1. 연립부등식 $\begin{cases} 7-2x \geq -3 \\ 4x+6>x \\ x-1<3 \end{cases}$ 을 만족하는 정수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 5개

해설

$\begin{cases} 7-2x \geq -3 \\ 4x+6>x \\ x-1<3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 5 \\ x>-2 \\ x<4 \end{cases}$

따라서 $-2<x<4$ 이므로 연립방정식을 만족하는 정수는 -1, 0, 1, 2, 3 으로 5 개 이다.

2. 두 부등식 $3x-4<x+6$ 과 $1-3x\le -5$를 모두 만족하는 수 중에서 가장 작은 정수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3x-4<x+6,\ x<5$

$1-3x\le -5,\ 2\le x<5$

따라서 모두 만족하는 수는 $2\le x<5$이므로 가장 작은 정수는 2 이다.

3. 연립부등식 $\begin{cases} 8x - 5 \le 10 \\ 2(1+3x) < 3x + 8 \end{cases}$ 을 만족하는 자연수의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$8x - 5 \le 10,\ x \le \dfrac{15}{8}$

$2(1+3x) < 3x + 8$

$2 + 6x < 3x + 8,\ x < 2$

따라서, 해는 $x \le \dfrac{15}{8}$ 이며, 이를 만족하는 자연수는 1 밖에 없다.

4. 다음 연립부등식을 만족하는 가장 큰 정수는?

$$\begin{cases} \frac{2}{5}(4x-1) > \frac{1}{3}(2x+3) \\ 0.5(x-9) < 0.2(x-3) \end{cases}$$

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 13

해설

i) $\frac{2}{5}(4x-1) > \frac{1}{3}(2x+3)$ 의 양변에 15 를 곱해 주면,

$\Rightarrow 6(4x-1) > 5(2x+3)$

$\Rightarrow x > \frac{3}{2}$

ii) $0.5(x-9) < 0.2(x-3)$ 의 양변에 10 을 곱해 주면,

$\Rightarrow 5(x-9) < 2(x-3)$

$\Rightarrow x < 13$

$\therefore \frac{3}{2} < x < 13$

5. $x + 3y = 5$, $4y + 3z = 6$ 일 때, 부등식 $x < 3y < 5z$ 를 만족시키는 x 의 값의 범위를 구하면?

① $\frac{5}{6} < x < \frac{10}{9}$ ② $\frac{30}{29} < x < \frac{5}{3}$ ③ $\frac{55}{29} < x < \frac{5}{2}$
④ $\frac{5}{2} < x < \frac{90}{29}$ ⑤ $-\frac{90}{29} < x < -\frac{5}{2}$

해설

$x + 3y = 5$를 y에 관하여 풀면

$y = \frac{5 - x}{3}$

$4y + 3z = 6$을 z에 관하여 풀면

$z = \frac{6 - 4y}{3} = 2 - \frac{4}{3}y$

$y = \frac{5 - x}{3}$을 대입하면

$z = 2 - \frac{4}{3} \times \frac{5 - x}{3} = 2 - \frac{20 - 4x}{9} = \frac{4x - 2}{9}$

$y = \frac{5 - x}{3}$, $z = \frac{4x - 2}{9}$를 부등식에 대입하면

$x < 5 - x < 5 \times \frac{4x - 2}{9}$

$x < 5 - x$, $2x < 5$

$x < \frac{5}{2}$ $\cdots$ ㉠

$5 - x < \frac{5(4x - 2)}{9}$, $45 - 9x < 20x - 10$,

$\frac{55}{29} < x$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{55}{29} < x < \frac{5}{2}$

6. 다음 연립부등식 중 해가 없는 것을 모두 골라라.

㉠ $\begin{cases} 2x+3 \geq x+8 \\ 3x+1 \leq x+7 \end{cases}$

㉡ $\begin{cases} -2(x+3) \geq -3x+1 \\ x+1 < 2x-5 \end{cases}$

㉢ $\begin{cases} 3(2x+9) \geq 5(x+5)+4 \\ x+3 \geq 3(x-\frac{1}{3}) \end{cases}$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ $\begin{cases} 2x+3 \geq x+8 \\ 3x+1 \leq x+7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 3 \end{cases} \rightarrow$ 해가 없다.

㉡ $\begin{cases} -2(x+3) \geq -3x+1 \\ x+1 < 2x-5 \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} -2x-6 \geq -3x+1 \\ x+1 < 2x-5 \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} x \geq 7 \\ x > 6 \end{cases} \rightarrow x \geq 7$

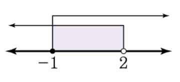
㉢ $\begin{cases} 3(2x+9) \geq 5(x+5)+4 \\ x+3 \geq 3(x-\frac{1}{3}) \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} 6x+27 \geq 5x+25+4 \\ x+3 \geq 3x-1 \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 2 \end{cases} \rightarrow x = 2$

따라서 해가 없는 연립부등식은 ㉠이다.

7. 연립부등식 $\begin{cases} 3x > 5x - 4 \\ 3x + a \ge 2x \end{cases}$ 의 해가 다음과 같을 때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

해는 $-1 \le x < 2$ 이다.

$\begin{cases} 3x > 5x - 4 \\ 3x + a \ge 2x \end{cases}$ $\begin{cases} x < 2 \\ x \ge -a \end{cases}$

$-a = -1 \;\; \therefore \;\; a = 1$

8. 두 부등식 $2(5-2x) \geq x+5$, $2x+1 > x+a$ 의 공통해가 존재하지 않을 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a \geq 2$

해설

$2(5-2x) \geq x+5$, $5 \geq 5x$ $\quad \therefore\ x \leq 1$

$2x+1 > x+a$ $\quad \therefore\ x > a-1$

따라서 해가 존재하지 않기 위해서는 $a-1 \geq 1$ 이어야 한다.

$\therefore\ a \geq 2$

9. 연속하는 세 홀수의 합이 45 보다 크고 55 보다 작을 때, 세 홀수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

▷ 정답 : 17

▷ 정답 : 19

해설

연속하는 세 홀수를 $x-2, x, x+2$ 라 하면

$45 < (x-2) + x + (x+2) < 55$

$45 < 3x < 55$

$\rightarrow \begin{cases} 45 < 3x \\ 3x < 55 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 15 \\ x < \frac{55}{3} \end{cases} \rightarrow 15 < x < \frac{55}{3}$

$\therefore \ x = 16, \ 17, \ 18$

x 는 홀수이므로 17 이다.

따라서 세 홀수는 15 , 17 , 19 이다.

10. 1 개에 2,000 원 하는 햄버거와 1 개에 3,000 원 하는 샌드위치를 합쳐서 25 개를 사려고 한다. 전체 가격이 60,000 원 이상 68,000 원 이하가 되게 하려고 한다. 다음 중 살 수 있는 햄버거의 개수가 아닌 것은?

① 9 개 ② 12 개 ③ 13 개 ④ 14 개 ⑤ 17 개

해설

햄버거의 수를 x 개라고 하면 샌드위치의 수는 $(25-x)$ 개 이다. 따라서 햄버거를 x 개 사고 샌드위치를 $25-x$ 개 샀을 때의 전체 가격은 $2000x+3000(25-x)$ 이다. 전체 가격이 60,000 원 이상 68,000 원 이하가 되므로 식으로 나타내면, $60000 \le 2000x+3000(25-x) \le 68000$ 이다. 이를 연립부등식으로 나타내면,

$\begin{cases} 2000x+3000(25-x) \ge 60000 \\ 2000x+3000(25-x) \le 68000 \end{cases}$ 이므로 간단히 하면,

$\begin{cases} x \le 15 \\ x \ge 7 \end{cases}$ 이다.

따라서 $7 \le x \le 15$ 이다.

따라서 살 수 있는 햄버거의 개수는 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 개이다.

11. 어떤 삼각형의 세변의 길이가 a, $a+4$, $a+6$ 이라고 할 때, 가능한 a 의 범위로 옳은 것은?

① $a < 2$　② $a > 2$　③ $0 < a < 2$

④ $0 \le a < 2$　⑤ $0 < a \le 2$

해설

삼각형은 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로, $a+6 < a+(a+4)$
이고 정리하면 $a > 2$ 이다.

12. 4% 소금물 $300\,\mathrm{g}$ 과 9% 의 소금물을 섞어서 7% 이상의 소금물을 만들었다. 이 때, 9% 의 소금물은 몇 g 이상 섞었는지 구하여라.

▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\quad}\,\mathrm{g}$

▷ 정답: $450\,\mathrm{g}$

해설

9% 의 소금물의 양을 $x\,\mathrm{g}$이라 하면

$\frac{4}{100}\times 300+\frac{9}{100}\times x\geq\frac{7}{100}\times(300+x)$

$1200+9x\geq 2100+7x$

$9x-7x\geq 2100-1200$

$\therefore\ x\geq 450$

13. 부등식 $|x+3|+|x-2|<6$의 해가 $a<x<b$일 때, $a+b$의 값을 구하면?

① -6 ② -3 ③ -1 ④ 2 ⑤ 5

해설

ⅰ) $x<-3$

$-x-3-x+2<6,\ x>-\frac{7}{2}\ \therefore -\frac{7}{2}<x<-3$

ⅱ) $-3\le x<2$

$x+3-x+2<6,$ 항상 성립 $\therefore -3\le x<2$

ⅲ) $x\ge 2$

$x+3+x-2<6,\ x<\frac{5}{2}\ \therefore 2\le x<\frac{5}{2}$

ⅰ), ⅱ), ⅲ)에서 $-\frac{7}{2}<x<\frac{5}{2}\Leftrightarrow a<x<b$

$\therefore a=-\frac{7}{2},\ b=\frac{5}{2}\quad \therefore\ a+b=-1$

14. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \geq 0$의 해를 구하면?

① 해가 없다
② $x = 3$
③ $x \neq 3$인 모든실수
④ $-3 < x < 3$
⑤ 모든 실수

해설
$(x-3)^2 \geq 0$,　(실수$)^2 \geq 0$이므로
$\therefore$ ⑤ 모든실수

15. 모든 실수 x에 대하여 부등식 $(m+2)x^2-2(m+2)x+4>0$이 항상 성립하도록 할 때, 상수 m의 값의 범위에 속한 정수의 개수는?

① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 5개

해설

모든 실수 x에 대하여 성립하기 위해서는
$m \geq -2$
$D/4=(m+2)^2-4(m+2)<0$이므로
$m^2+4m+4-4m-8=m^2-4<0$
따라서 $-2 \leq m < 2$이므로
만족하는 정수 m의 개수는
$-2,\ -1,\ 0,\ 1$의 4개

16. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2+2(a-5)x+2(3a-19)$ 가 양이 되기 위한 a 값의 범위는?

① $a<7$　　② $a>9$　　③ $6<a\le 9$
④ $6\le a<9$　　⑤ $7<a<9$

해설
$x^2+2(a-5)x+2(3a-19)>0$ 이므로
이 부등식의 $D<0$ 이다.
$D=(a-5)^2-2(3a-19)=a^2-16a+63<0$
$\therefore 7<a<9$

17. x 에 대한 이차부등식 $x^2 + ax + b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 또는 $x > 4$ 일 때 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 + ax + b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 또는 $x > 4$ 이려면
$(x-1)(x-4) > 0$ 에서 $x^2 - 5x + 4 > 0$ 이므로
$a = -5$, $b = 4$ 따라서 $a + b = -1$

18. 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근의 합이 3일 때, 방정식 $f(2x+1)=0$의 두 근의 합을 구하면?

① $\frac{1}{2}$ ② 2 ③ $\frac{1}{3}$ ④ 3 ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

이차방정식 $f(x)=0$의 두 근을
$\alpha,\ \beta$라 하면, $\alpha+\beta=3$
한편, $f(2x+1)=0$에서
$2x+1=\alpha,\ 2x+1=\beta$이므로
$x=\frac{\alpha-1}{2},\ \frac{\beta-1}{2}$
따라서, $\frac{\alpha-1}{2}+\frac{\beta-1}{2}$
$=\frac{\alpha+\beta-2}{2}=\frac{3-2}{2}=\frac{1}{2}$

해설

$f(x)=0$의 두 근을 $\alpha,\ \beta$라 하면, $\alpha+\beta=3$
$f(x)=k(x-\alpha)(x-\beta)$라 하면
$f(2x+1)=k(2x+1-\alpha)(2x+1-\beta)$
$\therefore\ f(2x+1)=0$의 두 근은 $x=\frac{\alpha-1}{2},\ \frac{\beta-1}{2}$
$\therefore\ \frac{\alpha-1}{2}+\frac{\beta-1}{2}=\frac{\alpha+\beta-2}{2}=\frac{3-2}{2}=\frac{1}{2}$

19. x에 관한 이차부등식 $x^2-(a-6)x+a-3\le 0$을 만족하는 실수 x가 존재할 때, 실수 a의 범위는?

① $4\le a\le 12$　② $a\le 4,\ a\ge 12$　③ $6\le a\le 8$
④ $a\le 6,\ a\ge 8$　⑤ $4\le a\le 8$

해설

$x^2-(a-6)x+a-3\le 0$의 실수해가 존재하려면
$D=(a-6)^2-4(a-3)\ge 0$
$a^2-16a+48\ge 0$, $(a-4)(a-12)\ge 0$
$\therefore\ a\le 4,\ a\ge 12$

20. 두 대의 승용차 A, B가 같은 거리를 가는데 A는 거리의 반은 시속 vkm로 달리고, 나머지 거리는 시속 u km로 달린다고 한다, 또한 B는 소요된 시간의 반은 시속 u km로 달리고 나머지 소요된 시간은 v km로 달린다고 한다. 승용차 A, B의 평균 속력이 각각 x km/시, y km/시일 때, x와 y의 대소 관계를 바르게 나타내 것은?

① $x \le y$ ② $x \ge y$ ③ $x = y$ ④ $x < y$ ⑤ $x > y$

해설

승용차 A가 달린 거리를 s,

시간을 t라 하면 $t = \frac{s}{2u} + \frac{s}{2v}$

평균 속력은

$$\frac{s}{t} = \frac{s}{\frac{s}{2u} + \frac{s}{2v}} = \frac{s}{\frac{su + sv}{2uv}} = \frac{2uv}{u + v} = x$$

승용차 B의 평균 속력은 $\frac{1}{2}(u + v) = y$

$$y - x = \frac{1}{2}(u + v) - \frac{2uv}{u + v}$$

$$= \frac{(u + v)^2 - 4uv}{2(u + v)} \ge 0$$

따라서 $y - x \ge 0$이므로 $x \le y$이다.

21. 다음 이차부등식 중 해가 존재하지 않는 것은?

① $2x^2-6x+1\le 0$　　② $x^2-2x-3<0$

③ $x^2-x+1>0$　　④ $x^2-6x+9>0$

⑤ $4x^2-4x+1<0$

해설

① $(x-\frac{3-\sqrt{7}}{2})(x-\frac{3+\sqrt{7}}{2})\le 0$

$\Rightarrow \frac{3-\sqrt{7}}{2}\le x\le \frac{3+\sqrt{7}}{2}$

② $(x+1)(x-3)<0 \Rightarrow -1<x<3$

③ $(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}>0 \Rightarrow x$ 는 모든 실수

④ $(x-3)^2>0 \Rightarrow x\ne 3$ 인 모든 실수

⑤ $(2x-1)^2<0 \Rightarrow$ 해는 없다

22. 연립부등식 $\begin{cases} |x-1|<3 \\ x^2-x-1 \geq 1 \end{cases}$ 을 풀면?

① $-2<x<4$

② $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

③ $-1 \leq x \leq 2$

④ $-1 \leq x \leq 2$ 또는 $x>4$

⑤ $-2<x \leq -1$ 또는 $2 \leq x<4$

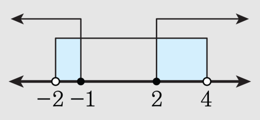
해설

$-3<x-1<3$,

$\therefore -2<x<4$

$x^2-x-2 \geq 0, (x-2)(x+1) \geq 0$

$\therefore x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$



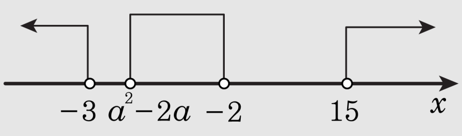
$\therefore -2<x \leq -1$ 또는 $2 \leq x<4$

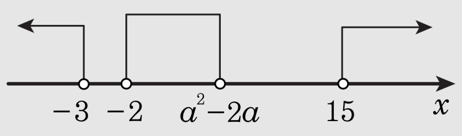
23. 연립부등식 $\begin{cases} x^2-12x-45>0 \\ (x+2)(x-a^2+2a)<0 \end{cases}$ 을 만족하는 x의 값이 존재하지 않을 때, 정수 a의 개수는?

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

해설

$x^2-12x-45>0$에서
$(x+3)(x-15)>0$
$\therefore x<-3$ 또는 $x>15\cdots$㉠
$(x+2)\left\{x-(a^2-2a)\right\}<0\cdots$㉡





$-3\le a^2-2a\le 15$이면서
부등식 ㉠, ㉡를 동시에 만족하는
x은 존재하지 않는다.

(ⅰ) $-3\le a^2-2a$에서
$a^2-2a+3=(a-1)^2+2\ge 0$이므로
모든 실수 a에 대하여 항상 성립한다.
(ⅱ) $a^2-2a\le 15$에서
$a^2-2a-15\le 0,\ (a+3)(a-5)\le 0$
$\therefore -3\le a\le 5$
따라서 정수 a는
$-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$

24. 이차방정식 $x^2-2mx+m+6=0$의 두 근이 모두 1보다 작을 때, 실수 m의 값의 범위를 구하면?

① $m \le -6$ ② $m \le -4$ ③ $m \le -2$

④ $m \le 0$ ⑤ $m \le 2$

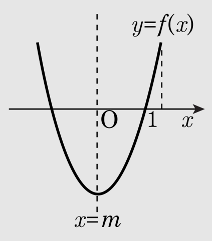
해설

$f(x)=x^2-2mx+m+6=(x-m)^2-m^2+m+6$으로 놓으면

$\frac{D}{4}=m^2-1\cdot(m+6)=m^2-m-6$

$f(1)=1-2m+m+6=-m+7$

두 근이 모두 1보다 작으려면 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



따라서,

(i) 판별식 : $\frac{D}{4}=m^2-m-6\ge 0$

$(m+2)(m-3)\ge 0$

$\therefore m\le -2$ 또는 $m\ge 3$ ⋯⋯ ㉠

(ii) 경계값의 부호 : $f(1)=-m+7>0$

$\therefore m<7$ ⋯⋯ ㉡

(iii) 축 : $m<1$ ⋯⋯ ㉢

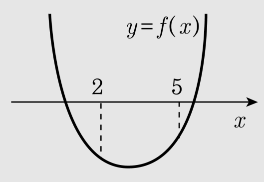
㉠, ㉡, ㉢으로부터 구하는 m의 값의 범위는 $m\le -2$

25. 이차방정식 $x^2-7x+10=0$ 의 두 근이 이차방정식 $x^2-6x+k=0$ 의 두 근 사이에 있기 위한 정수 k 의 최댓값은?

① 4　　② 5　　③ 6　　④ 7　　⑤ 8

해설

이차방정식 $x^2-7x+10=0$에서
$(x-2)(x-5)=0$ $\therefore$ $x=2$ 또는 $x=5$
$f(x)=x^2-6x+k$로 놓으면 함수 $y=$
$f(x)$의
그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



따라서 $f(2)<0$, $f(5)<0$ 이므로
$f(2)=-8+k<0$에서 $k<8$
$f(5)=-5+k<0$에서 $k<5$
$\therefore$ $k<5$ $\therefore$ 정수 k의 최댓값은 4 이다.