140°$ ⑤ $150°$

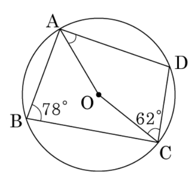
해설

원주각$= \dfrac{1}{2} \times$ (중심각)

$\angle AOB = 2\angle APB = 2 \times 110° = 220°$

$\therefore \angle x = 360° - 220° = 140°$

8. 다음 □ABCD 가 원 O 에 내접할 때, ∠OAD 의 크기를 구하면?

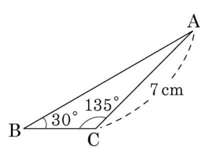


① 40° ② 42° ③ 44° ④ 46° ⑤ 48°

해설

$\angle D = 180° - 78° = 102°$
$\angle AOC = 2 \times 78° = 156°$
$\therefore\ \angle OAD = 360° - 156° - 102° - 62° = 40°$

9. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ACB = 135°$, $\overline{AC} = 7cm$ 이다. $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____________ cm

▷ 정답 : $7\sqrt{2}$ cm

해설

$\angle ACH = 180° - 135° = 45°$

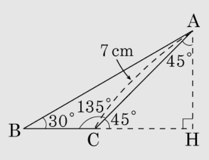
$\cos 45° = \dfrac{\overline{CH}}{7}$

$\overline{CH} = 7\cos 45° = 7 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{7\sqrt{2}}{2}$ (cm)

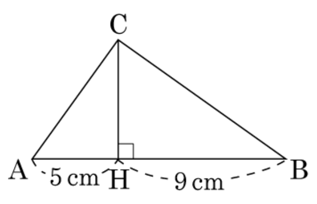
$\overline{AH} = \overline{CH} = \dfrac{7\sqrt{2}}{2}$ (cm)

$\sin 30° = \dfrac{\overline{AH}}{\overline{AB}}$

$\therefore \overline{AB} = \dfrac{7\sqrt{2}}{2} \div \dfrac{1}{2} = 7\sqrt{2}$ (cm)



10. 다음 그림에서 $\dfrac{\tan B}{\tan A}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{5}{9}$

해설

$\tan B = \dfrac{\overline{CH}}{9}$, $\tan A = \dfrac{\overline{CH}}{5}$

$$\begin{aligned} \therefore\ \tan B \div \tan A &= \dfrac{\overline{CH}}{9} \div \dfrac{\overline{CH}}{5} \\ &= \dfrac{\overline{CH}}{9} \times \dfrac{5}{\overline{CH}} = \dfrac{5}{9} \end{aligned}$$

11. 한 내각이 $150°$ 인 마름모의 넓이가 32 일 때, 이 마름모의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$x \times x \times \sin(180° - 150°) = 32$

$x^2 \times \sin 30° = 32$

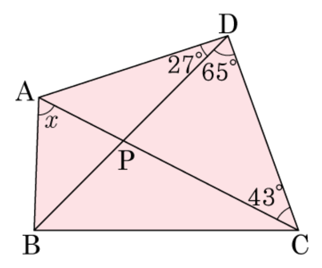
$x^2 \times \frac{1}{2} = 32$

$x^2 = 64$

x 는 마름모의 한 변의 길이이므로 양수이므로

$x = 8$ 이다.

12. 다음 그림에서 ∠BAC 의 크기를 구하여라. (단, □ABCD 는 원에 내접한다.)



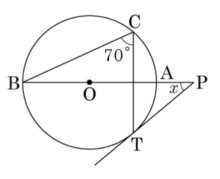
▶ 답: $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답: 65 °

해설

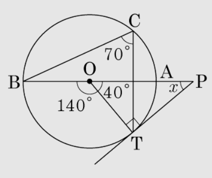
$\angle BDC = \angle BAC = 65°$

13. 다음과 같이 $\overrightarrow{PT}$ 가 원 O 의 접선이고, $\angle BCT = 70°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기로 적절한 것은?



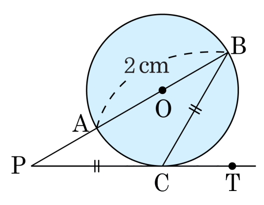
① 20° ② 30° ③ 40° ④ 50° ⑤ 60°

해설



점 O 와 T 를 연결하면
$\angle TOB = 70° \times 2 = 140°$
$\angle AOT = 40°$
$\therefore \angle x = 180° - 90° - 40° = 50°$

14. 다음 그림과 같이 원 O 의 지름 AB 의 연장선 위의 점 P 에서 원 O 에 접선 PT 를 그어 그 접점을 C 라 하면 $\triangle$PBC 는 $\overline{PC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 1 cm

해설

점 A와 C를 이으면

$\angle BCA = 90°$, $\angle P = a$라 하면,

$\angle CBA = a$, $\angle ACP = a$, $\angle CAO = 2a$

점 O와 C를 이으면

$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로

$\angle COA = 2a$

$\angle OCA = 90° - a = \angle CAO$

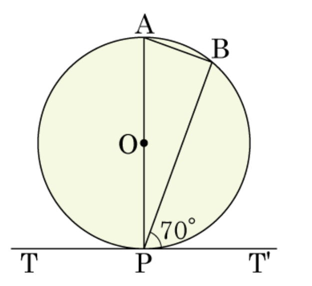
($\because$ $\triangle OAC$도 이등변삼각형)

$2a = 90° - a$ $\quad\therefore$ $a = 30°$

따라서 $\triangle OAC$는 한 변의 길이가 1인 정삼각형이다.

$\therefore$ $\overline{AC} = 1$ (cm)

15. 다음 그림을 보고 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?



① $\angle \mathrm{ABP}$ 는 직각이다.

② $\overline{\mathrm{AP}} \perp \overleftrightarrow{\mathrm{TT'}}$

③ $\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{AB}} + \overline{\mathrm{BP}}$

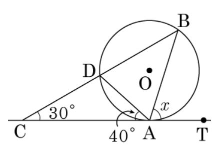
④ 점 O와 B를 이으면
$\overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OP}}$ 이다.

⑤ $\angle \mathrm{A} = 70°$

해설

$\triangle \mathrm{ABP}$ 는 $\angle \mathrm{B} = 90°$ 인 직각삼각형이므로
피타고라스 정리를 이용하면
$\overline{\mathrm{AP}}^2 = \overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{BP}}^2$ 이다.

16. 다음 그림에서 직선 AT 가 원 O 의 접선이고, 점 A 가 접점일 때, ∠BAT 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad ^{\circ}}$

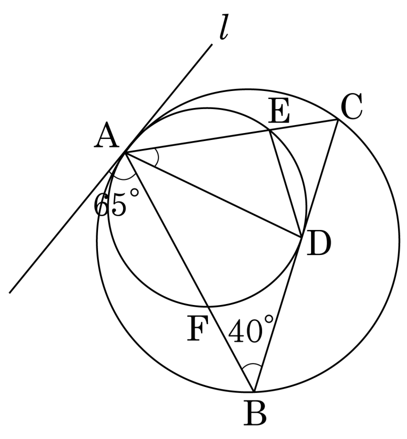
▷ 정답 : $70\underline{^{\circ}}$

해설

$\angle DAC = \angle DBA = 40^{\circ}$

$\triangle BCA$ 에서 $\angle x = 30^{\circ} + 40^{\circ} = 70^{\circ}$

17. 다음 그림에서 직선 l 은 점 A 에서 두 원과 접하고 큰 원의 현 BC 는 점 D 에서 작은 원에 접할 때, $\angle$DAC 의 크기를 구하여라.

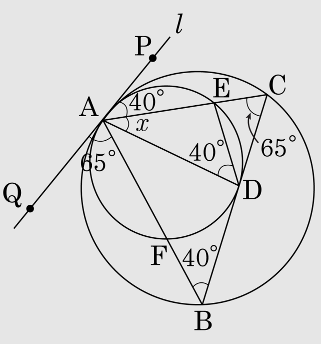


▶ 답 : ______°

▷ 정답 : 37.5°

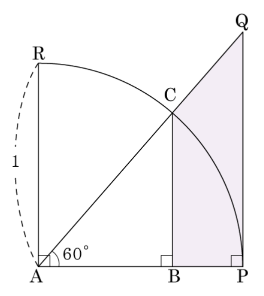
해설

직선 l 위의 두 점을 P, Q 라 하고, $\angle \mathrm{DAC} = \angle x$ 라 하면
$\angle \mathrm{ABC} = \angle \mathrm{PAC} = \angle \mathrm{ADE} = 40°$, $\angle \mathrm{ACB} = \angle \mathrm{QAB} = 65°$



$\triangle \mathrm{ADE}$ 에서 $\angle \mathrm{DEC} = \angle x + 40°$
$\overline{\mathrm{BC}}$ 는 작은 원의 접선이므로 $\angle \mathrm{EDC} = \angle \mathrm{EAD} = \angle x$ 이다.
$\triangle \mathrm{EDC}$ 에서 $\angle x + 40° + \angle x + 65° = 180°$ 이다.
$\therefore \angle x = 37.5°$

18. 다음 그림의 부채꼴 APR는 반지름의 길이가 1 이고 중심각의 크기가 $90°$ 이다. 빗금친 부분의 넓이는?



① $\frac{\sqrt{3}}{8}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{3\sqrt{3}}{8}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{8}$

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = 1, \angle A = 60°$ 이므로 $\overline{AB} = \cos 60° = \frac{1}{2}$,

$\overline{BC} = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\triangle APQ$ 에서 $\overline{AP} = 1, \angle A = 60°$ 이므로 $\overline{AQ} = \frac{1}{\cos 60°} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

, $\overline{PQ} = \tan 60° = \sqrt{3}$

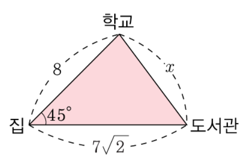
(빗금친 부분의 넓이)= $\triangle APQ$ 의 넓이-$\triangle ABC$ 의 넓이

$\triangle APQ$ 의 넓이$= \frac{1}{2} \times (1 \times \sqrt{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\triangle ABC$ 의 넓이$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{8}$

$\therefore$ (빗금친 부분의 넓이)$= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{8} = \frac{3\sqrt{3}}{8}$

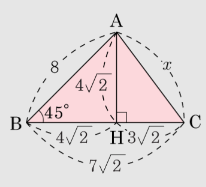
19. 다음 그림에서 학교와 도서관 사이의 거리 x 값은?



① $2\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

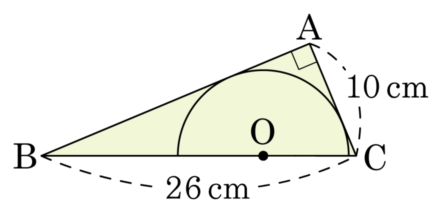
해설

점 A 에서 내린 수선의 발을 H 라 할 때



$\overline{\mathrm{AH}} = 8 \times \sin 45° = 4\sqrt{2}$
$\overline{\mathrm{BH}} = 8 \times \cos 45° = 4\sqrt{2}$
$\overline{\mathrm{CH}} = \overline{\mathrm{BC}} - \overline{\mathrm{BH}} = 7\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$
$x = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2} = 5\sqrt{2} \quad \therefore\ 5\sqrt{2}$

20. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 26\text{cm}$, $\overline{CA} = 10\text{cm}$ 이다. 이 삼각형에서 빗변 BC 위에 지름이 있는 반원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.(단, $\overline{AB}$, $\overline{CA}$ 는 반원 O 의 접선이다.)



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{120}{17}$ cm

해설

반원 O의 반지름의 길이를 $r$cm이라 하면

$\overline{AB} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24(\text{cm})$이므로

$\triangle ABC$의 넓이 $= 10 \times 24 \times \frac{1}{2} = 120(\text{cm}^2)$

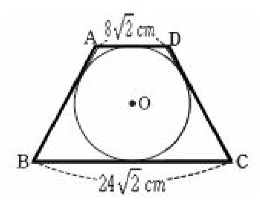
$\triangle AOB + \triangle AOC = 24 \times r \times \frac{1}{2} + 10 \times r \times \frac{1}{2}$

$= 10 \times 24 \times \frac{1}{2}$

$17r = 120$

$\therefore r = \frac{120}{17}(\text{cm})$

21. 다음 그림과 같이 원 O 에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD 가 있다. $\overline{\mathrm{AD}}=8\sqrt{2}\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}}=24\sqrt{2}\mathrm{cm}$ 일 때, 내접원 O 의 넓이는?



① $69\pi\mathrm{cm}^2$ ② $69\sqrt{2}\pi\mathrm{cm}^2$ ③ $96\pi\mathrm{cm}^2$
④ $96\sqrt{2}\pi\mathrm{cm}^2$ ⑤ $8\sqrt{6}\pi\mathrm{cm}^2$

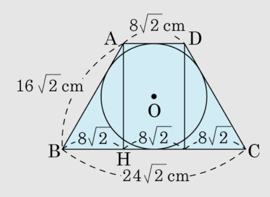
해설

$\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{CD}}=2\overline{\mathrm{AB}}\ \therefore\ \overline{\mathrm{AB}}=16\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

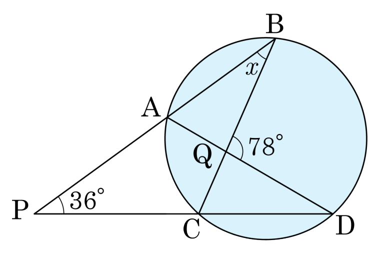
$\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{\left(16\sqrt{2}\right)^2-\left(8\sqrt{2}\right)^2}=8\sqrt{6}(\mathrm{cm})$

$\therefore$ 원의반지름은$4\sqrt{6}\,(\mathrm{cm})$

(원의 넓이) $=\pi\times(4\sqrt{6})^2=96\pi(\mathrm{cm}^2)$



22. 다음 그림에서 점 P 는 두 현 AB, CD 의 연장선의 교점이고 $\angle APC = 36°$, $\angle BQD = 78°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

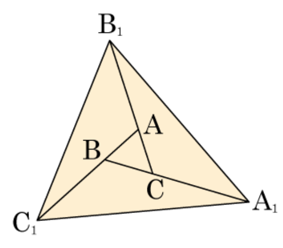


① 21° ② 22° ③ 23°
④ 24° ⑤ 25°

해설

5.0pt$\overset{\frown}{AC}$ 에 대한 원주각이므로
$\angle ABC = \angle ADC = \angle x$
$\triangle BPC$에서
$\angle QCD = 36° + \angle x$
$\triangle QCD$에서
$\angle QCD + \angle QDC = 78°$
$36° + \angle x + \angle x = 78°$
$\therefore \ \angle x = 21°$

23. 다음 그림과 같이 주어진 $\triangle ABC$ 에 대하여 변 BC 의 연장선 위에 $2\overline{BC} = \overline{CA_1}$ 이 되도록 점 A_1 를 찍고 같은 방법으로 점 B_1, C_1 를 찍어 $\triangle A_1B_1C_1$ 을 만들었다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 4 일 때, $\triangle A_1B_1C_1$ 의 넓이는?



① 70　　② 72　　③ 74　　④ 76　　⑤ 78

해설

$\triangle BC_1A_1$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{BC_1} \times \overline{BA_1} \times \sin \angle C_1BA_1$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(2\overline{AB}\right) \times \left(3\overline{BC}\right) \times \sin\left(180° - \angle C_1BA_1\right)$$

$$= 6 \times \left(\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin \angle ABC\right)$$

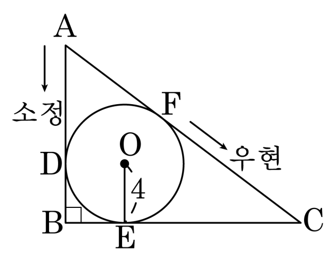
$= 6 \times (\triangle ABC$의 넓이$)$

마찬가지로 계산하면

$\triangle AB_1C_1 = \triangle CB_1A_1 = 6\triangle ABC$

$$\therefore\ \triangle A_1B_1C_1 = 18\triangle ABC + \triangle ABC = 19\triangle ABC = 76$$

24. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 4 인 원 모양의 호수에 접하는 직각삼각형 모양의 길이 있다. 우현이는 F 지점을 출발하여 C 지점을 지나 E 지점까지 가고, 소정이는 A 지점을 출발하여 B 지점을 지나 E 지점까지 갔다. 두 사람의 걸린 시간은 같고 우현이의 속력이 소정이의 속력의 2 배일 때, 우현이가 걸은 거리를 구하여라.



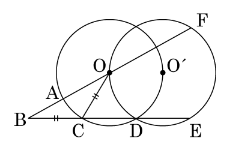
▶ 답 :

▷ 정답 : $16+8\sqrt{3}$

해설

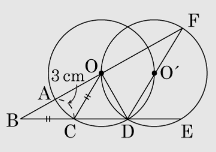
$\overline{AD}=\overline{AF}=x$, $\overline{CE}=\overline{CF}=y$ 라 하고 우현이의 속력이 소정이의 속력의 2 배이고
두 사람이 걸린 시간은 같으므로
$\overline{FC}+\overline{CE}=2\times(\overline{AD}+4+4)$, $2y=2(x+8)$
$\therefore y=x+8, x=y-8\cdots$①
$\triangle ABC$ 에서 $(x+4)^2+(y+4)^2=(x+y)^2$
$\therefore 4x+4y+16=xy\cdots$②
①, ②에서 $y^2-16y+16=0$, $\therefore y=8\pm4\sqrt{3}$
이때 $x>0$ 이므로 $y=8+4\sqrt{3}$
따라서 우현이가 걸은 거리는 $2\times(8+4\sqrt{3})=16+8\sqrt{3}$ 이다.

25. 다음 그림과 같이 크기가 같은 두 원 O, O′ 이 서로 중심을 지나고 있다. $\overline{BC} = \overline{OC}$ 이고 5.0pt$\overset{\frown}{AC} = 3\,cm$ 일 때, 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{DEF}$ 의 길이를 구하면?



① 16cm ② 17cm ③ 18cm ④ 19cm ⑤ 20cm

해설



$\angle AOC = \angle ABC = x$ 라 하면
$\angle OCD = \angle ODC = 2x$ 이다.
$\angle FOD$ 는 $\triangle OBD$ 의 외각이므로
$\angle FOD = 3x$
원 O′ 에서 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{DEF}$ 의 중심각 $\angle DO'F = 6x$ 이다.
5.0pt$\overset{\frown}{AC}$: 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{DEF} = 1 : 6$
$\therefore$ 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{DEF} = 6 \times 3 = 18(\,cm)$