**1.** $\dfrac{x+1}{3}=y-2$를 만족하는 모든 실수 $x$, $y$에 대하여, 항상 $ax+by=7$이 성립할 때, $a$, $b$의 값을 구하여라. ($a$, $b$는 상수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=-1$

▷ 정답 : $b=3$

해설

$\dfrac{x+1}{3}=y-2$, $x+1=3(y-2)$

$x-3y=-7$

$-x+3y=7 \Leftrightarrow ax+by=7$

$\therefore\ a=-1,\ b=3$

**2.** 다항식 $x^4 - 3x^2 + ax + 5$를 $x+2$로 나누면 나머지가 3이다. $a$의 값은?

① 0 ② 2 ③ 3 ④ $-2$ ⑤ $-3$

해설

$x^4 - 3x^2 + ax + 5 = f(x)$라 놓자.

$f(-2) = 3$에서 $-2a + 9 = 3$

$\therefore\ a = 3$

**3.** $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = -1$ 을 만족하는 자연수 $n$ 의 값이 아닌 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$ )

① 2　　② 6　　③ 8　　④ 10　　⑤ 14

해설

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = \left(\frac{2}{-2i}\right)^{n} = i^n$$

$i^n = -1$ 이 성립하려면 $n = 4m + 2$ $(m \geq 0)$

③ : $8 = 4 \times 2 + 0$

**4.** 이차함수 $y = \frac{3}{2}x^2 + 6x - 3$ 은 $x = a$ 일 때, 최솟값 $b$ 를 갖는다고 한다. $a - b$ 의 값을 구하면?

① $-8$ ② $-5$ ③ $3$ ④ $7$ ⑤ $11$

해설

$y = \frac{3}{2}(x^2 + 4x) - 3 = \frac{3}{2}(x + 2)^2 - 9$ 에서

$a = -2$ , $b = -9$

그러므로 $a - b = 7$ 이다.

**5.** 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -1$ 일 때, 최솟값 4 를 갖는 이차함수의 식은?

① $y = 2(x-1)^2$

② $y = 2(x-1)^2 + 4$

③ $y = 2(x+1)^2 + 4$

④ $y = -2(x+1)^2 + 4$

⑤ $y = -2(x-1)^2 + 4$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 꼭짓점이 $(-1, 4)$ 이므로 $y = 2(x+1)^2 + 4$

**6.** 다음 삼차방정식의 정수해를 구하여라.

$$x^3 - 1 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^3 - 1 = 0$ 에서 $(x-1)(x^2+x+1) = 0$

$\therefore\ x = 1$ 또는 $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

$\therefore$ 정수해는 $x = 1$

**7.**

세 실수 $a, b, c$에 대하여 $a+b+c=\sqrt{6}$, $ab+bc+ca=2$일 때, $81(abc)^2$의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

**8.** 다항식 $f(x)$ 를 $2x-1$ 로 나누면 나머지는 $-4$ 이고, 그 몫을 $x+2$ 로 나누면 나머지는 2 이다. 이때, $f(x)$ 를 $x+2$ 로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-14$

해설

$f(x)=(2x-1)Q(x)-4$ 라 하면

$f(-2)=-5Q(-2)-4$

그런데 $Q(-2)=2$ 이므로 $f(-2)=-14$

**9.** 삼각형 ABC의 세변의 길이 $a, b, c$ 사이에 $a^3+a^2b-ac^2+ab^2+b^3-bc^2=0$인 관계가 성립할 때 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

① $b=c$인 이등변 삼각형

② $a=c$인 이등변삼각형

③ $b$가 빗변의 길이인 직각삼각형

④ 정삼각형

⑤ $c$가 빗변의 길이인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2(a+b)+b^2(a+b)-c^2(a+b)\\ &= (a+b)\left(a^2+b^2-c^2\right)=0\end{aligned}$$

$a^2+b^2=c^2\ (\because\ a+b\neq 0)$

$\therefore\ c$가 빗변의 길이인 직각삼각형

**10.** $x=1001$ 일 때, $\dfrac{x^6-x^4+x^2-1}{x^5+x^4+x+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1000

해설

$$\frac{x^6-x^4+x^2-1}{x^5+x^4+x+1} = \frac{(x^4+1)(x^2-1)}{(x^4+1)(x+1)}$$
$$= x-1$$
$$= 1001-1$$
$$= 1000$$

**11.** 두 다항식 $x^3+2x^2-x-2, 2x^3+(a-2)x^2-2x$의 최대공약수가 이차식이 되도록 하는 상수 $a$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=2$

해설

$x^3+2x^2-x-3=x^2(x+2)-(x+2)$
$=(x+2)(x-1)(x-2)$
$2x^3+(a-2)x^2-2x=x(2x^2+(a-2)x-2)\cdots①$
두 식의 최대 공약수가 이차식이므로
$x=-2,-1,1$ 을 ①식에 대입하면
식의 값이 동시에 0이 되는 경우가 있어야 한다.
$x=-2$일 때, $8-2a+4-2=0,\ a=5$
$x=-1$일 때, $2-a+2-2=0,\ a=2$
$x=1$일 때, $2+a-2-2=0,\ a=2$
$x=-1,\ 1$ 일때, 일치함
최대 공약수는 $(x+1)(x-1)$
$\therefore\ a=2$

**12.** $i + i^2 + i^3 + i^4 + \dots + i^{29} + i^{30}$ 을 계산하면?

① $i - 1$ ② $1 - 2i$ ③ $3i - 1$ ④ $2 - 3i$ ⑤ $i + 3$

**해설**

$$i + i^2 + i^3 + i^4 = i - 1 - i + 1 = 0$$

$$i^{4k} = 1,\ i^{4k+1} = i,\ i^{4k+2} = -1,\ i^{4k+3} = -i$$

$$\begin{aligned} \therefore i + i^2 + i^3 + \cdots + i^{29} + i^{30} &= i^{29} + i^{30} \\ &= i + i^2 \\ &= i - 1 \end{aligned}$$

**13.** $\sqrt{-3}\times\sqrt{-4}+\sqrt{-18}\div\sqrt{-6}$ 을 간단히 하면?

① $-3\sqrt{3}$　② $-2\sqrt{3}$　③ $-\sqrt{3}$

④ $\sqrt{3}$　⑤ $2\sqrt{3}$

해설

$$(\text{주어진 식}) = \sqrt{3}i\times 2i+\sqrt{18}i\times\frac{1}{\sqrt{6}i}$$

$$= -2\sqrt{3}+\sqrt{3} = -\sqrt{3}$$

**14.** 연산 $*$를 $a*b=ab+2(a+b)$라 정의할 때, 다음 방정식의 두 근을 $\alpha, \beta$라 한다. 이때, $|\alpha-\beta|$의 값은?

$$(3x*x)-(3*x)+\{(-1)*2\}=0$$

① 0　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 4

해설

연산 $*$ 의 정의에 따라서

$3x*x=3x\cdot x+2(3x+x)=3x^2+8x$ , $3*x=3\cdot x+2(3+x)=5x+6$,

$-1*2=(-1)\cdot 2+2(-1+2)=-2+2=0$

주어진 식은 $3x^2+8x-(5x+6)+0=0$

$3x^2+3x-6=0$ 에서 $3(x+2)(x-1)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=1$　$\therefore$ $|\alpha-\beta|=3$

**15.** 유리수 $a,\ b,\ c,\ d$에 대하여 $(\sqrt{2}+i)^4+a(\sqrt{2}+i)^3+b(\sqrt{2}+i)^2+c(\sqrt{2}+i)+d=0$을 만족한다. 이 때, $a-b-c-d$의 값은? (단, $i^2=-1$ )

① $-7$ ② $3$ ③ $1$ ④ $-1$

**해설**

$(\sqrt{2}+i)^4=-7+4\sqrt{2}i$ , $(\sqrt{2}+i)^3=-\sqrt{2}+5i,$

$(\sqrt{2}+i)^2=1+2\sqrt{2}i$

$(-7+4\sqrt{2}i)+a(-\sqrt{2}+5i)$

$+b(1+2\sqrt{2}i)+c(\sqrt{2}+i)+d=0$

$(-7-\sqrt{2}a+b+\sqrt{2}c+d)$

$+(4\sqrt{2}+5a+2\sqrt{2}b+c)i=0$

$\therefore\ (-7+b+d)+(c-a)\sqrt{2}=0,$

$(5a+c)+(4+2b)\sqrt{2}=0$

$a,\ b,\ c,\ d$ 는 유리수이므로 $-7+b+d=0$ :

$c-a=0,\ 5a+c=0,\ 4+2b=0$

$\therefore\ a=0,\ b=-2,\ c=0,\ d=9$

$\therefore\ a-b-c-d=-7$

**16.** $a$, $b$는 양수라 할 때, 다음 중 $z = a(1+i)+b(1-i), i = \sqrt{-1}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 것은?

① $1-3i$ ② $2+3i$ ③ $4-2i$

④ $-3+2i$ ⑤ $2-5i$

해설

$z = (a+b)+(a-b)i$ ($a, b$ 는 양수)

① $1-3i$ 에서 $a+b=1,\ a-b=-3$

$a=-1,\ b=2 \Rightarrow a,\ b$는 양수라는 조건에 어긋남

② $2+3i$ 에서 $a+b=2,\ a-b=3$

$a=\frac{5}{2},\ b=-\frac{1}{2} \Rightarrow a,\ b$는 양수라는 조건에 어긋남

③ $4-2i$ 에서 $a+b=4,\ a-b=-2$

$a=1,\ b=3 \Rightarrow a,\ b$는 양수라는 조건을 만족시킴

④ $-3+2i$ 에서 $a+b=-3,\ a-b=2$

$a=-\frac{1}{2},\ b=-\frac{5}{2} \Rightarrow a,\ b$는 양수라는 조건에 어긋남

⑤ $2-5i$ 에서 $a+b=2,\ a-b=-5$

$a=-\frac{3}{2},\ b=\frac{7}{2} \Rightarrow a,\ b$는 양수라는 조건에 어긋남

**17.** $x$, $y$ 에 대한 이차식 $f(x, y) = x^2 + 2(y-1)x + y^2 + ky - 3$ 이 $x$, $y$ 의 두 일차식으로 인수분해될 때, 실수 $k$ 의 값을 구하면?

① $-3$ ② $-2$ ③ $-1$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

이차방정식 $x^2 + 2(y-1)x + y^2 + ky - 3 = 0$ 의 두 근을 구하면
근의 공식에 의하여

$$x = -(y-1) \pm \sqrt{(y-1)^2 - (y^2 + ky - 3)}$$

$$= -(y-1) \pm \sqrt{-(2+k)y + 4} \quad \cdots\cdots ㉠$$

한편, $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $\alpha$, $\beta$ 이면
$x^2 + ax + b = (x-\alpha)(x-\beta)$ 이고
준식이 $x$, $y$ 의 일차식으로 인수분해되므로
$x$ 의 두 근 ㉠에서 $-(2+k)y + 4$가 완전제곱 꼴이 되어야 한다.
따라서 근호 안의 판별식 $D$ 는 0이어야 한다.

$\therefore\ D = (2+k)^2 - 4 \cdot 0 \cdot 4 = 0$

$2 + k = 0$

$\therefore\ k = -2$

**18.** $x^2 + ax + (a^2 + 2a - 3) = 0$의 두 근이 서로 다른 부호를 갖고 양근이 음근의 절댓값보다 작을 때, 상수 $a$의 범위를 구하면?

① $0 < a < 1$　　② $\frac{1}{2} < a < 2$　　③ $1 \leq a < 2$

④ $2 < a \leq 3$　　⑤ $-\frac{1}{2} < a < 2$

**해설**

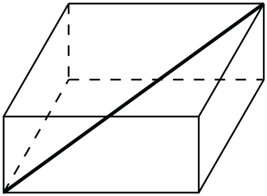
두 근을 $\alpha$, $\beta$라 하면

$|$음근$|$ > 양근이므로

$\alpha + \beta = -a < 0, \ \alpha\beta = a^2 + 2a - 3 < 0$

$\therefore \ 0 < a < 1$

**19.** 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 3이고 겉넓이가 16, 부피가 6인 직육면체가 있다. 이 직육면체의 가로, 세로, 높이를 각각 $a$, $b$, $c$라 할 때, $a^3+b^3+c^3$ 의 값은?



① 12　② 18　③ 21　④ 23　⑤ 30

해설

$\sqrt{a^2+b^2+c^2}=3,\ abc=6,\ 2(ab+bc+ca)=16$

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

$(a+b+c)^2=25,\ a+b+c=5(\because a,b,c$는양수$)$

$a^3+b^3+c^3-3abc$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)\ \cdots$①

①에 각각 대입하면

$a^3+b^3+c^3-18=5\times(9-8)$

$a^3+b^3+c^3=23$

**20.** 정수 계수를 갖는 임의의 삼차식 $f(x)$에 대하여 $\alpha$는 $f(x)+1=0$의 한 정수근이고 $\beta$는 $f(x)-1=0$의 한 정수근일 때, $\beta-\alpha$의 값이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① $-2$ ② $-1$ ③ $1$ ④ $2$ ⑤ $3$

**해설**

$f(\alpha)+1=0,\ f(\beta)-1=0$이므로 $f(\beta)-f(\alpha)=2$

$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d(a,b,c,d$는 정수$)$로 놓으면

$f(\beta)-f(\alpha)=a(\beta^3-\alpha^3)+b(\beta^2-\alpha^2)+c(\beta-\alpha)=2$

$(\beta-\alpha)\left\{a(\beta^2+\beta\alpha+\alpha^2)+b(\beta+\alpha)+c\right\}=2$

따라서 $\beta-\alpha$는 2의 약수이어야 한다.

$\therefore\ \beta-\alpha=\pm1$ 또는 $\pm2$