

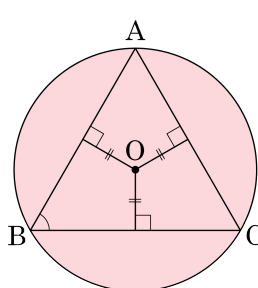
1. 다음 한 원과 직선에 대한 설명 중 잘못된 것은?

- ① 크기가 같은 두 중심각에 대한 현의 길이와 호의 길이는 각각 같다.
- ② 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.
- ③ 길이가 같은 현은 원의 중심에서 같은 거리에 있다.
- ④ 중심으로부터 같은 거리에 있는 현의 길이는 같다.
- ⑤ 현의 이등분선은 그 원의 중심을 지난다.

해설

이등분선이 그 현의 수직이등분선일 때, 원의 중심을 지날 수 있다.

2. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 외접원의 중심 O 에서 세 변에 내린 수선의 길이가 모두 같을 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 0

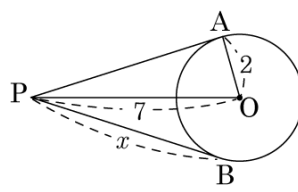
▶ 정답 : 60°

해설

원의 중심에서 현에 내린 수선의 길이가 같으면 그 현의 길이도 같으므로 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 따라서 $\angle B = 60^\circ$ 이다.

3. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 가 원 O 의 접선일 때, x 의 길이는?

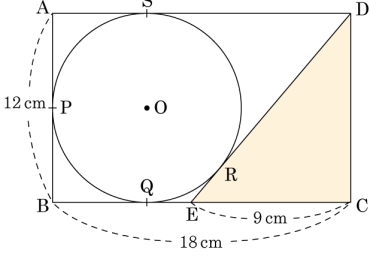
- ① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{5}$
 ④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{2}$



해설

$$\begin{aligned}\overline{AP} &= \overline{BP} = x \\ 7^2 &= \overline{AP}^2 + 2^2 \\ \therefore x &= 3\sqrt{5}\end{aligned}$$

4. 다음 그림과 같이 원 O는 직사각형 ABCD의 세변과 $\overline{DE}$ 에 접하고, 점 R은 접점이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 18\text{cm}$, $\overline{CE} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{DR}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

$\overline{CE} = 9\text{cm}$ 이므로 $\overline{BE} = 9\text{cm}$, 외접하는 사각형의 성질에 의해

$$\overline{ED} + \overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BE}$$

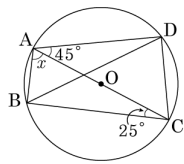
$$\overline{DE} + 12 = 18 + 9$$

$$\therefore \overline{DE} = 15\text{cm}$$

$$\text{또한, } \overline{BE} = 9\text{cm}, \overline{BQ} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 6\text{cm} \therefore \overline{QE} = \overline{ER} = 3\text{cm}$$

따라서, $\overline{DR} = 15 - 3 = 12(\text{cm})$ 이다.

5. 다음 그림에서 점 O는 원의 중심이다. $\angle x$ 의 값은?

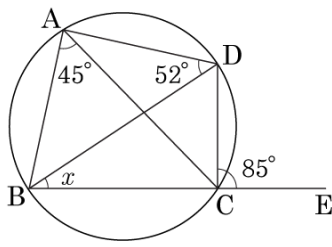


- ① 50° ② 55° ③ 60° ④ 65° ⑤ 70°

해설

$$\angle ABC = 90^\circ, \angle x = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$$

6. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



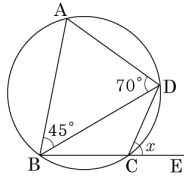
▶ 답: —

▶ 정답 : 40°

해설

사각형 ABCD가 원에 내접하므로 $\angle BAD = \angle DCE$
 그러므로 $\angle CAD = 40^\circ$ 이고
 $\angle CBD$ 와 $\angle CAD$ 는 5.0ptCD의 원주각이므로 크기가 같다.
 $\therefore x = 40^\circ$

7. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기는?



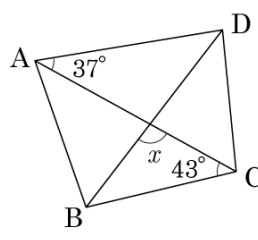
- ① 50° ② 55° ③ 60° ④ 65° ⑤ 70°

해설

$$\angle BAD = 180^\circ - 45^\circ - 70^\circ = 65^\circ$$

$$\therefore \angle x = \angle DCE = \angle BAD = 65^\circ$$

8. 다음 사각형이 원에 내접하도록 $\angle x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 100°

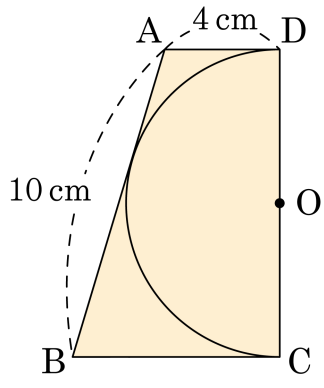
해설

호 DC에 대한 원주각이므로

$$\angle DAC \equiv \angle DBC$$

$$\therefore x = 180^\circ - (43^\circ + 37^\circ) = 100^\circ$$

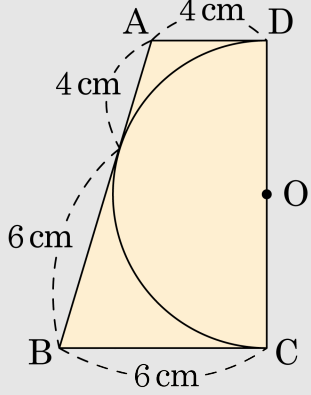
9. 다음 그림에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{DA}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



- ① 4cm
- ② 6cm
- ③ $4\sqrt{2}$ cm
- ④ $2\sqrt{2}$ cm
- ⑤ $\sqrt{11}$ cm

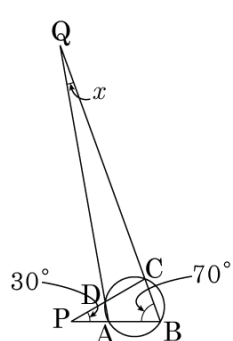
해설

$\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{DA}$ 가 원 O 에 접하므로



10. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원에 내접하고 $\angle BPC = 30^\circ$, $\angle ABC = 70^\circ$ 일 때, $\angle BQA$ 의 값을 구하면?

- ① 10° ② 20° ③ 30°
 ④ 40° ⑤ 50°



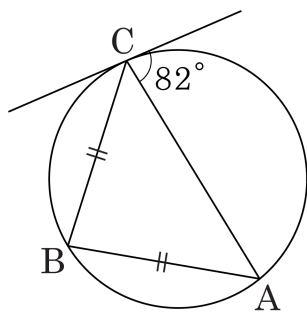
해설

$\angle ADC = 110^\circ$ ($\because \angle ABC$ 의 대각) 이고, $\angle PAQ = x + 70^\circ$ 이다.
 $\triangle PAD$ 에서 한 외각의 크기의 합은 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로

$$110^\circ = 30^\circ + x^\circ + 70^\circ$$

$$\therefore x^\circ = 10^\circ$$

11. 다음 그림에서 현 AC 와 점 C 를 지나는 접선이 이루는 각의 크기가 82° 이고 $AB = BC$ 일 때, $\angle BCA$ 의 크기로 옳은 것은?



- ① 49° ② 50° ③ 52° ④ 53° ⑤ 55°

해설

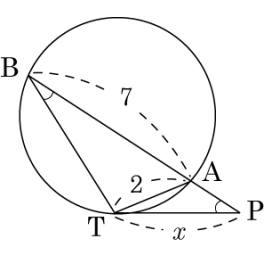
$$\angle ABC = 82^\circ$$

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 두 밑각의 크기가 같다.

$$\therefore \angle BCA = (180^\circ - 82^\circ) \div 2 = 49^\circ$$

12. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이고,
 $\angle APT = \angle ABT$ 라고 할 때, PT 의 길
 이는 얼마인가?

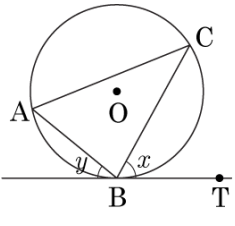
- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$
 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$



해설

$\angle PTA = \angle ABT$ 이므로 $\triangle PAT$ 는 이등변삼각형이다.
 $\overline{PA} = \overline{AT} = 2$, $x^2 = 2 \times 9$
 $x^2 = 18$
 $\therefore x = 3\sqrt{2} (\because x > 0)$

13. 다음 그림에서 직선 BT는 원 O의 접선이고,
 $5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5.0\text{pt}\widehat{BC} : 5.0\text{pt}\widehat{CA} = 2 : 3 : 4$ 일
 때, $x + y$ 의 값은?

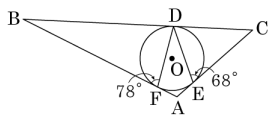


- ① 110° ② 100° ③ 95° ④ 90° ⑤ 85°

해설

$$\begin{aligned} \angle ACB &= 180 \times \frac{2}{9} = 40^\circ \\ \angle y &= \angle ACB = 40^\circ \\ \angle CAB &= 180 \times \frac{3}{9} = 60^\circ \\ \angle x &= \angle CAB = 60^\circ \\ \therefore x + y &= 60^\circ + 40^\circ = 100^\circ \end{aligned}$$

14. 그림과 같이 원 O가 $\triangle ABC$ 에 내접할 때, $\angle A$ 의 크기로 바른 것은?

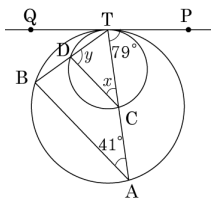


- ① 111° ② 112° ③ 113° ④ 114° ⑤ 115°

해설

$$\begin{aligned} \angle BDF &= 78^\circ & \therefore \angle B &= 24^\circ \\ \angle EDC &= 68^\circ & \therefore \angle C &= 44^\circ \\ \therefore \angle A &= 180^\circ - 24^\circ - 44^\circ = 112^\circ \end{aligned}$$

15. 다음 그림에서 직선 PQ는 두 원의 접선이다. $\angle PTA = 79^\circ$, $\angle CAB = 41^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하면?

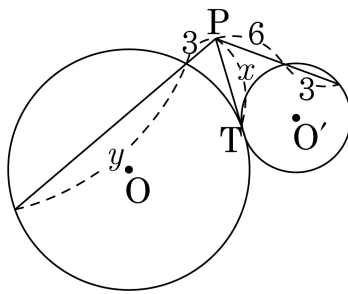


- ① 100° ② 105° ③ 110° ④ 115° ⑤ 120°

해설

$$\begin{aligned} \angle y &= \angle PTC = 79^\circ \\ \angle QTB &= \angle BAT = 41^\circ \\ \angle x &= \angle QTD = 41^\circ \\ \therefore \angle x + \angle y &= 41^\circ + 79^\circ = 120^\circ \end{aligned}$$

16. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 두 원 O , O' 의 접선일 때, x , y 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답 : $x = 3\sqrt{6}$

▷ 정답 : $y = 15$

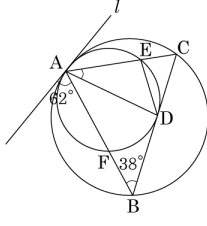
해설

$$x^2 = 6 \times (6 + 3), x^2 = 54 \therefore x = 3\sqrt{6}$$

$$3(3 + y) = 6 \times 9, \quad 9 + 3y = 54$$

$$3y = 45 \quad \therefore y = 15$$

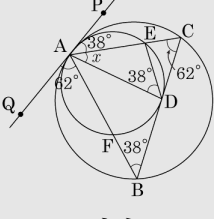
17. 다음 그림에서 직선 l 은 점 A 에서 두 원과 접하고 큰 원의 현 BC 는 점 D 에서 작은 원에 접할 때, $\angle DAC$ 의 크기는?



- ① 36° ② 37° ③ 38° ④ 39° ⑤ 40°

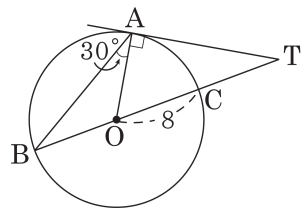
해설

직선 l 위의 두 점을 P, Q 라 하고, $\angle DAC = \angle x$ 라 하면
 $\angle ABC = \angle PAC = \angle ADE = 38^\circ$, $\angle ACB = \angle QAB = 62^\circ$ 이다.



$\triangle ADE$ 에서 $\angle DEC = \angle x + 38^\circ$
 $\overline{BC}$ 는 작은 원의 접선이므로
 $\angle EDC = \angle EAD = \angle x$ 이다.
 $\triangle EDC$ 에서 $\angle x + 38^\circ + \angle x + 62^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \angle x = 40^\circ$

18. 그림에서 $\overline{AT}$ 는 반지름의 길이가 8 인 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점이다. $\angle BAO = 30^\circ$ 일 때, $\overline{CT}$ 의 길이를 구하면?

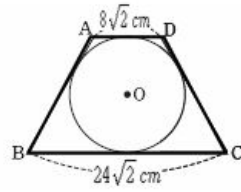


- ① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 13

해설

$\angle AOC = 60^\circ$, $\angle ATC = 30^\circ$, $\overline{OA} = 8$
 $1 : 2 = 8 : \overline{OT} \quad \therefore \overline{OT} = 16$
 $\therefore \overline{CT} = 16 - 8 = 8$

19. 다음 그림과 같이 원 O 에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD 가 있다.
 $\overline{AD} = 8\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{BC} = 24\sqrt{2}\text{cm}$ 일 때, 내접원 O 의 넓이는?



- ① $69\pi\text{cm}^2$ ② $69\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$ ③ $96\pi\text{cm}^2$
 ④ $96\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$ ⑤ $8\sqrt{6}\pi\text{cm}^2$

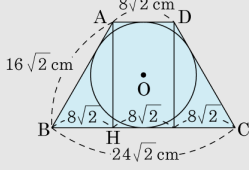
해설

$$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD} = 2\overline{AB} \therefore \overline{AB} = 16\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$\overline{AH} = \sqrt{\left(16\sqrt{2}\right)^2 - \left(8\sqrt{2}\right)^2} = 8\sqrt{6}(\text{cm})$$

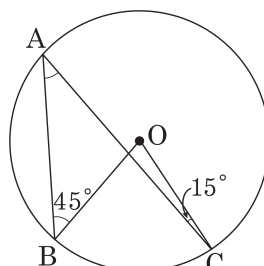
$$\therefore \text{원의반지름은 } 4\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$(\text{원의 넓이}) = \pi \times (4\sqrt{6})^2 = 96\pi(\text{cm}^2)$$



20. 다음 그림에서 $\angle ABO = 45^\circ$, $\angle ACO = 15^\circ$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?

- ① 15° ② 20° ③ 28°
 ④ 30° ⑤ 35°

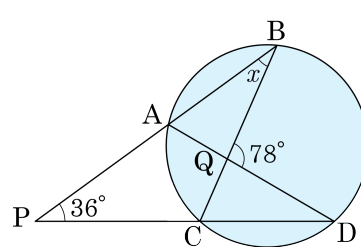


해설

$\triangle AOC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle CAO = 15^\circ$
 작은 쪽의 $\angle AOC = 150^\circ$, 큰 쪽의 $\angle AOD = 210^\circ$
 $\angle ABC = 210 \times \frac{1}{2} = 105^\circ$ $\therefore \angle OBC = 60^\circ$
 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle OCB = 60^\circ$, $\angle ACB = 45^\circ$
 $\therefore \angle BAC = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 30^\circ$

21. 다음 그림에서 점 P 는 두 현 AB, CD 의 연장선의 교점이고 $\angle APC = 36^\circ$, $\angle BQD = 78^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

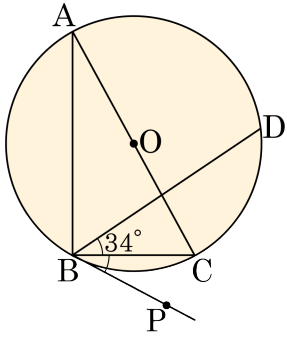
- ① 21° ② 22° ③ 23°
 ④ 24° ⑤ 25°



해설

5.0pt $\widehat{AC}$ 에 대한 원주각이므로
 $\angle ABC = \angle ADC = \angle x$
 $\triangle BPC$ 에서
 $\angle QCD = 36^\circ + \angle x$
 $\triangle QCD$ 에서
 $\angle QCD + \angle QDC = 78^\circ$
 $36^\circ + \angle x + \angle x = 78^\circ$
 $\therefore \angle x = 21^\circ$

22. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overrightarrow{BP}$ 는 원 O 의 접선이다.
 $\overline{BD} = \overline{AB}$ 이고, $\angle DBC = 34^\circ$ 일 때, $\angle CBP$ 의 크기를 구하여라.

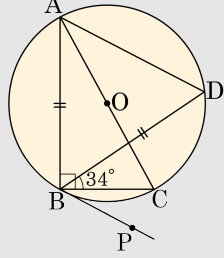


▶ 답 :

°

▶ 정답 : 28 °

해설

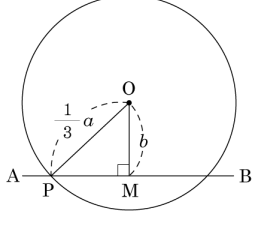


$$\angle ABD = 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ$$

$$\angle BAD = \angle BDA = \frac{1}{2}(180^\circ - 56^\circ) = 62^\circ$$

$$\angle CBP = \angle DBP - 34^\circ = \angle BAD - 34^\circ = 28^\circ$$

23. 다음 그림과 같이 길이가 a 인 선분 AB 의 중점 M 에서의 수선과 원의 중심 O 가 만난다. $\overline{OM} = b$ 이고 반지름의 길이가 $\frac{1}{3}a$ 인 원과 $\overline{AB}$ 가 만나는 한 점을 P 라 한다. 선분 AP 의 길이를 x 라 하고 선분 BP 의 길이를 y 라 하면 $y = x + 2$, $xy = 35$ 의 식이 성립한다고 할 때, $a + b^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$$\overline{OM} = b, \overline{OP} = \frac{1}{3}a \text{ 이므로}$$

피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{PM} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}a\right)^2 - b^2}$$

$$\overline{BP} = y$$

$$= \frac{a}{2} + \sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2 - b^2}$$

$$= \frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}$$

$$\overline{AP} = x$$

$$= \frac{a}{2} - \sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2 - b^2}$$

$$= \frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}$$

이때 $y = x + 2$, $xy = 35$ 이므로

$$y - x = \frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3} - \left(\frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}\right)$$

$$= 2 \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3} = 2$$

$$\therefore a^2 - 9b^2 = 9 \dots \textcircled{1}$$

$$xy = \left(\frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}\right) \left(\frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}\right)$$

$$= \frac{a^2}{4} - \frac{a^2 - 9b^2}{9}$$

$$= 35 \dots \textcircled{2}$$

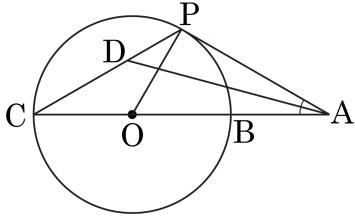
①을 ②에 대입하면 $a^2 = 144$

$\therefore a = 12 (\because a > 0)$

이를 ①에 대입하면 $b^2 = 15$

$$\therefore a + b^2 = 12 + 15 = 27$$

24. 다음 그림과 같이 점 A에서 원의 중심 O에 선을 그었을 때 원과 만나는 점을 B와 C라 하고 원에 접선을 그었을 때 원과 접하는 점을 P라 한다. $\angle PAC$ 의 이등분선과 $\overline{PC}$ 의 교점을 D라 할 때, $\angle ADP$ 의 크기를 구하여라.

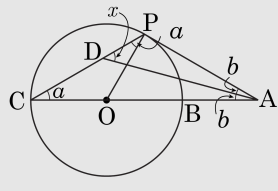


▶ 답: 1

▶ 정답 : 45°

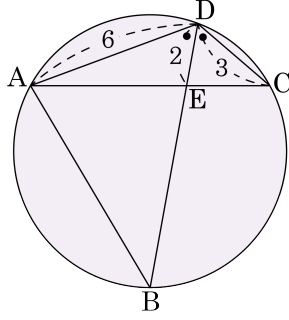
해설

$\angle DCO = a$, $\angle PAD = \angle DAC = b$ 라 하고
 $\angle OPA = 90^\circ$ 이고
 $\triangle OCP$ 는 $\overline{OC} = \overline{OP}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle DCO = \angle DPO = a$
 $\angle ADP = x$ 로 놓으면 $\triangle ADP$ 에서
 $\angle PAD + \angle OPA + \angle DPO + \angle ADP = 180^\circ$ 이므로
 $a + b + 90^\circ + x = 180^\circ \dots \textcircled{1}$
 또한 $\angle ADP$ 는 $\triangle ACD$ 의 외각이므로
 $\angle ADP = \angle DAC + \angle DCO$
 $\therefore x = a + b$
 이를 $\textcircled{1}$ 식에 대입하여 풀면 $x = 45^\circ$
 $\therefore \angle ADP = 45^\circ$



25. 다음 그림과 같이 $\angle ADB = \angle BDC$ 이고 $\overline{AD} = 6$, $\overline{DE} = 2$, $\overline{CD} = 3$ 일 때, $\overline{EB}$ 의 길이는?

- ① $3\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ 5
 ④ 7 ⑤ 11



해설

$\angle BDC = \angle BAC$ (5.0pt $\widehat{BC}$ 에 대한 원주각),
 $\angle ABD = \angle ACD$ (5.0pt $\widehat{AD}$ 에 대한 원주각) 이므로
 $\triangle ABD \sim \triangle ECD$ (AA 닮음)
 $\therefore \overline{AD} : \overline{DE} = \overline{BD} : \overline{CD}$
 즉, $6 : 2 = (2 + \overline{EB}) : 3$
 $6 \times 3 = 2 \times (2 + \overline{EB})$
 $\therefore \overline{EB} = 7$