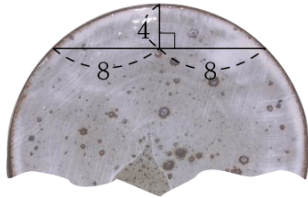


1. 원 모양의 토기 조각에서 다음 그림과 같이 크기를 측정하였다. 이 토기의 원래 크기의 넓이는?

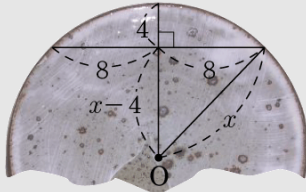


- ① 4π ② 36π ③ 64π ④ 100π ⑤ 144π

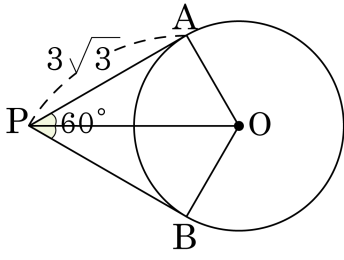
해설

반지름을 x 라 하면

$$x^2 = (x-4)^2 + 8^2 \quad \therefore x = 10$$



2. 점 A, B 는 원 O 의 접점이고 $\angle APB = 60^\circ$, $\overline{PA} = 3\sqrt{3}$ 일 때, $\overline{PO}$ 의 길이는?



- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

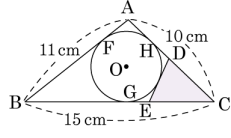
해설

$\triangle POA \equiv \triangle POB$ (RHS 합동)

그러므로 $\angle APO = 30^\circ$, $\angle POA = 60^\circ$

$$\overline{AO} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 3, \overline{PO} = 6$$

3. 다음 그림과 같이 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 $\overline{DE}$ 는 원 O에 접한다. $\overline{AB} = 11\text{cm}$, $\overline{BC} = 15\text{cm}$, $\overline{CA} = 10\text{cm}$ 일 때, $\triangle DEC$ 의 둘레의 길이는?

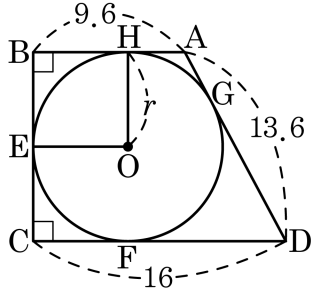


- ① 11cm ② 12cm ③ 13cm ④ 14cm ⑤ 15cm

해설

$$\begin{aligned} (\triangle CDE \text{의 둘레}) &= \overline{CG} + \overline{CH} = 2\overline{CG} \\ \overline{CG} &= x \text{ 라 하면} \\ \overline{BF} &= \overline{BG} = 15 - x, \overline{AF} = \overline{AH} = 10 - x \\ \overline{AB} &= 15 - x + 10 - x = 11 \quad \therefore x = 7 \\ \therefore (\triangle CDE \text{의 둘레}) &= 2\overline{CG} = 2 \times 7 = 14 \end{aligned}$$

4. 다음 그림과 같이 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 각 변과 원 O 의 접점을 E,F,G,H 라 할 때, 원의 넓이는?

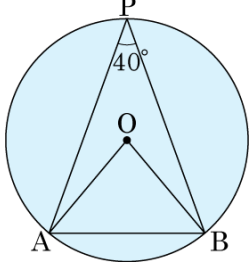


- ① 8π ② 12π ③ 20π ④ 25π ⑤ 36π

해설

외접 사각형의 성질에 의해서
 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD}$
 $9.6 + 16 = 13.6 + \overline{BC}$
 $\therefore \overline{BC} = 12$
 $\overline{BC} = 2r = 12$
 따라서, 원의 반지름이 6 이므로 넓이는 36π 이다.

5. 다음 그림에서 $\angle APB = 40^\circ$ 일 때, $\angle OAB$ 의 크기를 구하여라.



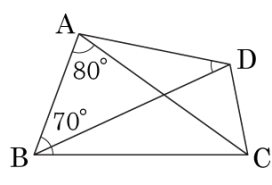
▶ 답 : °

▷ 정답 : 50 °

해설

$\angle AOB = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$, $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로
 $\angle OAB = (180^\circ - 80^\circ) \div 2 = 50^\circ$

6. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있을 때, $\angle ADB$ 의 크기는?

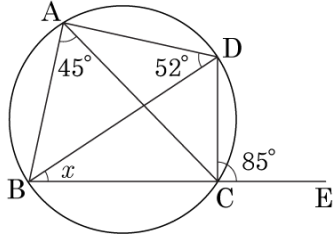


- ① 20° ② 30° ③ 40° ④ 50° ⑤ 60°

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle ACB = 180^\circ - (80^\circ + 70^\circ) = 30^\circ$ 이고,
점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있으므로 $\angle ADB = \angle ACB = 30^\circ$

7. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



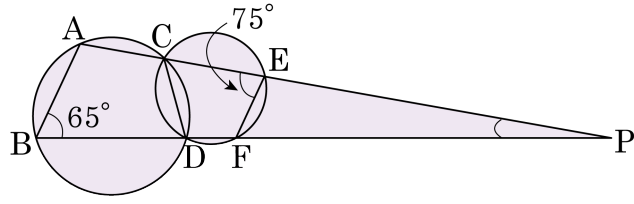
▶ 답 : $^\circ$

▶ 정답 : 40°

해설

사각형 ABCD가 원에 내접하므로 $\angle BAD = \angle DCE$
그러므로 $\angle CAD = 40^\circ$ 이고
 $\angle CBD$ 와 $\angle CAD$ 는 $\widehat{CD}$ 의 원주각이므로 크기가 같다.
 $\therefore x = 40^\circ$

8. 다음 그림과 같이 두 원이 두 점 C, D에서 만나고, $\angle ABD = 65^\circ$, $\angle CEF = 75^\circ$ 일 때, $\angle EPF$ 의 크기를 구하여라.



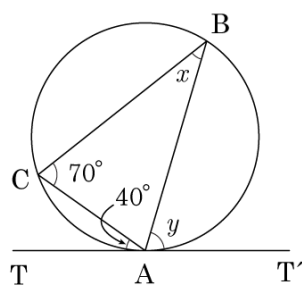
▶ 답 : °

▷ 정답 : 10_

해설

□ABDC 는 원에 내접하므로
 $\angle ABD = \angle DCE = 65^\circ$
 □CDFE 도 원에 내접하므로
 $\angle DCE = \angle EFP = 65^\circ$
 삼각형의 외각의 성질을 이용하여
 $\angle EFP + \angle EPF = 75^\circ$
 $\therefore \angle EPF = 75^\circ - 65^\circ = 10^\circ$

9. $\overleftrightarrow{TT'}$ 은 원 O 의 접선일 때, $\angle x + \angle y =$ () $^{\circ}$ 이다. ()에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 110

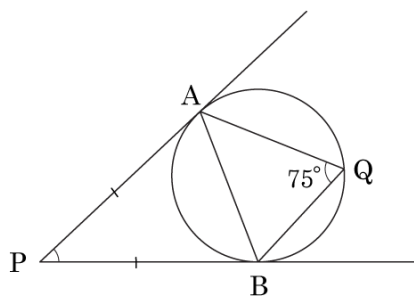
해설

원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 현에 대한 원주각의 크기와 같다.

$$\angle y = 70^{\circ}, \angle x = 40^{\circ}$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 110^{\circ}$$

10. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB 는 원의 접선이고 $\angle AQB = 75^\circ$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기는?

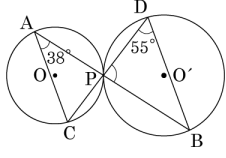


- ① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

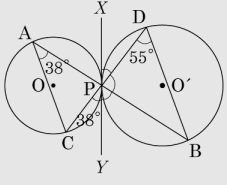
$\angle ABP = \angle AQB = 75^\circ$ 이고 $\triangle PAB$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle APB = 180^\circ - 75^\circ - 75^\circ = 30^\circ$

11. 다음 그림에서 두 원 O, O' 은 점 P 에서 외접하고, 이 점 P 를 지나는 두 직선이 원과 만나는 점을 A, B, C, D 라 할 때, $\angle DPB$ 의 크기는?



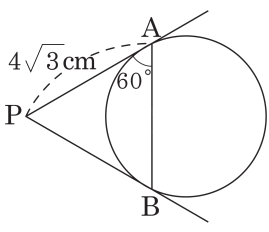
- ① 86° ② 87° ③ 88° ④ 89° ⑤ 90°

해설



점 P 에서 두 원의 공통인 접선 XY 를 그으면
 $\angle XPD = \angle CPY = \angle PAC = 38^\circ$
 $\angle BPY = \angle PDB = 55^\circ$
 $\angle DPB = 180^\circ - (55^\circ + 38^\circ) = 87^\circ$

12. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\angle PAB = 60^\circ$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이는?



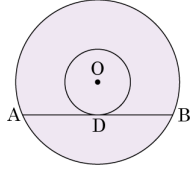
- ① $36\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ② 24 cm^2 ③ $24\sqrt{2}\text{ cm}^2$
 ④ $12\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ⑤ 12 cm^2

해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle ABP$ 는 이등변삼각형이다. 그런데 $\angle PAB = 60^\circ$ 인 이등변삼각형은 정삼각형이므로

넓이 $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{3})^2 = 12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 이다.

13. 점 O 를 중심으로 하고, 반지름의 길이가 각각 9cm , 4cm 인 두 원이 있다. 작은 원에 접하는 큰 원의 현을 AB 라 할 때, AB 의 길이를 구하여라.

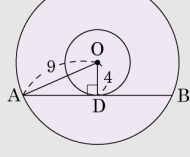


- ① $2\sqrt{97}\text{cm}$ ② $3\sqrt{15}\text{cm}$ ③ $6\sqrt{15}\text{cm}$
④ $2\sqrt{65}\text{cm}$ ⑤ $\sqrt{65}\text{cm}$

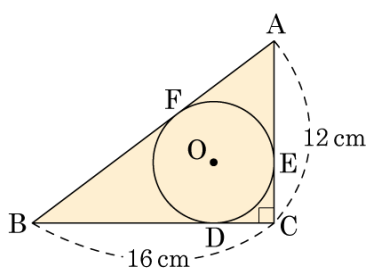
해설

$$\overline{AD} = \sqrt{81 - 16} = \sqrt{65}\text{cm}$$

$$\overline{AB} = 2 \times \overline{AD} = 2\sqrt{65}(\text{cm})(\because \overline{AD} = \overline{BD})$$



14. 다음 그림에서 원 O는 삼각형 ABC의 내접원이다. $BC = 16\text{cm}$, $AC = 12\text{cm}$ 이고 $\angle C = 90^\circ$ 일 때, 내접원 O의 반지름의 길이는?

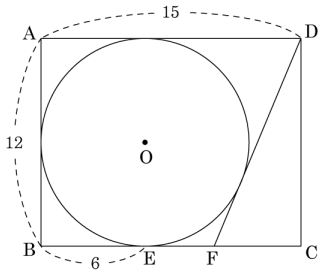


- ① 1.5cm ② 2cm ③ 2.5cm
 ④ 3cm ⑤ 4cm

해설

□ODCE는 정사각형, 원의 반지름을 x 라 하면,
 $\overline{AE} = \overline{AF} = 12 - x$
 $\overline{BD} = \overline{BF} = 16 - x \therefore \overline{AB} = 28 - 2x \dots ①$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CA}^2$
 $\overline{AB}^2 = 16^2 + 12^2 = 400$
 $\therefore \overline{AB} = 20\text{cm} (\because \overline{AB} > 0) \dots ②$
 ①, ②에 의해 $28 - 2x = 20$
 $\therefore x = 4$

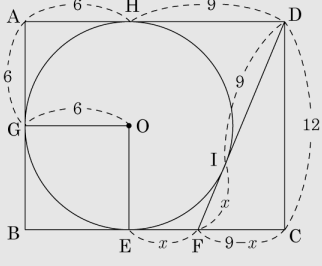
15. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다.
 $\overline{DF}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{DF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

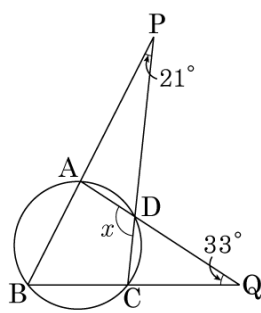
▷ 정답 : 13

해설



피타고라스 정리에 의해
 $\overline{DF}^2 = \overline{CF}^2 + \overline{CD}^2$
 $(x + 9)^2 = (9 - x)^2 + 12^2$
 $\therefore x = 4$
 따라서 $\overline{DF} = 13$

16. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원에 내접하고 $\angle BPC = 21^\circ$, $\angle BQA = 33^\circ$, $\angle ADC = x^\circ$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

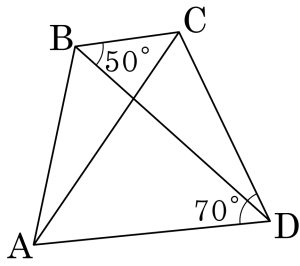
▶ **답:** ○ —

▷ 정답 : 117°

해설

□ABCD 가 내접하므로
 $\angle PBC = 180^\circ - x^\circ$ 이고,
 $\angle DCQ = 21^\circ + \angle PBC = 21^\circ + (180^\circ - x^\circ)$
 $\triangle DCQ$ 에서 한 외각의 크기는 이웃하지 않는 두 내각의 크기의
 합과 같으므로
 $33^\circ + 21^\circ + (180^\circ - x^\circ) = x^\circ$ 이다.
 $\therefore x^\circ = 117^\circ$

17. 다음 그림에서 이 사각형이 원에 내접할 때, $\angle ACD$ 의 크기를 바르게 구한 것은?



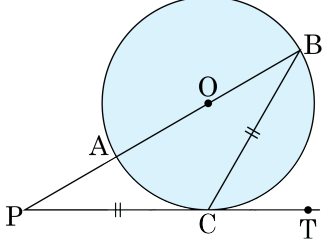
- ① 64° ② 63° ③ 62° ④ 61° ⑤ 60°

해설

□ABCD 가 원에 내접하므로
 $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$, $\angle ABD = 60^\circ$
 $\angle ABD = \angle ACD = 60^\circ$

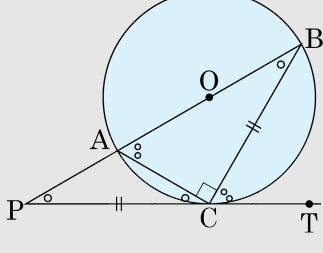
18. 다음 그림과 같이 원 O의 지름 AB의 연장선 위의 점 P에서 원 O에 접선 PT를 그려 그 접점을 C라 한다. $\overline{PC} = \overline{BC}$ 가 성립할 때, $\angle BCT$ 의 크기는?

- ① 35 ② 40 ③ 45
 ④ 50 ⑤ 60



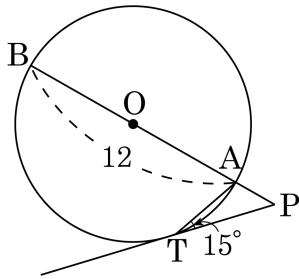
해설

점 A와 점 C를 이으면



$\angle B = a$ 라 하면 $\angle P = a$ ($\because$ 이등변삼각형)
 $\angle ACP = a$ (접선과 현이 이루는 각의 성질)
 $\triangle APC$ 의 외각 $\angle BAC = 2a$, $\angle ACB = 90^\circ$
 $\triangle ABC$ 에서 $3a = 90^\circ$, $a = 30^\circ$
 $\angle BCT = \angle BAC = 2a = 60^\circ$
 $\therefore \angle BCT = 60^\circ$

19. 다음 그림에서 $\overline{PB}$ 는 원의 중심 O 를 지나고, $\angle PTA = 15^\circ$, $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{PA}$ 의 길이는?

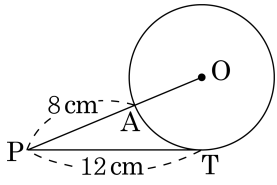


- ① $\sqrt{2} - 1$ ② $4\sqrt{2} - 2$ ③ $4\sqrt{3} - 2$
 ④ $4\sqrt{3} - 4$ ⑤ $4\sqrt{3} - 6$

해설

$\angle ATP = \angle ABT = 15^\circ$ 이므로
 $\widehat{AT}$ 의 중심각 $\angle AOT = 30^\circ$ 이다.
 $\overline{AB} = 12$ 이므로 $\overline{OT} = 6$ 이다.
 $\triangle POT$ 에서 $\overline{OP} : \overline{OT} = 2 : \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{OP} = 4\sqrt{3}$ 이다.
 $\therefore \overline{PA} = 4\sqrt{3} - 6$

20. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O의 접선이고 점 T는 접점이다. $PA = 8\text{ cm}$, $PT = 12\text{ cm}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 5cm

해설

반지름의 길이를 $x\text{ cm}$ 라고 하면

$$12^2 = 8(8 + 2x)$$

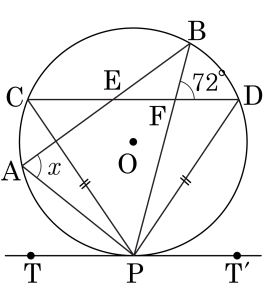
$$144 = 64 + 16x$$

$$16x = 80$$

$$\therefore x = 5(\text{cm})$$

21. 다음 그림의 원 O 에서 $\triangle CDP$ 는 $\overline{CP} = \overline{DP}$ 인 이등변삼각형이고 $\overleftrightarrow{TT'}$ 은 접선이다. $\overline{CD} \parallel \overleftrightarrow{TT'}$, $\angle BFD = 72^\circ$ 일 때, $\angle BAP$ 의 크기는?

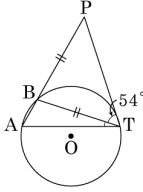
- ① 70° ② 72° ③ 74°
 ④ 76° ⑤ 78°



해설

$\angle BPT' = 72^\circ$ ($\because \angle BFD$ 와 동위각)
 $\therefore \angle x = \angle BPT' = 72^\circ$

22. 원 O의 접점 T가 다음과 같고, $\overline{BT} = \overline{BP}$, $\angle BTP = 54^\circ$ 를 만족한다고 할 때, $\angle ATB$ 의 크기로 알맞은 것은?



- ① 11°
- ② 13°
- ③ 14°
- ④ 17°
- ⑤ 18°

해설

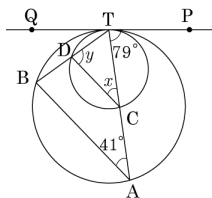
$\angle P = 54^\circ$

$\angle BTP = \angle TAB = 54^\circ$

$\angle ABT = 108^\circ$

$\angle ATB = 180^\circ - 54^\circ - 108^\circ = 18^\circ$

23. 다음 그림에서 직선 PQ는 두 원의 접선이다. $\angle PTA = 79^\circ$, $\angle CAB = 41^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하면?

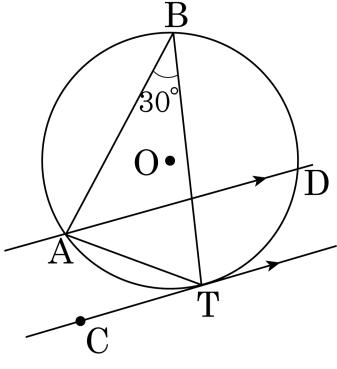


- ① 100° ② 105° ③ 110° ④ 115° ⑤ 120°

해설

$$\begin{aligned} \angle y &= \angle PTC = 79^\circ \\ \angle QTB &= \angle BAT = 41^\circ \\ \angle x &= \angle QTD = 41^\circ \\ \therefore \angle x + \angle y &= 41^\circ + 79^\circ = 120^\circ \end{aligned}$$

24. 다음 그림에서 원 O의 현 AD와 접선 CT는 평행하고 $\angle ABT = 30^\circ$ 일 때, $\angle TAD$ 의 크기를 구하여라.



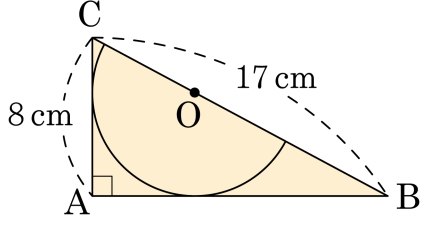
▶ 답 : $^\circ$

▷ 정답 : 30°

해설

$\angle ATC = \angle ABT = 30^\circ$
 $\overline{AD} \parallel \overline{CT}$ 이므로
 $\angle ATC = \angle TAD = 30^\circ$ (엇각)

25. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 17\text{cm}$, $\overline{CA} = 8\text{cm}$ 이다. 이 삼각형에서 빗변 BC 위에 지름이 있는 반원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.(단, $\overline{AB}$, $\overline{CA}$ 는 반원 O 의 접선이다.)



- ① $\frac{13}{2}\text{cm}$ ② $\frac{60}{13}\text{cm}$ ③ $\frac{60}{23}\text{cm}$
 ④ $\frac{120}{23}\text{cm}$ ⑤ $\frac{120}{13}\text{cm}$

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15(\text{cm})$$

반원의 반지름을 $r\text{cm}$ 이라 하면

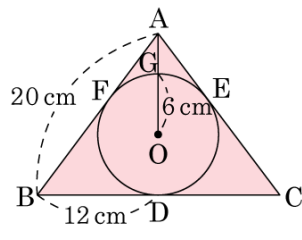
$$\begin{aligned} \triangle ABC &= 15 \times 8 \times \frac{1}{2} \\ &= 60 = \triangle AOB + \triangle AOC \\ &= 15 \times r \times \frac{1}{2} + 8 \times r \times \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$23r = 120$$

$$\therefore r = \frac{120}{23}(\text{cm})$$

26. 다음 그림에서 원 O는 반지름의 길이가 6cm 인 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, $\overline{AB} = 20\text{cm}$, $\overline{BD} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{AG}$ 의 길이는? (단, 점 D, E, F는 접점)

- ① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm
 ④ 6 cm ⑤ 7 cm

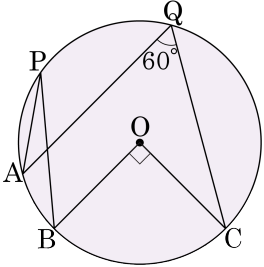


해설

$\overline{BF} = \overline{BD} = 12\text{ cm}$ 이므로 $\overline{AF} = 8\text{ cm}$, $\overline{OF} = 6\text{ cm}$
 $\triangle AOF$ 에서 $\overline{AO} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10\text{ cm}$
 $\therefore \overline{AG} = 10 - 6 = 4\text{ cm}$

27. 다음 그림의 $\angle BOC = 90^\circ$, $\angle AQC = 60^\circ$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기는?

- ① 15° ② 20° ③ 25°
④ 30° ⑤ 35°



해설

중심 O 와 A 를 이으면 $\widehat{AC}$ 의 원주각이 60° 이므로 중심각 $\angle AOC = 120^\circ$ 이다.

$\angle AOB = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$

$\widehat{AB}$ 의 중심각 $\angle AOB = 30^\circ$

$\widehat{AB}$ 의 원주각 $\angle APB = 15^\circ$

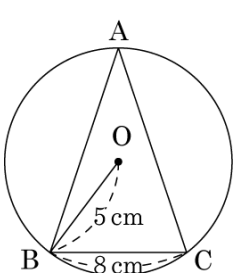
28. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} = 8\text{ cm}$ 인 예각삼각형 ABC 에 외접하는 원 O 의 반지름의 길이가 5 cm 일 때, $\sin A$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

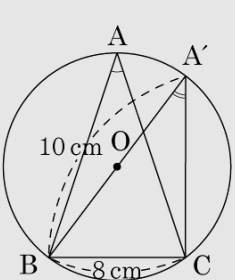
③ $\frac{4}{5}$
- ④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{5}{8}$



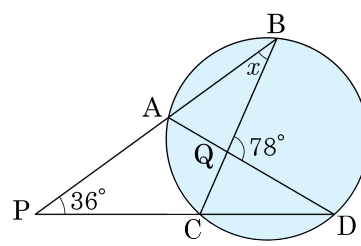
해설

다음 그림에서 $\overline{BO}$ 를 연장하여 원과 만나는 교점을 A' 이라 하면 $\angle A = \angle A'$
 $\triangle A'BC$ 는 $\angle BCA' = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로 $\sin A = \sin A' = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$



29. 다음 그림에서 점 P 는 두 현 AB, CD 의 연장선의 교점이고 $\angle APC = 36^\circ$, $\angle BQD = 78^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

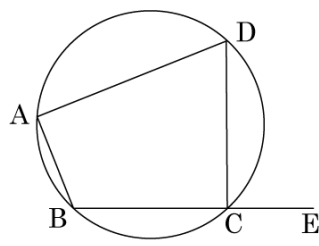
- ① 21° ② 22° ③ 23°
 ④ 24° ⑤ 25°



해설

5.0pt $\widehat{AC}$ 에 대한 원주각이므로
 $\angle ABC = \angle ADC = \angle x$
 $\triangle BPC$ 에서
 $\angle QCD = 36^\circ + \angle x$
 $\triangle QCD$ 에서
 $\angle QCD + \angle QDC = 78^\circ$
 $36^\circ + \angle x + \angle x = 78^\circ$
 $\therefore \angle x = 21^\circ$

30. 다음 그림의 원에서 $5.0\text{pt}\widehat{24.88\text{pt}}_{\text{ADC}}$ 의 길이는 원주의 $\frac{2}{3}$, $5.0\text{pt}\widehat{24.88\text{pt}}_{\text{BCD}}$ 의 길이는 원주의 $\frac{2}{5}$ 일 때, $\angle\text{ADC} + \angle\text{DCE}$ 의 크기의 합을 구하여라.



▶ 답: 1

▷ 정답 : 132°

해설

$$\angle ABC = 180^\circ \times \frac{2}{3} = 120^\circ$$

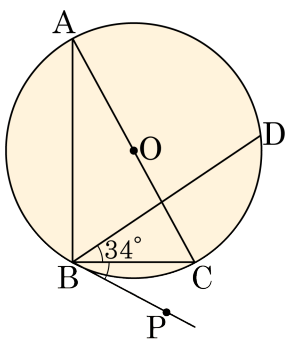
$$\angle BAD = 180^\circ \times \frac{2}{5} = 72^\circ$$

$$\therefore \angle ADC = 60^\circ$$

$$\angle DCE = 72^\circ$$

$$\angle ADC + \angle DCE = 60^\circ + 72^\circ = 132^\circ$$

31. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overrightarrow{BP}$ 는 원 O 의 접선이다.
 $\overline{BD} = \overline{AB}$ 이고, $\angle DBC = 34^\circ$ 일 때, $\angle CBP$ 의 크기를 구하여라.

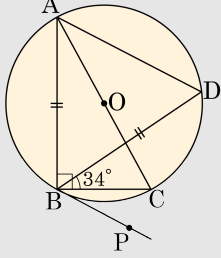


▶ 답 :

°

▷ 정답 : 28 °

해설

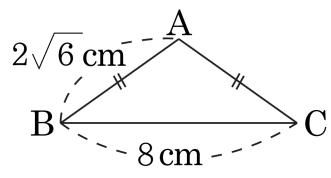


$$\angle ABD = 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ$$

$$\angle BAD = \angle BDA = \frac{1}{2}(180^\circ - 56^\circ) = 62^\circ$$

$$\angle CBP = \angle DBP - 34^\circ = \angle BAD - 34^\circ = 28^\circ$$

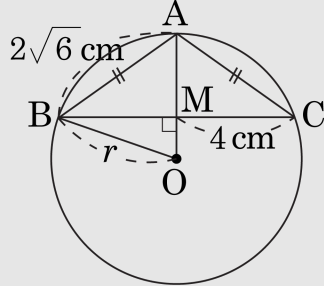
- 32.** 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = 2\sqrt{6}\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▷ 정답 : $3\sqrt{2}\text{cm}$

해설

외접원의 반지름을 r 이라 하자. 원의 중심 O 에서 현 CB 에 내린 수선의 발을 M 이라 하면 그 연장선은 점 A 와 만난다.



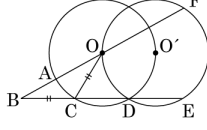
$$\overline{\text{MA}}^2 = (2\sqrt{6})^2 - 4^2 = 8$$

$$\therefore \overline{MA} = 2\sqrt{2} \text{ (cm)}, \overline{OM} = r - 2\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$r^2 - 4^2 = (r - 2\sqrt{2})^2, \quad 4\sqrt{2}r = 24$$

$$\therefore r = 3\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

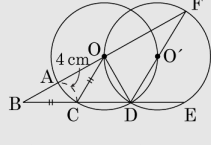
33. 다음 그림과 같이 크기가 같은 두 원 O, O' 이 서로 중심을 지나고 있다.
 $\overline{BC} = \overline{OC}$ 이고 $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 4\text{ cm}$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{DEF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 24 cm

해설



$\angle AOC = \angle ABC = x$ 라 하면
 $\angle OCD = \angle ODC = 2x$ 이다.
 $\angle FOD$ 는 $\triangle OBD$ 의 외각이므로
 $\angle FOD = 3x$ 이다.

원 O' 에서 $5.0\text{pt}\widehat{DEF}$ 의 중심각 $\angle DO'F = 6x$ 이다.

$5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{DEF} = 1 : 6$
 $\therefore 5.0\text{pt}\widehat{DEF} = 6 \times 4 = 24(\text{ cm})$