

1. 다음 등식이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때,  $xy$ 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$k$ 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은  $k$ 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면  $x = 2, y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

2. 다항식  $x^4 - 3x^2 + ax + 5$ 를  $x + 2$ 로 나누면 나머지가 3이다.  $a$ 의 값은?

- ① 0      ② 2      ③ 3      ④ -2      ⑤ -3

해설

$x^4 - 3x^2 + ax + 5 = f(x)$ 라 놓자.  
 $f(-2) = 3$ 에서  $-2a + 9 = 3$   
 $\therefore a = 3$

3.  $(a+1)(a^2-a+1) = a^3+1$ 을 이용하여  $\frac{1999^3+1}{1998 \times 1999+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2000

해설

$$\begin{aligned} a &= 1999 \text{라 하면} \\ 1998 \times 1999 + 1 &= (a-1)a + 1 = a^2 - a + 1 \\ \therefore \frac{1999^3 + 1}{1998 \times 1999 + 1} &= \frac{a^3 + 1}{a^2 - a + 1} \\ &= \frac{(a+1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 = 2000 \end{aligned}$$

4. 두 다항식  $3x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 4$ ,  $3x^3 - 3x^2 - 6x$ 의 최대공약수를 구하면?

- ①  $(x-1)(x-2)$     ②  $(x+1)(x+2)$     ③  $(x+1)(x-2)$   
④  $(x-1)(x-2)$     ⑤  $(x+1)(x-1)$

해설

$$\begin{aligned} & 3x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 4 \\ &= (x+1)(x-2)(x+1)(3x-2) \\ & 3x^3 - 3x^2 - 6x = 3x(x-2)(x+1) \\ \therefore \text{최대공약수} & : (x-2)(x+1) \end{aligned}$$

5. 복소수  $z$ 와 그 켤레복소수  $\bar{z}$ 에 대하여 다음을 만족하는  $z$ 를 구하면?

$$z + \bar{z} = 4, \quad z \cdot \bar{z} = 7$$

- ①  $z = 1 \pm \sqrt{3}i$       ②  $z = 2 \pm \sqrt{3}i$       ③  $z = 3 \pm \sqrt{3}i$   
④  $z = 1 \pm 2\sqrt{3}i$       ⑤  $z = 2 \pm 2\sqrt{3}i$

해설

$$\begin{aligned} z &= a + bi \\ z + \bar{z} &= 2a = 4, z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2 = 7 \\ \therefore a &= 2, b = \pm \sqrt{3} \\ \therefore z &= 2 \pm \sqrt{3}i \end{aligned}$$

6. 이차방정식  $x^2 + 2(k-1)x + 4 = 0$  이 증근을 갖도록 하는 상수  $k$  값들의 합은?

- ① 1      ② -2      ③ -1      ④ 0      ⑤ 2

해설

증근을 가지려면 판별식  $D = 0$

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - 4 = 0$$

$$k^2 - 2k - 3 = 0, (k-3)(k+1) = 0$$

$$\therefore k = 3, -1$$

7. 이차방정식  $x^2 + 2(k-a)x + k^2 + a^2 + b - 2 = 0$ 이 실수  $k$ 의 값에 관계없이 중근을 가질 때,  $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{D}{4} = (k-a)^2 - (k^2 + a^2 + b - 2) = 0$$

$$\therefore -2ka - b + 2 = 0$$

이 식은  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립하므로  $k$ 에 대한 항등식이다.

$$a = 0, b = 2$$

$$\therefore a + b = 2$$

8. 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$  의 한 근이  $1 + 2i$  일 때 실수  $a, b$  를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = -2$

▷ 정답:  $b = 5$

**해설**

계수가 실수이므로 한 근이  $1 + 2i$  이면 다른 한 근은  $1 - 2i$  이다.

$$\text{(두 근의 합)} = (1 + 2i) + (1 - 2i) = -a \quad \cdots \cdots \text{㉠}$$

$$\text{(두 근의 곱)} = (1 + 2i)(1 - 2i) = b \quad \cdots \cdots \text{㉡}$$

$\therefore$  ㉠, ㉡에서

$a = -2, b = 5$ 이다.

9. 두 다항식  $(1+x+x^2+x^3)^3$ ,  $(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$ 의  $x^3$ 의 계수를 각각  $a$ ,  $b$ 라 할 때,  $a-b$ 의 값은?

①  $4^3 - 5^3$

②  $3^3 - 3^4$

③ 0

④ 1

⑤ -1

해설

두 다항식이  $1+x+x^2+x^3$ 을 포함하고 있으므로  $1+x+x^2+x^3 = A$ 라 놓으면

$$(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$$

$$= (A+x^4)^3$$

$$= A^3 + 3A^2x^4 + 3Ax^8 + x^{12}$$

$$= A^3 + (3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$$

이 때  $(3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$ 은  $x^3$ 항을 포함하고 있지 않으므로 두 다항식의  $x^3$ 의 계수는 같다.

$$\therefore a-b=0$$

10.  $a + b + c = 0$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$  일 때,  $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③ 0      ④ 1      ⑤ 4

해설

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$ 에 대입하면

$$ab + bc + ca = -\frac{1}{2}$$

$$(ab + bc + ca)^2 = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c)$$

$$\frac{1}{4} = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c)$$

$$\text{따라서 } a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = \frac{1}{4}$$

11. 다항식  $(x^3 + x^2 - 2x - 1)^5$ 을 전개한 식이  $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{14}x^{14} + a_{15}x^{15}$ 일 때,  $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots + a_{14} - a_{15}$ 의 값을 구하면?

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} &(x^3 + x^2 - 2x - 1)^5 \\ &= a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{14}x^{14} + a_{15}x^{15} \\ &\text{양변에 } x = -1 \text{을 대입하면} \\ &(-1 + 1 + 2 - 1)^5 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots + a_{14} - a_{15} = 1 \end{aligned}$$

12.  $2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2$ 를 인수분해 하면  $(x + ay + b)(2x + cy + d)$ 이다. 이 때,  $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - 3y^2 + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - (y - 2)(3y + 1) \\ &= (x - (y - 2))(2x + (3y + 1)) \\ &= (x - y + 2)(2x + 3y + 1) \\ &\therefore a = -1, b = 2, c = 3, d = 1 \end{aligned}$$

13. 복소수  $(1+i)x^2 - (1-4i)x - (2-3i)$ 가 실수일 때의  $x$ 값과 순허수일 때의  $x$ 값을 모두 곱한 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

준식을 전개하여 실수부와 허수부로 정리하면

$$(x^2 - x - 2) + (x^2 + 4x + 3)i$$

실수가 되기 위해서는  $x^2 + 4x + 3 = 0$

$$(x+1)(x+3) = 0 \therefore x = -3, -1$$

순허수가 되기 위해서는

$$x^2 - x - 2 = 0 \text{이고 } x^2 + 4x + 3 \neq 0$$

$$x = -1, 2 \text{이고 } x \neq -3, -1 \therefore x = 2$$

$$(-3) \times (-1) \times 2 = 6$$

14.  $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$  일 때,  $f\left(\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2\right) + f\left(\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2\right)$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$\begin{aligned} & f\left(\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2\right) + f\left(\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2\right) \\ &= f(i^2) + f((-i)^2) \\ &= f(-1) + f(-1) \\ &= 0 \end{aligned}$$

15. 함수  $y = -(x^2 + 4x + 5)^2 - 2(x^2 + 4x) - 6$  이  $x = m$  에서 최댓값  $M$  을 갖는다. 이 때,  $M + m$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$y = -(x^2 + 4x + 5)^2 - 2(x^2 + 4x) - 6$  에서  
 $x^2 + 4x + 5 = t$  로 놓으면  
 $y = -(x^2 + 4x + 5)^2 - 2(x^2 + 4x) + 4$   
 $= -t^2 - 2t + 4 = -(t + 1)^2 + 5$   
그런데  $t = x^2 + 4x + 5 = (x + 2)^2 + 1 \geq 1$  이므로  
 $t = 1$ , 즉  $x = -2$  일 때 최댓값 1 을 갖는다.  
따라서,  $m = -2$ ,  $M = 1$   
 $\therefore M + m = -1$

16. 두 실수  $x, y$ 가  $x^2 + y^2 + 4x + y - 2 = 0$ 을 만족시킬 때,  $y$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$x^2 + 4x + (y^2 + y - 2) = 0$ 에서  $x$ 가 실수이므로

$$\frac{D}{4} = 4 - y^2 - y + 2 \geq 0$$

$$(y + 3)(y - 2) \leq 0$$

$$\therefore -3 \leq y \leq 2$$

따라서  $y$ 의 최댓값은 2, 최솟값은 -3이다.

17. 사차방정식  $x^4 - 2x^3 + x^2 - 4 = 0$  의 서로 다른 두 허근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{array}{r|rrrrrr} -1 & 1 & -2 & 1 & 0 & -4 \\ & & -1 & 3 & -4 & 4 \\ 2 & 1 & -3 & 4 & -4 & 0 \\ & & 2 & -2 & 4 & \\ \hline & 1 & -1 & 2 & 0 & \end{array}$$

$(x+1)(x-2)(x^2-x+2) = 0$   
따라서 두 허근은  $x^2 - x + 2 = 0$  의 근  
허근의 합은 근과 계수와의 관계에 의해  $\alpha + \beta = 1$

18. 어떤 일차식  $g(x)$ 에 대하여

$x^4 + 2x^3 - 3x^2 - g(x) = \{(x - \alpha)(x - \beta)\}^2$ 가 성립한다. 이 때,  $\alpha\beta$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}(\text{우변}) &= \{(x - \alpha)(x - \beta)\}^2 \\ &= \{x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta\}^2 \\ &= x^4 - 2(\alpha + \beta)x^3 \\ &\quad + \{(\alpha + \beta)^2 + 2\alpha\beta\}x^2 - 2\alpha\beta(\alpha + \beta)x + \alpha^2\beta^2 \\ &= x^4 + 2x^3 - 3x^2 - g(x)\end{aligned}$$

$g(x)$ 가 일차식이므로 양변의 계수를 비교하면

$$-2(\alpha + \beta) = 2, (\alpha + \beta)^2 + 2\alpha\beta = -3$$

$$\therefore \alpha + \beta = -1, \alpha\beta = -2$$

19.  $x$ 에 대한 다항식  $f(x)$ 를  $x^2 - 4x + 3$ 으로 나누었을 때의 나머지는  $2x - 7$ 이고,  $x^2 - 3x - 10$ 으로 나누었을 때의 나머지는 11이다. 이 다항식  $f(x)$ 를  $x^2 - 6x + 5$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

①  $2x + 1$

②  $4x + 3$

③  $x - 1$

④  $4x - 9$

⑤  $2x - 3$

해설

$f(x)$ 를  $x^2 - 6x + 5$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $ax + b$ 라 하면

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 6x + 5)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-5)Q(x) + ax + b \cdots \text{㉠} \end{aligned}$$

$f(x)$ 를  $x^2 - 4x + 3$ 으로 나눈 몫을  $Q_1(x)$ ,  $x^2 - 3x - 10$ 으로 나눈 몫을  $Q_2(x)$ 라 하면

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4x + 3)Q_1(x) + 2x - 7 \\ &= (x-1)(x-3)Q_1(x) + 2x - 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 3x - 10)Q_2(x) + 11 \\ &= (x-5)(x+2)Q_2(x) + 11 \end{aligned}$$

이므로  $f(1) = -5$ ,  $f(5) = 11$ 이다.

㉠에서

$$f(1) = a + b = -5$$

$f(5) = 5a + b = 11$ 이므로 연립하여 풀면

$$a = 4, b = -9$$

따라서 구하는 나머지는  $4x - 9$ 이다.

20.  $x = -1 + i$  일 때,  $x^4 + 2x^3 + x^2 - x - 1$  의 값을 구하면?

①  $-1 + i$

②  $-i$

③  $i$

④  $-1$

⑤  $1$

해설

$$x = i - 1 \Rightarrow x + 1 = i$$

양변을 제곱해서 정리하면  $x^2 + 2x + 2 = 0$

$$x^4 + 2x^3 + x^2 - x - 1$$

$$= x^2(x^2 + 2x + 2) - x^2 - x - 1$$

$$= -x^2 - x - 1 \quad (\because x^2 + 2x + 2 = 0)$$

$$= -(-2x - 2) - x - 1$$

$$= x + 1 = i$$

21. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의  $t$  초 후의 높이는  $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

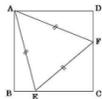
- ① 5 초 후                      ② 7 초 후                      ③ 8 초 후  
④ 10 초 후                    ⑤ 알 수 없다

해설

$$\begin{aligned}y &= 50t - 5t^2 \\y &= -5(t^2 - 10t + 25 - 25) \\&= -5(t - 5)^2 + 125\end{aligned}$$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가된다.

22. 아래 그림과 같이 한 변의 길이가 2 인 정사각형 ABCD 가 있다. 변 BC, CD 위에 각각 점 E, F 를 잡아  $\triangle AEF$  가 정삼각형이 되도록 할 때,  $\overline{BE}$  의 길이를 구하면?



- ①  $4 - 2\sqrt{3}$       ②  $3 - \sqrt{3}$       ③  $3 - 2\sqrt{2}$   
 ④  $3 - \sqrt{2}$       ⑤  $2 - \sqrt{2}$

해설

$\overline{BE} = \overline{DF} = x$ ,  $\overline{EC} = \overline{FC} = y$  라 하면,

$$x + y = 2$$

$\overline{AE}$  는 ( $\triangle ABE$  가 직각삼각형이므로)

$$\overline{AE} = \sqrt{4 + x^2}$$

$\overline{EF}$  는 ( $\triangle EFC$  가 직각이등변삼각형이므로)

$$\overline{EF} = \sqrt{2}y$$

$\triangle AEF$  는 정삼각형이므로

$$\overline{AE} = \overline{EF}$$

$$\Rightarrow \sqrt{4 + x^2} = \sqrt{2}y \Leftrightarrow 4 + x^2 = 2y^2$$

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 4 + x^2 = 2y^2 \end{cases}$$

을 연립하여 풀면  $x = 4 - 2\sqrt{3}$

23. 두 함수  $f(x) = |x^2 - 2x - 3| - 1$  과  $g(x) = 2x - 1$  에 대하여 방정식  $f(x) = g(x)$  의 서로 다른 실근의 개수는?

- ① 1 개    ② 2 개    ③ 3 개    ④ 4 개    ⑤ 5 개

해설

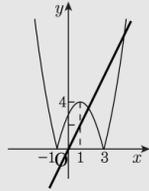
$$f(x) = g(x) \text{ 에서 } |x^2 - 2x - 3| - 1 = 2x - 1$$

$$|x^2 - 2x - 3| = 2x$$

방정식  $|x^2 - 2x - 3| = 2x$  의 실근의 개수는 함수  $y = |x^2 - 2x - 3|$  의 그래프와 직선  $y = 2x$  의 교점의 개수와 같다.

$$y = |x^2 - 2x - 3| = |(x + 1)(x - 3)| = |(x - 1)^2 - 4|$$

따라서 다음 그림에서 교점이 2개이므로 구하는 실근의 개수는 2개이다.



24. 두 포물선  $C_1 : y = x^2 - 10x + 7$ ,  $C_2 : y = -x^2 + 6x + 7$ 이 두 점 A, B에서 만난다. y축에 평행하고 두 점 A, B사이를 지나는 직선을 그어 두 포물선  $C_1, C_2$ 와 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때, 사각형 APBQ의 넓이의 최댓값은?

- ① 128      ② 130      ③ 132      ④ 134      ⑤ 136

해설

두 점 A, B에서 직선 PQ에 내린 수선의 발까지의 길이를 각각  $h_1, h_2$ 라 하면

$$\square APBQ = \frac{1}{2}(h_1 + h_2)\overline{PQ} \text{ 이고}$$

$h_1 + h_2$ 의 값은 두 점 A, B의 x좌표의 차와 같다.

두 점 A, B의 x좌표는 두 포물선의 교점의 x좌표이므로

$$x^2 - 10x + 7 = -x^2 + 6x + 7 \text{ 에서}$$

$$x^2 - 8x = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ 또는 } x = 8$$

$$\therefore h_1 + h_2 = 8$$

점 P의 좌표를  $k$ 라 하면 선분 PQ의 길이는

$$(-k^2 + 6k + 7) - (k^2 - 10k + 7) = -2k^2 + 16k$$

$$= -2(k - 4)^2 + 32$$

따라서, 사각형 APBQ의 넓이의 최댓값은

$$\overline{PQ} = 32 \text{ 일 때이므로}$$

$$\square APBQ = \frac{1}{2} \times 8 \times 32 = 128$$

25. 방정식  $x^2 - 12x + 35 = 3^y$  을 만족하는 정수  $x, y$  의 순서쌍  $(x, y)$  에 대하여  $x_1 + x_2 + y_1 + y_2$  의 값을 구하면?

- ① 10      ② 11      ③ 12      ④ 13      ⑤ 14

해설

$x^2 - 12x + 35 = (x-6)^2 - 1 = 3^y$  에서  $x-6 = t$  라 하면  
 $t^2 - 1 = 3^y$ ,  $(t-1)(t+1) = 3^y$   
따라서,  $t+1, t-1$  은  $3^n$  꼴이고 차가 2이므로  $y = 1$  이다.  
 $(t+1, t-1) = (3, 1), (-1, -3)$   
 $\therefore t = 2, -2 \therefore (x, y) = (8, 1), (4, 1)$   
 $\therefore x_1 + x_2 + y_1 + y_2 = 14$