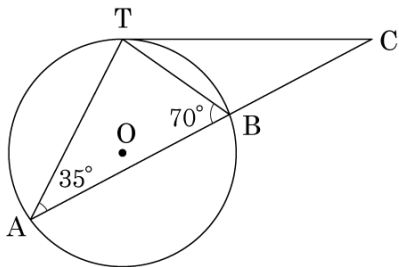


1. 다음 그림에서 $\overline{TC}$ 는 원 O 의 접선이다. $\angle TAB = 35^\circ$, $\angle ABT = 70^\circ$ 일 때, $\angle C$ 의 크기는?



① 25°

② 30°

③ 35°

④ 40°

⑤ 45°

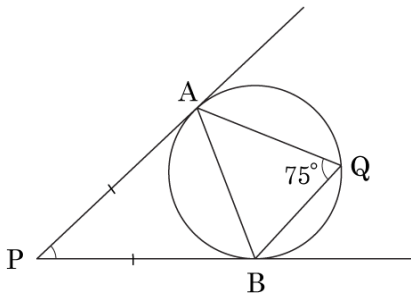
해설

$$\angle BAT = \angle BTC = 35^\circ$$

$$\angle TCB + \angle CTB = \angle TCB + 35^\circ = 70^\circ$$

$$\therefore \angle TCB = 35^\circ$$

2. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB 는 원의 접선이고 $\angle AQB = 75^\circ$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기는?

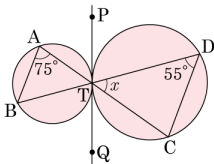


- ① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

$\angle ABP = \angle AQB = 75^\circ$ 이고 $\triangle PAB$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle APB = 180^\circ - 75^\circ - 75^\circ = 30^\circ$

3. 다음 그림에서 두 원이 점 T에서 서로 접하고 $\angle BAT = 75^\circ$, $\angle CDT = 55^\circ$ 일 때, $\angle CTD$ 의 크기는?



① 45°

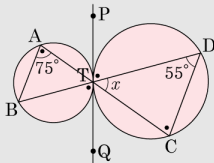
② 50°

③ 55°

④ 65°

⑤ 75°

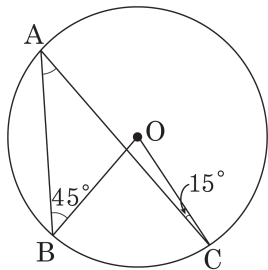
해설



접선과 현이 이루는 각의 성질과 맞꼭지각의 성질에 따라 $\angle DCT = 75^\circ$, $\triangle DCT$ 에서 $\therefore x = 180^\circ - 75^\circ - 55^\circ = 50^\circ$

4. 다음 그림에서 $\angle ABO = 45^\circ$, $\angle ACO = 15^\circ$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?

- ① 15° ② 20° ③ 28°
 ④ 30° ⑤ 35°



해설

$\triangle AOC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle CAO = 15^\circ$

작은 쪽의 $\angle AOC = 150^\circ$, 큰 쪽의 $\angle AOD = 210^\circ$

$$\angle ABC = 210 \times \frac{1}{2} = 105^\circ \quad \therefore \angle OBC = 60^\circ$$

$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle OCB = 60^\circ, \angle ACB = 45^\circ$$

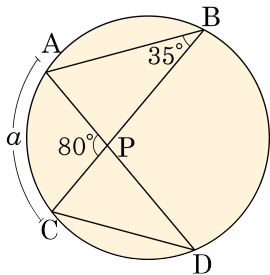
$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 30^\circ$$

5. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AC} = a$ 일 때,
 $5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 를 구하면?

① $\frac{6}{5}a$
 ④ $\frac{9}{7}a$

② $\frac{7}{5}a$
 ⑤ $\frac{10}{9}a$

③ $\frac{8}{7}a$



해설

$\triangle ABP$ 에 의해 $\angle APC = \angle ABP + \angle BAP$

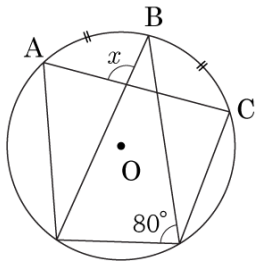
$$\angle BAP = 80^\circ - 35^\circ = 45^\circ$$

$$5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{BC} = 35^\circ : 45^\circ = a : 5.0\text{pt}\widehat{BD}$$

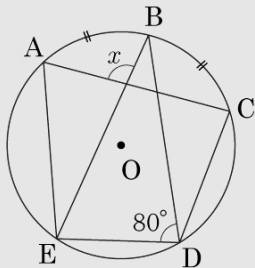
$$5.0\text{pt}\widehat{BD} = \frac{45^\circ}{35^\circ} = \frac{9}{7}a$$

6. 다음 그림과 같이 원 O 위의 점 A, B, C가 있다. $\angle x$ 의 크기는? (단, $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$)

- ① 100° ② 110° ③ 120°
 ④ 130° ⑤ 140°

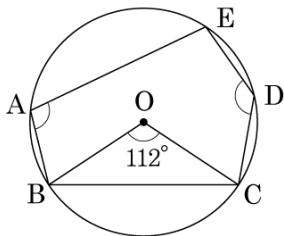


해설



다음 그림에서 점 D, E를 잡으면 $\angle BDC = \angle BEA$ 이다.
 내접사각형 AEDC에서 $\angle A + \angle EDC = 180^\circ$ 이므로 $x = \angle A + \angle BEA = \angle A + \angle BDC = 100^\circ$ 이다.

7. 다음 그림에서 오각형 ABCDE 는 원 O 에 내접하고 $\angle BOC = 112^\circ$ 일 때, $\angle A + \angle D$ 의 크기는?



① 252°

② 236°

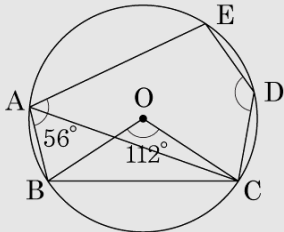
③ 212°

④ 186°

⑤ 164°

해설

점 A 와 점 C 에 보조선을 그으면
 $\angle D + \angle EAC = 180^\circ$, $\angle BAC = \frac{1}{2} \times \angle BOC = 112^\circ = 56^\circ$
 $\therefore \angle A + \angle D = 180^\circ + 56^\circ = 236^\circ$



8. 다음 조건을 만족할 때, □ABCD가
원에 내접하지 않는 것은?

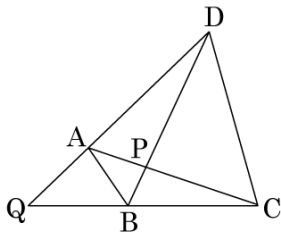
① $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$

② $\overline{QA} \times \overline{QD} = \overline{QB} \times \overline{QC}$

③ $\angle BAC = \angle BDC$

④ $\angle ABQ = \angle ADC$

⑤ $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$



해설

□ABCD가 원에 내접하려면
 $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$ 이어야 한다.

9. 다음 그림에서 $\overleftrightarrow{CD}$ 는 원 O의 접선이다. $\overline{AB}$ 가 원의 지름이고 $\overline{CD} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?

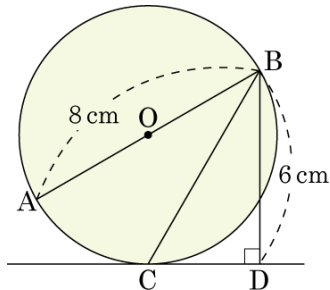
① 2cm

② 4cm

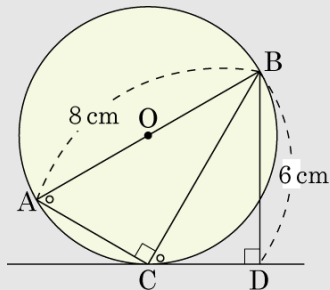
③ $2\sqrt{3}$ cm

④ $3\sqrt{2}$ cm

⑤ $4\sqrt{2}$ cm



해설



$\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAC = \angle BCD$ 이므로

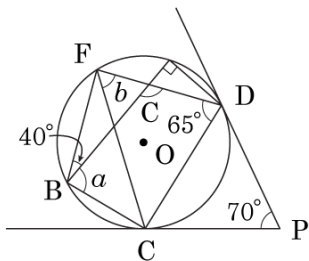
$\triangle ABC \sim \triangle CBD$ (AA 닮음)

$$\therefore 8 : \overline{BC} = \overline{BC} : 6$$

$$\overline{BC}^2 = 48, \overline{BC} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{AC} = \sqrt{8^2 - (4\sqrt{3})^2} = 4 \text{ cm}$$

10. 다음 그림에서 두 반직선은 원 O의 접선이다. $\angle BAD = 90^\circ$, $\angle EDC = 65^\circ$, $\angle EBF = 40^\circ$, $\angle CPD = 70^\circ$ 일 때, $\angle a + \angle b + \angle c$ 의 크기는?



- ① 240° ② 245° ③ 255° ④ 260° ⑤ 320°

해설

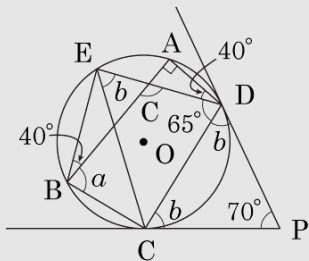
1) 사각형 EBCD가 원에 내접하므로 $\angle a + 40^\circ + 65^\circ = 180^\circ \therefore \angle a = 75^\circ$

2) 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 내부의 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로

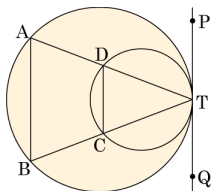
$$\angle b = \angle PDC = \angle PCD = 55^\circ (\because \overline{PD} = \overline{PC})$$

3) $\triangle ADE$ 에서 $\angle c = 90^\circ + 40^\circ = 130^\circ$ (이 때, $\widehat{AF}$ 에 대한 원주각으로 $\angle FBA = \angle ADF = 40^\circ$)

따라서, $\angle a + \angle b + \angle c = 75^\circ + 55^\circ + 130^\circ = 260^\circ$ 이다.

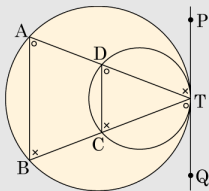


11. 다음 그림과 같이 점 T는 두 원의 공통 접점이고 $\overleftrightarrow{PQ}$ 는 두 원의 공통인 접선이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $\overline{AB} // \overline{CD}$
- ② $\angle BAT = \angle CDT$
- ③ $\overline{TA} : \overline{TB} = \overline{TC} : \overline{TD}$
- ④ $\angle ABT = \angle ATP$
- ⑤ $\triangle ATB \sim \triangle DTC$

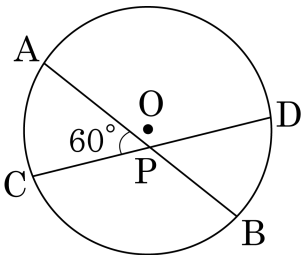
해설



직선 PQ 가 두 원의 공통접선이고, 접선과 현이 이루는 각의 성질에 따라 그림처럼 같은 각의 관계가 성립한다.

따라서, 동위각이 같으므로 $\overline{AB} // \overline{CD}$ 이고 $\triangle ATB \sim \triangle DTC$ 이므로 $\overline{TA} : \overline{TB} = \overline{TD} : \overline{TC}$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 10 인 원 O 에서 $\angle APC = 60^\circ$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 값은?



- ① $\frac{5}{3}\pi$ ② $\frac{10}{3}\pi$ ③ $\frac{15}{3}\pi$ ④ $\frac{20}{3}\pi$ ⑤ $\frac{25}{3}\pi$

해설

$$\angle ADC + \angle DAB = 60^\circ$$

$$5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD} = \frac{60^\circ}{180^\circ} \times 20\pi = \frac{20}{3}\pi$$

13. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때, x^2, y^2, z^2 의 평균은?

① $\frac{50}{3}$

② $\frac{51}{3}$

③ $\frac{52}{3}$

④ $\frac{53}{3}$

⑤ 18

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 4$$

$$\therefore x+y+z = 12 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

또한, x, y, z 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2}{3} = 2$$

$$(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 6$$

$$x^2 - 8x + 16 + y^2 - 8y + 16 + z^2 - 8z + 16 = 6$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8(x+y+z) + 48 = 6$$

위의 식에 $\textcircled{7}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8 \times 12 + 48 = 6$$

$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 54$ 따라서 x^2, y^2, z^2 의 평균은

$$\frac{x^2 + y^2 + z^2}{3} = \frac{54}{3} = 18 \text{ 이다.}$$

14. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 5, 3 일 때, $\frac{1}{2}x^2, \frac{1}{2}y^2, \frac{1}{2}z^2$ 의 평균은?

① 12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 5 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 5$$

$$\therefore x+y+z = 15 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, x, y, z 의 분산이 3 이므로

$$\frac{(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2}{3} = 3$$

$$(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2 = 9$$

$$x^2 - 10x + 25 + y^2 - 10y + 25 + z^2 - 10z + 25 = 9$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 10(x+y+z) + 75 = 9$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 10 \times 15 + 75 = 9$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 84$$

따라서 $\frac{1}{2}x^2, \frac{1}{2}y^2, \frac{1}{2}z^2$ 의 평균은

$$\frac{1}{3} \left(\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{2} \right) = \frac{1}{6} (x^2 + y^2 + z^2) = \frac{84}{6} = 14 \text{ 이다.}$$

15. 다섯 개의 변량 5, 6, x , y , 7 의 평균이 8 이고, 분산이 5 일 때,
2, 3, $\frac{1}{5}x^2$, $\frac{1}{5}y^2$ 의 평균은?

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

다섯 개의 변량 5, 6, x , y , 7 의 평균이 8 이므로

$$\frac{5 + 6 + x + y + 7}{5} = 8, \quad x + y + 18 = 40$$

$$\therefore x + y = 22 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 분산이 5 이므로

$$\frac{(5-8)^2 + (6-8)^2 + (x-8)^2 + (y-8)^2}{5} + \frac{(7-8)^2}{5} = 5$$

$$\frac{9 + 4 + x^2 - 16x + 64 + y^2 - 16y + 64 + 1}{5} = 5$$

$$\frac{x^2 + y^2 - 16(x+y) + 142}{5} = 5$$

$$x^2 + y^2 - 16(x+y) + 142 = 25$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 16(x+y) = -117 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2 + y^2 = 16(x+y) - 117 = 16 \times 22 - 117$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 235$$

따라서 1, 2, $\frac{1}{5}x^2$, $\frac{1}{5}y^2$ 의 평균은

$$\frac{1}{4} \left(2 + 3 + \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{5} \right) = \frac{1}{4} \left\{ 5 + \frac{1}{5}(x^2 + y^2) \right\} = 13 \text{ 이다.}$$

16. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 3, 4 일 때, $x-1, y-1, z-1$ 의 평균과 표준편차를 차례대로 구하여라.

- ① 2, 2 ② 3, 5 ③ 4, 4 ④ 5, 4 ⑤ 6, 5

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 3 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 3$$

$$\therefore x+y+z=9 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, x, y, z 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2}{3} = 4$$

$$(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 12$$

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 6y + 9 + z^2 - 6z + 9 = 12$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6(x+y+z) + 27 = 12$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6 \times 9 + 27 = 12$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 39$$

한편, $x-1, y-1, z-1$ 의 평균은

$$\begin{aligned} & \frac{(x-1) + (y-1) + (z-1)}{3} \\ &= \frac{(x+y+z) - 3}{3} = \frac{9-3}{3} = 2 \end{aligned}$$

분산은

$$\begin{aligned} & \frac{(x-1-2)^2 + (y-1-2)^2 + (z-1-2)^2}{3} \\ &= \frac{(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2}{3} \\ &= \frac{x^2 + y^2 + z^2 - 6(x+y+z) + 9 \times 3}{3} \\ &= \frac{39 - 6 \times 9 + 27}{3} = \frac{12}{3} = 4 \end{aligned}$$

따라서 $x-1, y-1, z-1$ 의 표준편차는 $\sqrt{4} = 2$ 이다.

17. 세 수 a, b, c 의 평균이 2, 분산이 4 일 때, 변량 $a+3, b+3, c+3$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은?

① 2, 5

② 3, 5

③ 4, 4

④ 5, 4

⑤ 6, 5

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 2 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 2$$

$$\therefore a+b+c = 6 \dots\dots \textcircled{7}$$

또한, a, b, c 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2}{3} = 4$$

$$(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2 = 12$$

$$a^2 - 4a + 4 + b^2 - 4b + 4 + c^2 - 4c + 4 = 12$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 4(a+b+c) + 12 = 12$$

위의 식에 $\textcircled{7}$ 을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 4 \times 6 + 12 = 12$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 24$$

한편, $a+3, b+3, c+3$ 의 평균은

$$\frac{(a+3) + (b+3) + (c+3)}{3} = \frac{(a+b+c) + 9}{3}$$

$$= \frac{6+9}{3} = 5$$

따라서 분산은

$$\frac{(a+3-5)^2 + (b+3-5)^2 + (c+3-5)^2}{3}$$

$$= \frac{(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2}{3}$$

$$= \frac{a^2 + b^2 + c^2 - 4(a+b+c) + 4 \times 3}{3}$$

$$= \frac{24 - 4 \times 6 + 12}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

18. 자연수 a, b, c 에 대하여 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$ 인 직육면체의 부피가 $6\sqrt{5}$ 일 때, 이 직육면체의 겉넓이의 최댓값을 구하여라. (단, $a \leq b \leq c$)

① $1 + 2\sqrt{5}$

② $2 + \sqrt{3}$

③ $2 + 12\sqrt{3}$

④ $2 + 21\sqrt{5}$

⑤ $2 + 24\sqrt{5}$

해설

부피는 $\sqrt{abc} = 6\sqrt{5} = \sqrt{180}$

$$\therefore abc = 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

한편 직육면체의 겉넓이는

$2(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca})$ 이고

$\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$ 가 최댓값을 갖기 위한 자연수 a, b, c 의 순서쌍은 $(1, 1, 180)$ 이므로

$$\begin{aligned} \therefore (\text{직육면체의 겉넓이}) &= 2(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}) \\ &= 2(1 + \sqrt{180} + \sqrt{180}) \\ &= 2(1 + 6\sqrt{5} + 6\sqrt{5}) \\ &= 2(1 + 12\sqrt{5}) \\ &= 2 + 24\sqrt{5} \end{aligned}$$