

1. 연립부등식 $\begin{cases} 4x+1 \geq x+4 \\ 2x-2 > 8 \end{cases}$ 의 해를 구하면?

- ① $x > 1$ ② $x \geq 1$ ③ $x < 1$ ④ $x > 5$ ⑤ $x \leq 5$

해설

$$\begin{aligned} 4x+1 &\geq x+4 \\ 3x &\geq 3, \quad x \geq 1 \\ 2x-2 &> 8 \\ 2x &> 10, \quad x > 5 \\ \therefore x &> 5 \end{aligned}$$

2. 부등식 $4 - x \leq 3x - 4 < 2x + 2$ 를 풀면?

① $x \leq 2$

② $x \geq 2$

③ $2 \leq x < 6$

④ $x \leq 6$

⑤ $x \geq 6$

해설

$$4 - x \leq 3x - 4 < 2x + 2$$

$$\rightarrow \begin{cases} 4 - x \leq 3x - 4 \\ 3x - 4 < 2x + 2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} -x - 3x \leq -4 - 4 \\ 3x - 2x < 2 + 4 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} -4x \leq -8 \\ x < 6 \end{cases} \quad \rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x < 6 \end{cases}$$

$$\therefore 2 \leq x < 6$$

3. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수가 10 개일 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 7x + 4 > 5x \\ 15 - x > a \end{cases}$$

① 3, 4

② 5, 6

③ 6

④ 6, 7

⑤ 4, 5, 6

해설

$$7x + 4 > 5x$$

$$\therefore x > -2$$

$$15 - x > a$$

$$\therefore x < 15 - a$$

만족하는 정수는 10 개이므로 $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ 이다.

$$8 < 15 - a \leq 9$$

$$6 \leq a < 7$$

$$\therefore a = 6$$

4. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} 2x - 4 > 0 \\ 2x^2 - 3x + 1 > 0 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 2$

해설

부등식 $2x - 4 > 0$ 에서

$$x > 2 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

부등식 $2x^2 - 3x + 1 > 0$ 에서

$$(2x - 1)(x - 1) > 0$$

$$\therefore x > 1 \quad \text{또는} \quad x < \frac{1}{2} \cdots \cdots \textcircled{2}$$

따라서, 구하는 해는 ①과 ②를

동시에 만족하는 x 의 값이므로

$$\therefore x > 2$$

5. x 에 대한 부등식 $(a+b)x+a-2b>0$ 의 해가 $x<1$ 일 때, x 에 대한 부등식 $(b-3a)x+a+2b>0$ 의 해는?

① $x<-10$

② $x<-5$

③ $x>-5$

④ $x<5$

⑤ $x>5$

해설

$(a+b)x+a-2b>0$ 에서 $(a+b)x>-a+2b\cdots㉠$

㉠의 해가 $x<1$ 이려면 $a+b<0\cdots㉡$

㉠이 양변을 $a+b$ 로 나누면 $x<\frac{-a+2b}{a+b}$ 이므로

$\frac{-a+2b}{a+b}=1, \quad -a+2b=a+b$

$\therefore 2a=b\cdots㉢$

㉢을 ㉡에 대입하면 $a+2a=3a<0\therefore a<0$

㉢을 부등식 $(b-3a)x+a+2b>0$ 에 대입하면

$(2a-3a)x+a+4a>0, \quad -ax>-5a \quad \therefore x>5$

6. 연립부등식 $\begin{cases} 3x+1 \geq \frac{1}{2}x-4 \\ 4x-4 < x+2 \end{cases}$ 를 만족하는 x 의 값 중 가장 작은

정수를 a , 가장 큰 정수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$3x+1 \geq \frac{1}{2}x-4$ 의 양변에 2를 곱하면

$$6x+2 \geq x-8$$

$$5x \geq -10$$

$$x \geq -2$$

$$4x-x < 2+4$$

$$3x < 6, \quad x < 2$$

$$\text{그러므로 } -2 \leq x < 2$$

$$a+b = (-2) + 1 = -1$$

7. 연립부등식 $\begin{cases} 0.2x + 1 \geq 0.7x \\ \frac{x}{2} - 1 > \frac{x}{6} + \frac{1}{3} \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 x 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 없다.

해설

(i) $0.2x + 1 \geq 0.7x, x \leq 2$

(ii) $\frac{x}{2} - 1 > \frac{x}{6} + \frac{1}{3}, 3x - 6 > x + 2$

$\therefore x > 4$

따라서 연립부등식을 만족시키는 정수는 없다.

8. 연속하는 세 홀수의 합이 45 보다 크고 55 보다 작을 때, 세 홀수를 구하여라.
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : 15
- ▷ 정답 : 17
- ▷ 정답 : 19

해설

연속하는 세 홀수를 $x-2, x, x+2$ 라 하면
 $45 < (x-2) + x + (x+2) < 55$
 $45 < 3x < 55$
 $\rightarrow \begin{cases} 45 < 3x \\ 3x < 55 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 15 \\ x < \frac{55}{3} \end{cases} \rightarrow 15 < x < \frac{55}{3}$
 $\therefore x = 16, 17, 18$
 x 는 홀수이므로 17 이다.
따라서 세 홀수는 15 , 17 , 19 이다.

9. 200 원짜리 자두와 500 원짜리 복숭아를 합하여 9 개를 사는데, 그 값이 2800 원 이상 3600 원 이하가 되게 하려고 한다. 복숭아는 최대 몇 개까지 살 수 있는가?

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

자두의 개수 : $(9 - x)$ 개, 복숭아의 개수 : x 개

$$2800 \leq 200(9 - x) + 500x \leq 3600$$

$$\begin{cases} 2800 \leq 200(9 - x) + 500x \\ 200(9 - x) + 500x \leq 3600 \end{cases}$$

$$\therefore \frac{10}{3} \leq x \leq 6$$

따라서 살 수 있는 복숭아의 최대 개수는 6 개이다.

10. 이차부등식 $x^2 + 2ax + 4a + 5 > 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립할 때 이를 만족하는 정수 a 의 값이 아닌 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차부등식 $x^2 + 2ax + 4a + 5 > 0$

이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립하므로

$$\frac{D}{4} = a^2 - (4a + 5) < 0$$

$$a^2 - 4a - 5 < 0, (a - 5)(a + 1) < 0$$

$$\therefore -1 < a < 5$$

따라서 정수 a 는 0, 1, 2, 3, 4이다.

11. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$ 의 해가 $-4 < x < 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.(단, a 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

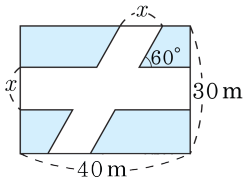
해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$$(x+4)(x-2) < 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$$

$$\therefore a = -8$$

12. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 40 m, 30 m 인 직사각형꼴의 땅에 같은 폭의 두 도로를 60° 로 교차하도록 만들었다. 이때, 남은 땅의 넓이가 600 m^2 이상이 되도록 할 때, 도로 폭의 최대 길이는?



- ① 4m ② 6m ③ 8m ④ 10m ⑤ 12m

해설

남은 땅의 넓이를 S 라 하면
 $S = 40 \times 30 - (40x + 30x - x^2) \geq 600$
 $\therefore x^2 - 70x + 600 \geq 0$
 $(x - 10)(x - 60) \geq 0$ 에서 $x \leq 10$ 또는
 $x \geq 60$ ($0 < x < 30$) 이 된다.
 그러므로 도로폭의 최대 길이는
 $0 < x \leq 10$ 이므로 10m이다.

13. 부등식 $ax^2 - 2ax + 1 \leq 0$ 이 단 하나의 해를 갖도록 하는 실수 a 의 값을 구하여라.

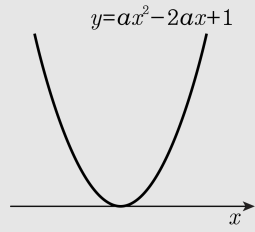
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 부등식이 단 하나의 해를 가지려면

$y = ax^2 - 2ax + 1$ 의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



(i) 그래프가 아래로 볼록이므로 $a > 0$

(ii) $ax^2 - 2ax + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = a^2 - a = 0 \text{ 에서 } a = 0 \text{ 또는 } a = 1$$

(i), (ii)에서 $a = 1$

14. 이차함수 $y = x^2 + x + 1$ 의 그래프가 함수 $y = kx^2 + kx - 1$ 의 그래프보다 항상 위쪽에 존재하도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-5 \leq k < 1$ ② $-2 < k \leq 3$ ③ $-7 < k \leq 1$
④ $1 < k \leq 5$ ⑤ $1 \leq k < 7$

해설

$x^2 + x + 1 > kx^2 + kx - 1$ 에서

$(k - 1)x^2 + (k - 1)x - 2 < 0$

(i) $k - 1 = 0$, 즉 $k = 1$ 일 때

$-2 < 0$ 이므로 부등식은 항상 성립한다.

(ii) $k - 1 \neq 0$, 즉 $k \neq 1$ 일 때

주어진 부등식이 항상 성립하려면 $k - 1 < 0$

$\therefore k < 1 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

한편, 이차방정식 $(k - 1)x^2 + (k - 1)x - 2 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$D = (k - 1)^2 + 8(k - 1) < 0$ 에서

$(k + 7)(k - 1) < 0$

$\therefore -7 < k < 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$

①, ②의 공통범위를 구하면 $-7 < k < 1$

(i), (ii) 에서 $-7 < k \leq 1$

15. $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, x 에 대한 부등식 $x^2 - 6x \geq a^2 - 6a$ 가 항상 성립하기 위한 a 의 값의 범위는?

① $-4 \leq a \leq 0$

② $-2 \leq a \leq 2$

③ $0 \leq a \leq 4$

④ $2 \leq a \leq 4$

⑤ $4 \leq a \leq 6$

해설

$f(x) = x^2 - 6x - a^2 + 6a$ 라 놓고

$-2 \leq x \leq 2$ 에서

$f(x) > 0$ 일 때, a 의 값의 범위를 구한다.

$f(x) = (x-3)^2 - a^2 + 6a - 9$ 이므로

$-2 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값은 $x = 2$ 일 때,

$f(2) = 4 - 12 - a^2 + 6a \geq 0$

$a^2 - 6a + 8 \leq 0 \Rightarrow (a-2)(a-4) \leq 0$

$\therefore 2 \leq a \leq 4$

16. $-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $x^2 + 2(k-1)x + 3k < 0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 최댓값을 구하여라.

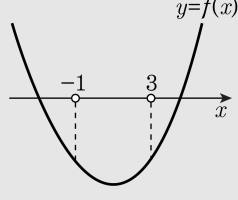
▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$f(x) = x^2 + 2(k-1)x + 3k$ 라 하자.

$-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) < 0$ 이 항상 성립하려면 다음 그림과 같이 $f(-1) \leq 0$, $f(3) \leq 0$ 이어야 한다.



(i) $f(-1) \leq 0$ 에서 $(-1)^2 + 2(k-1) \cdot (-1) + 3k \leq 0$, $k+3 \leq 0$
 $\therefore k \leq -3$

(ii) $f(3) \leq 0$ 에서 $3^2 + 2(k-1) \cdot 3 + 3k \leq 0$, $9k+3 \leq 0$
 $\therefore k \leq -\frac{1}{3}$

(i), (ii)에서 $k \leq -3$

따라서, 실수 k 의 최댓값은 -3 이다.

17. $a-1 < x < a+1$ 을 만족하는 모든 x 가 $-1 < x < 3$ 을 만족할 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $0 < a < 2$

② $0 \leq a \leq 2$

③ $a < 0, a > 2$

④ $a \leq 0, a \geq 2$

⑤ 구할 수 없다.

해설

$a-1 \geq -1$ 이고, $a+1 \leq 3$ 이어야 하므로

$$a \geq 0, a \leq 2$$

$$\therefore 0 \leq a \leq 2$$

18. x 보다 작거나 같은 정수 중에서 최대의 정수를 $[x]$, x 보다 크거나 같은 정수 중에서 최소의 정수를 (x) 로 나타낼 때, 방정식 $[x] + (x) = 7$ 을 만족하는 x 의 값을 모두 구하면?

- ① $\frac{7}{2}$
- ② $3 \leq x \leq 4$
- ③ $3 \leq x < 4$
- ④ $3 < x \leq 4$
- ⑤ $3 < x < 4$

해설

$$[x] = \begin{cases} k & (x \text{가 정수 } k \text{일 때}) \\ k & (k < x < k + 1 \text{일 때}) \end{cases}$$

$$(x) = \begin{cases} k & (x \text{가 정수 } k \text{일 때}) \\ k + 1 & (k < x < k + 1 \text{일 때}) \end{cases}$$

따라서, $[x] + (x) = 7$ 이고
 $[x], (x)$ 는 정수이므로
 $[x] = 3, (x) = 4$ ($\because [x] \leq (x)$)
 $\therefore 3 < x < 4$

19. 다음 부등식 ㉠과 부등식 ㉡의 해가 일치할 때, a, b 의 값을 구하면?

$$x^2 - 2x - 3 < 3|x - 1| \cdots \textcircled{㉠}$$
$$ax^2 + 2x + b > 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

- ① $a = -1, b = 15$

② $a = -2, b = 14$
- ③ $a = -3, b = 13$

④ $a = -4, b = 12$
- ⑤ $a = -5, b = 10$

해설

㉠ 부등식에서 $x \geq 1$ 일 때 $x^2 - 2x - 3 < 3x - 3$
 $\therefore x^2 - 5x < 0$ 이므로 $0 < x < 5$
 $\therefore 1 \leq x < 5 \cdots \textcircled{㉢}$
 $x < 1$ 일 때 $x^2 - 2x - 3 < -3x + 3$
 $x^2 + x - 6 < 0$ 이므로 $(x - 2)(x + 3) < 0$
 $\therefore -3 < x < 2$ 따라서 $-3 < x < 1 \cdots \textcircled{㉣}$
㉢, ㉣에 의하여 $-3 < x < 5$
 $\therefore a(x + 3)(x - 5) < 0$
 $\therefore a(x^2 - 2x - 15) < 0$
 $ax^2 + 2x + b > 0$ 와 일치해야 하므로
 $a = -1, b = 15$

20. 이차방정식 $x^2 + 2kx + k = 0$ 의 두 근이 모두 -1 과 1 사이에 있기 위한 k 값의 범위가 $a < k \leq b$ 라 할 때, ab 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$$D/4 = k^2 - k \geq 0, k(k-1) \geq 0, \therefore k \leq 0, k \geq 1$$

$$f(x) = x^2 + 2kx + k \text{라 하면}$$

$$f(-1) = 1 - k > 0$$

$$\therefore k < 1$$

$$f(1) = 1 + 3k > 0 \therefore k > -\frac{1}{3}$$

$$\text{대칭축 } x = -k \text{ 이므로 } -1 < -k < 1$$

$$\therefore -1 < k < 1$$

$$\therefore -\frac{1}{3} < k \leq 0$$

$$\therefore ab = 0$$

