1. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 2x-3<7 \\ 5x+4 \geq x \end{cases}$ 의 해를 모두 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\begin{cases} 2x-3<7 \cdots ㉠ \\ 5x+4 \geq x \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠ 에서 $2x<10$, $x<5$

㉡ 에서 $4x \geq -4$, $x \geq -1$

$\therefore \ -1 \leq x<5$

2. 연립부등식 $-5 \le 2x - 1 < 3$ 의 해가 $a \le x < b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$-5 \le 2x - 1 < 3$

$-4 \le 2x < 4$, $-2 \le x < 2$

$a = -2,\ b = 2$

$\therefore a + b = 0$

3. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수가 10 개일 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 7x+4>5x \\ 15-x>a \end{cases}$$

① 3, 4 ② 5, 6 ③ 6 ④ 6, 7 ⑤ 4, 5, 6

해설

$7x+4>5x$

$\therefore\ x>-2$

$15-x>a$

$\therefore\ x<15-a$

만족하는 정수는 10 개이므로 $-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8$ 이다.

$8<15-a\le 9$

$6\le a<7$

$\therefore\ a=6$

4. 다음 이차연립부등식을 만족하는 실수 x의 값의 범위는?

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 - 5x + 4 \geq 0 \end{cases}$$

① $x \leq -3$ ② $-2 < x \leq 1$ ③ $-1 \leq x < 2$

④ $0 < x \leq 2$ ⑤ $x > 3$

해설

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0, (x+2)(x-2) < 0 \\ \therefore -2 < x < 2 \cdots (가) \\ x^2 - 5x + 4 \geq 0, \\ x \leq 1 \text{ 또는 } x \geq \cdots (나) \end{cases}$$

따라서 (가), (나)의 공통 범위를 구하면
$-2 < x \leq 1$이다.

5. 연립부등식 $\begin{cases} 2x-11<5x+7 \\ 3(x-1)\le 4(2-x)+2 \end{cases}$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 큰 정수를 A , 가장 작은 정수를 B 라 할 때, $A+B$ 의 값을 구하면?

① -5 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

해설

i) $2x-11<5x+7$

$\Rightarrow\ x>-6$

ii) $3(x-1)\le 4(2-x)+2$

$\Rightarrow\ 3x-3\le 8-4x+2$

$\Rightarrow\ 3x+4x\le 10+3$

$\Rightarrow\ x\le \dfrac{13}{7}$

$-6<x\le \dfrac{13}{7}$ 이므로

$A=1,\ B=-5$

$\therefore A+B=1+(-5)=-4$

6. x가 자연수일 때, $0.6(2-x) \geq 0.5x - 1.1$를 만족하는 x의 개수를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$6(2-x) \geq 5x - 11$

$12 - 6x \geq 5x - 11$

$-11x \geq -23$

$\therefore\ x \leq \frac{23}{11}$

따라서 1, 2이다.

7. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-2 \le x+a \\ 2x-b \le 3x \end{cases}$ 의 해가 4 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$\begin{cases} 3x-2 \le x+a & \cdots ① \\ 2x-b \le 3x & \cdots ② \end{cases}$ 이라 하면

①에서 $x \le \dfrac{a+2}{2}$

②에서 $x \ge -b$

$\therefore \ -b \le x \le \dfrac{a+2}{2}$

이 부등식의 해가 4 이려면 $4 \le x \le 4$ 이어야 하므로

$-b=4$ 에서 $b=-4$, $\dfrac{a+2}{2}=4$ 에서 $a=6$

따라서 $a-b=6-(-4)=10$ 이다.

8. 200 원짜리 자두와 500 원짜리 복숭아를 합하여 9 개를 사는데, 그 값이 2800 원 이상 3600 원 이하가 되게 하려고 한다. 복숭아는 최대 몇 개까지 살 수 있는가?

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

자두의 개수 : $(9-x)$ 개 , 복숭아의 개수 : x 개

$2800 \le 200(9-x)+500x \le 3600$

$$\begin{cases} 2800 \le 200(9-x)+500x \\ 200(9-x)+500x \le 3600 \end{cases}$$

$\therefore \frac{10}{3} \le x \le 6$

따라서 살 수 있는 복숭아의 최대 개수는 6 개이다.

9. 부등식 $|2x-a|>7$의 해가 $x<-1$ 또는 $x>b$일 때, 상수 a, b의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$|2x-a|>7$에서

$2x-a<-7$ 또는 $2x-a>7$

$\therefore x<\dfrac{a-7}{2}$ 또는 $x>\dfrac{a+7}{2}$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x<-1$ 또는 $x>b$이므로

$\dfrac{a-7}{2}=-1,\ \dfrac{a+7}{2}=b$

$\therefore a=5,\ b=6$

$\therefore a+b=11$

10. 부등식 $x^2 - kx + 2 > 0$이 항상 성립하도록 하는 상수 k의 범위를 구하면 $a < k < b$이다. 이 때, ab의 값은?

① -10 ② -9 ③ -8 ④ -7 ⑤ -6

해설

$x^2 - kx + 2 > 0$이 항상 성립하려면
판별식이 실근을 갖지 않을 때이므로
$D = k^2 - 4 \cdot 2 < 0$
$k^2 - 8 < 0$, $\left(k - 2\sqrt{2}\right)\left(k + 2\sqrt{2}\right) < 0$

$\therefore -2\sqrt{2} < k < 2\sqrt{2}$
따라서 $a = -2\sqrt{2}$, $b = 2\sqrt{2}$이므로
$ab = -2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = -8$

11. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$의 해가 $-4 < x < 2$일 때, a의 값을 구하여라.(단, a 는 상수)

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로
$(x+4)(x-2) < 0$
$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$
$\therefore a = -8$

12. 민수는 각각 a, $a+2$, $a+4$ 인 막대로 삼각형을 만들려고 한다. 민수가 삼각형을 만들 수 있는 a 의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a > 2$

해설

삼각형은 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로, $a + 4 < a + (a + 2)$ 이고 정리하면 $a > 2$ 이다.

13. x에 관한 이차부등식 $ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $a < b$일 때, $-1 \leq x \leq 3$이다.

② $a < b$일 때, $x \leq -1,\ x \leq 3$이다.

③ $a < 0$일 때, $-1 \leq x \leq 3$이다.

④ $b < 0$일 때, $x \leq -1,\ x \geq 3$이다.

⑤ $a \geq b$ 일 때, 부등식은 모든 실수 x에 대하여 성립한다.

해설

$ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$을 이항하여 정리하면

$(a-b)x^2 - 2(a-b)x - 3(a-b) \geq 0$(이차부등식이므로 $a \neq b$)

i) $a < b$이면 $x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1) \leq 0$

$\therefore -1 \leq x \leq 3$

ii) $a > b$이면

$x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1) \geq 0$

$\therefore x \leq -1,\ x \geq 3$

14. 부등식 $x^2 - 4|x| + 3 < 0$을 만족하는 정수 x의 개수는?

① 0개 ② 1개 ③ 2개

④ 3개 ⑤ 무수히 많다.

해설

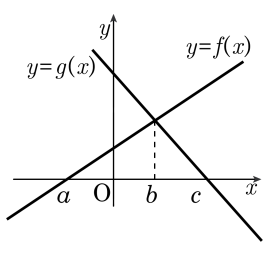
$x^2 - 4|x| + 3 < 0$에서 $|x|^2 - 4|x| + 3 < 0$

$(|x| - 1)(|x| - 3) < 0$

$1 < |x| < 3$

따라서, 정수 $x = 2, -2$

15. 두 개의 일차함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차부등식 $f(x)g(x) \geq 0$ 의 해는?



① $a \leq x \leq b$ ② $a \leq x \leq c$

③ $b \leq x \leq c$ ④ $x \leq b,\ x \geq c$

⑤ $x \leq a,\ x \geq c$

해설

$f(x)g(x) \geq 0$ 을 만족하는 경우는 다음과 같이
두 가지의 경우가 있다.
$f(x) \geq 0,\ g(x) \geq 0$ 또는 $f(x) \leq 0$, $g(x) \leq 0$
그런데 그래프에서 $f(x) \leq 0,\ g(x) \leq 0$ 의 경우는
없으므로 $f(x) \geq 0,\ g(x) \geq 0$ 을 만족하는
x 의 범위를 구하면 된다.
주어진 함수의 그래프를 살펴 보면
$x \leq a$ 일 때, $f(x) \leq 0$, $g(x) \geq 0$
$a \leq x \leq c$ 일 때, $f(x) \geq 0,\ g(x) \geq 0$
$x \geq c$ 일 때, $f(x) \geq 0,\ g(x) \leq 0$
따라서 구하는 해는 $a \leq x \leq c$

16. 좌표 평면 위에서 모든 실수 x 에 대하여 직선 $y = 2(kx+1)$ 이 곡선 $y = -(x-2)^2 + 1$ 보다 항상 위쪽에 있도록 실수 k 의 값을 정할 때, 다음 중 k 의 값의 범위에 속하지 <u>않는</u> 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 0 ⑤ −1

해설

임의의 실수 x 에 대하여 부등식
$2(kx+1) > -(x-2)^2 + 1 \cdots$ ㉠이
항상 성립하도록 k 의 값을 정하면 된다.
㉠식을 정리하면
$x^2 + 2(k-2)x + 5 > 0 \cdots$ ㉡식이
항상 성립하기 위하여
$\frac{D}{4} = (k-2)^2 - 5 < 0$
$\Rightarrow k^2 - 4k - 1 < 0$
$\therefore 2 - \sqrt{5} < k < 2 + \sqrt{5}$
이때, 0, 1, 2, 3 은 k 의 값의 범위에 속하나
−1 은 속하지 않는다.

17. 구슬을 보관함 1 상자당 구슬을 4 개씩 넣으면 구슬이 5 개가 남고, 구슬을 5 개씩 넣으면 모두 넣을 수 있지만 마지막 보관함에는 구슬이 2 개 이상 4 개 이하가 들어간다. 보관함의 개수로 가능한 것의 개수로 틀린 것을 모두 고르면?

① 4 상자　② 5 상자　③ 6 상자
④ 7 상자　⑤ 8 상자

해설

보관함 x상자가 있다고 하면, 구슬의 수는 $(4x+5)$ 개 이다. 구슬을 5 개씩 넣을 경우 $x-1$ 개 까지는 5 개씩 들어가 있지만 마지막 보관함에는 2 개 이상 4 개 이하가 들어가게 된다. 2 개가 들어갈 경우를 식으로 나타내면, $5(x-1)+2$ 이고, 4 개가 들어갈 경우를 식으로 나타내면 $5(x-1)+4$ 이다. 구슬의 수는 보관함에 5 개씩 넣고 마지막 보관함에 2 개가 들어있는 경우와 4 개가 들어있는 경우 사이에 있으므로, 식으로 나타내면 $5(x-1)+2 \le 4x+5 \le 5(x-1)+4$ 이다. 이를 연립부등식으로 나타내면 $\begin{cases} 5(x-1)+2 \le 4x+5 \\ 4x+5 \le 5(x-1)+4 \end{cases}$ 이다.

간단히 정리하면 $\begin{cases} x \le 8 \\ x \ge 6 \end{cases}$ 이므로 연립부등식의 해는 $6 \le x \le 8$ 이다. 따라서 보관함은 6 상자 또는 7 상자 또는 8 상자가 있다.

18. 두 이차방정식 $x^2+2ax+a+2=0, x^2+(a-1)x+a^2=0$ 중 적어도 하나가 실근을 갖기 위한 상수 a의 값의 범위는?

① $a<\frac{1}{2},\ 2<a$ ② $a\le 1,\ 3\le a$ ③ $a\le\frac{1}{2},\ 3<a$
④ $a\le\frac{1}{2},\ 2<a$ ⑤ $a\le\frac{1}{3},\ a\ge 2$

해설

각각 실근을 가질 조건은 차례로
$\frac{D_1}{4}=a^2-(a+2)\ge 0$에서
$(a-2)(a+1)\ge 0,\ a\le -1,\ a\ge 2\cdots$ ①
또, $D_2=(a-1)^2-4a^2\ge 0$에서
$(3a-1)(a+1)\le 0,\ -1\le a\le\frac{1}{3}\cdots$ ②
따라서, 적어도 하나가 실근을 갖기 위한
a의 범위는 ① 또는 ②이므로
$a\le\frac{1}{3},\ a\ge 2$

19. $|p|<2$ 를 만족하는 모든 실수 p 에 대하여 부등식 $x^2+px+1>2x+p$ 가 성립하도록 하는 x 의 값의 범위는?

① $x \le -3$, $x=-1$, $x \ge 1$　② $x \le -1$, $x=1$, $x \ge 3$

③ $x \le -3$, $x \ge 1$　④ $x \le -1$, $x \ge 3$

⑤ $-3 \le x \le -1$

해설

$x^2+px+1>2x+p$, $(x-1)p+x^2-2x+1>0$
$f(p)=(x-1)p+x^2-2x+1$ 이라 하면
$-2<p<2$ 에서 $f(p)>0$ 이기 위한 조건은
$f(-2) \ge 0$ 이고 $f(2) \ge 0$ 이어야 한다.
$f(-2) \ge 0$ 에서 $x^2-4x+3 \ge 0$
$\therefore\ (x-1)(x-3) \ge 0$
$\therefore\ x \le 1$, $x \ge 3 \cdots$ ㉠
$f(2) \ge 0$ 에서 $x^2-1 \ge 0$
$\therefore\ (x+1)(x-1) \ge 0$
$\therefore\ x \le -1$, $x \ge 1 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $\therefore\ x \le -1$, $x=1$, $x \ge 3$
그런데 $x=1$ 일 때,
$f(p)=0 \cdot p+1^2-2 \cdot 1+1=0$ 이므로
주어진 조건을 만족하지 않는다.
따라서 구하는 x 값의 범위는 $x \le -1$, $x \ge 3$

20. 이차방정식 $x^2+mx+m+1=0$ 의 한 근은 -1과 0 사이에 있고, 다른 한 근은 1과 2 사이에 있도록 m의 값의 범위를 정하면?

① $m<-1$ ② $-\frac{5}{3}<m<-1$ ③ $-\frac{5}{2}<m<1$
④ $-\frac{5}{3}<m<0$ ⑤ $-\frac{5}{2}<m<0$

해설

$x^2+mx+m+1=f(x)$ 라 하면,
$f(-1)>0,\ \ f(0)<0,\ \ f(1)<0,\ \ f(2)>0$
$\therefore\ \ 2>0,\ \ m+1<0\ \ \ 2m+2<0,\ \ 3m+5>0$
위 네 부등식을 연립하면
$\therefore\ -\frac{5}{3}<m<-1$