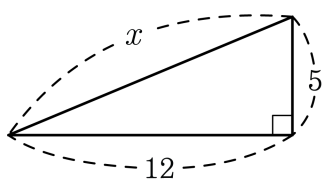
1. 다음 그림에서 x 의 값은?

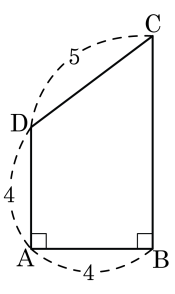


① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

해설

피타고라스 정리에 따라
$5^2 + 12^2 = x^2$
$x^2 = 169$
$x > 0$ 이므로 $x = 13$ 이다.

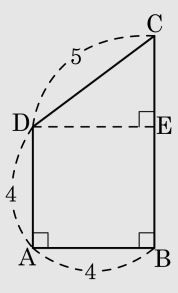
2. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

점 D를 지나면서 $\overline{AB}$에 평행한 보조선을 긋고 $\overline{BC}$와의 교점을 E라고 하자.
△DEC에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{EC} = 3$
따라서 $\overline{BC} = 4 + 3 = 7$이다.



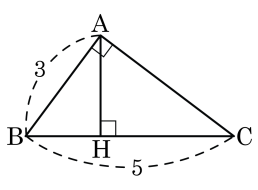
3. 세 변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 둔각삼각형인 것은?

① 3cm, 3cm, 4cm
② 3cm, 4cm, 5cm
③ 4cm, 4cm, 7cm
④ 5cm, 12cm, 13cm
⑤ 6cm, 8cm, 9cm

해설

세 변의 길이가 a , b , c $(a < b < c)$ 일 때, $a^2 + b^2 < c^2$ 일 때 둔각삼각형이므로
③ $7^2 > 4^2 + 4^2$ 이다.

4. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 빗변에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{AH}$ 의 길이는?

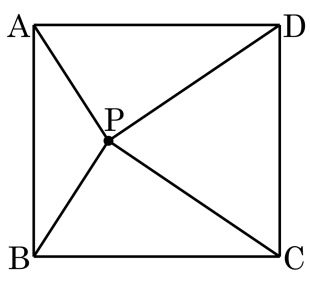


① 1.2 ② 1.6 ③ 2 ④ 2.4 ⑤ 2.8

해설

$\overline{AC} = 4$ 이므로
$\overline{AH} \times 5 = 3 \times 4$
$\therefore \overline{AH} = 2.4$

5. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{PA} = 4, \overline{PC} = 6$ 일 때, $\overline{PB}^2 + \overline{PD}^2$ 의 값을 구하여라.



① 48 ② 50 ③ 52 ④ 54 ⑤ 56

해설

$\overline{PB^2} + \overline{PD^2} = 4^2 + 6^2 = 52$ 이다.

6. 각 변의 길이가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

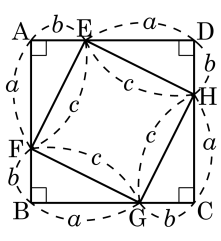
㉠ $a^2-b^2=x^2-y^2$	㉡ $a\times y=x\times b$
㉢ $a-c+b=x-y$	㉣ $a^2+y^2=x^2+b^2$

① ㉠,㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡,㉢ ④ ㉡,㉣ ⑤ ㉢,㉣

해설

㉠ 피타고라스 정리에 따라 $a^2=b^2+c^2$, $c^2=a^2-b^2$ 이고 $x^2=c^2+y^2$, $c^2=x^2-y^2$ 이므로 $a^2-b^2=x^2-y^2$ 이다.
㉣
㉠에서 $c^2-b^2=x^2-y^2$ 에서 이항하면 $a^2+y^2=x^2+b^2$ 이다.
따라서 옳은 것은 ㉠,㉣이다.

7. 다음 그림은 한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle EHG = 90°$

② □EFGH 는 정사각형이다.

③ □ABCD 와 □EFGH 의 넓이의 비는 $a+b : c$ 이다.

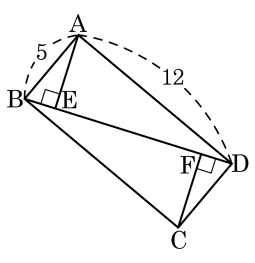
④ $\triangle BGF \equiv \triangle CHG$

⑤ $\angle FEA + \angle GHC = 90°$

해설

□ABCD 와 □EFGH 는 정사각형이므로 넓이의 비는 한 변의 비의 제곱과 비례한다.
따라서 $(a+b)^2 : c^2$ 이다.

8. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 A 와 점 C 가 대각선 BD에 이르는 거리의 합을 구하면?



① $\frac{118}{13}$ ② $\frac{119}{13}$ ③ $\frac{120}{13}$ ④ $\frac{121}{13}$ ⑤ $\frac{122}{13}$

해설

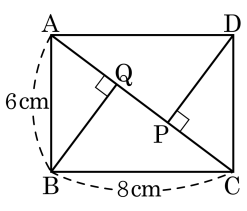
$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD} = 13$

$5 \times 12 = 13 \times \overline{AE}$, $\overline{AE} = \frac{60}{13}$

따라서 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AE} + \overline{CF} = \frac{60}{13} + \frac{60}{13} = \frac{120}{13}$ 이다.

9. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 B, D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 Q, P 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



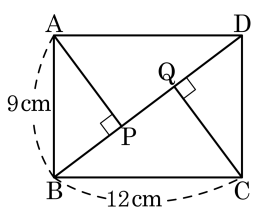
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2.8 cm

해설

△ABC 는 직각삼각형이므로
$\overline{AC} = 10(\text{cm})$ 이다.
$\overline{AQ} = \overline{PC}$ 이고 △ABQ와 △ABC는 닮음이므로
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AQ} : \overline{AB}$ 에서
$\overline{AB}^2 = \overline{AQ} \times \overline{AC}$ 이므로
$\overline{AQ} = \frac{36}{10} = 3.6(\text{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{PQ} = 10 - 3.6 - 3.6 = 2.8(\text{cm})$ 이다.

10. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 A , C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{AP}+\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



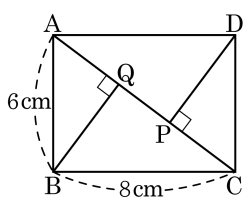
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16.8 cm

해설

△ABD 에서 $\overline{BD}=15(\text{cm})$ 이다.
$\overline{AP}\times\overline{BD}=\overline{AB}\times\overline{AD}$ 이므로,
$\overline{AP}=7.2(\text{cm})$ 이다.
△ADP 와 △ABD 는 닮음이므로
$\overline{PD}:\overline{AD}=\overline{AD}:\overline{BD}$ 에서
$\overline{AD}^2=\overline{PD}\times\overline{BD}$ 이므로 $\overline{PD}=9.6(\text{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{AP}+\overline{PD}=7.2+9.6=16.8(\text{cm})$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 두 꼭짓점 B, D 에서 수선을 내렸을 때, △ABQ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 8.64 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

△ABQ 의 넓이를 구하기 위해서 $\overline{AQ}$, $\overline{BQ}$ 의 길이를 각각 구하면,

△ABC 가 직각삼각형이므로 $\overline{AC} = 10(\text{cm})$ 이다.

△ABQ 와 △ABC 는 닮음이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AQ} : \overline{AB}$ 에서

$\overline{AB}^2 = \overline{AQ} \times \overline{AC}$ 이므로

$\overline{AQ} = \dfrac{36}{10} = 3.6(\text{cm})$

$\overline{BQ} \times \overline{AC} = \overline{AB} \times \overline{BC}$

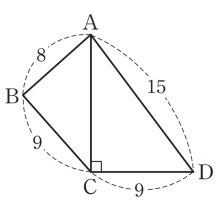
$\overline{BQ} = \dfrac{48}{10} = 4.8(\text{cm})$

따라서 △ABQ 의 넓이는

$\dfrac{1}{2} \times 4.8 \times 3.6 = 8.64(\text{cm}^2)$ 이다.

12.

오른쪽 그림에서 $\overline{AB}=8$, $\overline{AD}=15$, $\overline{BC}=9$, $\overline{CD}=9$이고 $\angle C=90^\circ$일 때, $\triangle ABC$는 어떤 삼각형인가?



① 이등변삼각형
② 정삼각형
③ 예각삼각형
④ 둔각삼각형
⑤ 직각삼각형

▶ 답:

▷ 정답: ③

해설

$\triangle ACD$에서

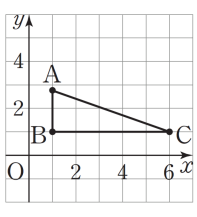
$\overline{AC}^2=15^2-9^2=144 \quad \therefore \ \overline{AC}=12$

$\triangle ABC$에서

$8^2+9^2>12^2$이므로 예각삼각형이다.

13.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 $\triangle ABC$가 있다. 두 점 $A\left(1,\ \frac{19}{7}\right)$, $C(6,\ 1)$ 사이의 거리를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{37}{7}$

해설

점 A의 좌표가 $\left(1,\ \frac{19}{7}\right)$, 점 C의 좌표가 $(6,\ 1)$ 이므로 점 B의 좌표는 $(1,\ 1)$이다.

따라서 $\overline{AB}=\frac{12}{7}$, $\overline{BC}=5$이므로

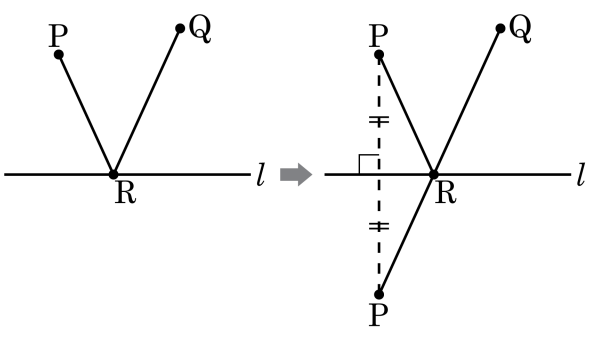
$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}^2=\left(\frac{12}{7}\right)^2+5^2=\frac{1369}{49}$

$\therefore\ \overline{AC}=\frac{37}{7}$

따라서 두 점 A, C 사이의 거리는 $\frac{37}{7}$이다.

14. 다음 그림과 같이 점 P, Q가 있을 때, $\overline{PR}+\overline{RQ}$의 값이 최소가 되도록 직선 l위에 점 R를 잡는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것은?

직선 □에 대한 점 P의 대칭점 P′ 을 잡고 선분 □가 직선 l과 만나는 점을 □로 잡는다.



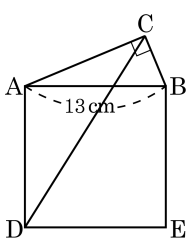
① l, PQ, Q ② l, PQ, R ③ l, P′Q, R

④ Q, PQ, Q ⑤ Q, P′Q, R

해설

l에 대한 점 P의 대칭점 P′을 잡고 선분 P′Q가 직선 l과 만나는 점을 R로 잡는다.

15. 다음 그림은 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 13\,\text{cm}$, $\triangle ACD = 72\,\text{cm}^2$ 일 때, $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는?



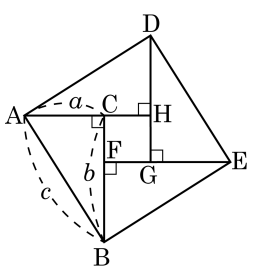
① $21\,\text{cm}^2$ ② $22\,\text{cm}^2$ ③ $25\,\text{cm}^2$

④ $30\,\text{cm}^2$ ⑤ $40\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ACD$ 는 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 가지는 정사각형의 넓이는 $144\,\text{cm}^2$ 이다.
또, $\square ADEB = 13^2 = 169\ (\text{cm}^2)$ 이므로 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는
$169 - 144 = 25\ (\text{cm}^2)$ 이다.

16. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 붙여 정사각형 ABED를 만든 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABC \equiv \triangle EDG$

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{CF}$

③ $\overline{FG} = b - a$

④ $\square ABED = \square CFGH + \triangle AHD + \triangle ABC + \triangle EFB + \triangle GDE$

⑤ $\square CFGH$는 정사각형

해설

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{BF}$, $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF}$

17. 빗변의 길이가 m^2+n^2 이고, 다른 한 변의 길이가 m^2-n^2 인 직각삼각형의 나머지 한 변의 길이는? (단, $m>0$, $n>0$)

① $m+n$ ② $2m+n$ ③ $m+2n$

④ $2(m+n)$ ⑤ $2mn$

해설

나머지 한 변의 길이를 X 라 하면

$(m^2+n^2)^2=(m^2-n^2)^2+X^2$

$m^4+2m^2n^2+n^4=m^4-2m^2n^2+n^4+X^2$

$X^2=4m^2n^2=(2mn)^2$

$X>0$, $m>0$, $n>0$ 이므로 $X=2mn$ 이다.

18. 세 변의 길이가 $a+4, 2a+3, 3a+5$ 인 삼각형 ABC 가 $\angle A > 90°$ 인 둔각삼각형일 때, a 의 최소 정수의 값을 구하여라. (단, $a > 0$ 이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$a+4, 2a+3, 3a+5$ 에서 가장 긴 변은 $3a+5$ 이고, 둔각삼각형이므로

$(3a+5)^2 > (2a+3)^2 + (a+4)^2,\ 4a^2 + 10a > 0,\ 2a^2 + 5a > 0$ 이다.

$a > 0$ 이므로 $2a+5 > 0,\ a > -\frac{5}{2}$ 이다. 따라서 최소 정수는 1 이다.

19. 세 변의 길이가 각각 $a+4, a, a-4$ 로 나타내어지는 삼각형이 직각삼각형이 되기 위한 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

변의 길이이므로 $a-4>0, a>4 \cdots$ ㉠
삼각형이 될 조건에 의해
$a+4<a+(a-4), 8<a \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 $a>8$
세 변 중 가장 긴 변이 $a+4$ 이므로
$(a+4)^2=a^2+(a-4)^2$
$a^2-16a=0$
$a(a-16)=0$
$\therefore a=16 \ (\because \ a>8)$

20. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 이고, $\overline{AB} = 7, \overline{CD} = 4$ 일 때, $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 65

해설

$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2$

$= \left(\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2\right) + \left(\overline{OC}^2 + \overline{OD}^2\right)$

$= \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$

$= 7^2 + 4^2$

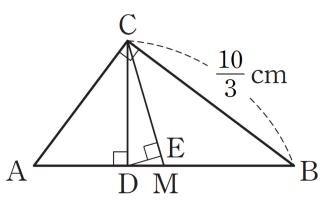
$= 65$

21.

오른쪽 그림과 같이

$\angle C = 90^\circ$이고

$\overline{BC} = \frac{10}{3}$ cm인 직각삼각형



ABC에서 $\overline{AB}$의 중점을

M, 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 D라 하자. △ABC의 넓이가 $\frac{25}{6}$ cm^2이고

$\overline{AD} : \overline{BD} = 9 : 16$일 때, $\overline{CE}$의 길이를 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{48}{25}$

해설

△ABC의 넓이가 $\frac{25}{6}$ cm^2이므로

$\frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \frac{10}{3} = \frac{25}{6}$ ∴ $\overline{AC} = \frac{5}{2}$ (cm)

△ABC에서

$\overline{AB}^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{10}{3}\right)^2 = \frac{625}{36}$

∴ $\overline{AB} = \frac{25}{6}$ (cm)

이때 점 M이 △ABC의 외심이므로

$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times \frac{25}{6} = \frac{25}{12}$ (cm)

$\overline{AD} : \overline{BD} = 9 : 16$이므로

$\overline{AD} = \frac{9}{25}\overline{AB} = \frac{9}{25} \times \frac{25}{6} = \frac{3}{2}$ (cm)

∴ $\overline{DM} = \overline{AM} - \overline{AD} = \frac{25}{12} - \frac{3}{2} = \frac{7}{12}$ (cm)

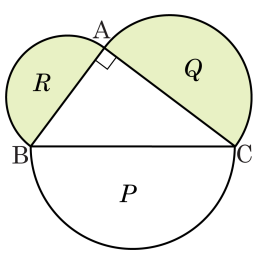
$\overline{AC} \times \overline{BC} = \overline{AB} \times \overline{CD}$이므로

$\frac{5}{2} \times \frac{10}{3} = \frac{25}{6} \times \overline{CD}$ ∴ $\overline{CD} = 2$ (cm)

△CDM에서 $\overline{CD}^2 = \overline{CE} \times \overline{CM}$이므로

$2^2 = \overline{CE} \times \frac{25}{12}$ ∴ $\overline{CE} = \frac{48}{25}$ (cm)

22. 다음 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 각 변을 지름으로 하는 세 반원의 넓이를 각각 P, Q, R 이라 하자. $\overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 4$ 일 때, $R : Q$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1 : 15

해설

$\overline{AB} = k$, $\overline{BC} = 4k$ 라 하고 반원의 넓이를 구하면

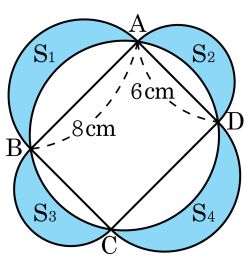
$R = \frac{\pi}{8}k^2$

$P = 2\pi k^2$

$Q = P - R = 2\pi k^2 - \frac{\pi}{8}k^2 = \frac{15}{8}\pi k^2$ 이므로

$\therefore R : Q = 1 : 15$

23. 다음 그림은 직사각형 ABCD의 각 변을 지름으로 하는 반원과 ABCD의 대각선을 지름으로 원을 그린 것이다. $S_1+S_2+S_3+S_4$의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답: $48\underline{\text{cm}^2}$

해설

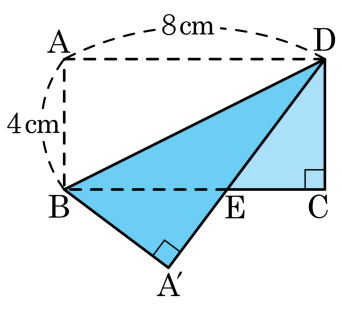
직사각형 ABCD에 대각선 $\overline{BD}$를 그으면 히포크라테스의 원이 2개가 나온다.

S_1+S_2는 $\triangle ABD$의 넓이와 같고, S_3+S_4는 $\triangle BCD$의 넓이와 같다.

그러므로 $S_1+S_2+S_3+S_4$의 넓이는 직사각형 ABCD의 넓이와 같다.

$8\times 6=48(\text{cm}^2)$

24. 가로의 길이가 8 cm , 세로의 길이가4 cm 인 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접었을 때,$\overline{EC}$ 의 길이를 구하여라.



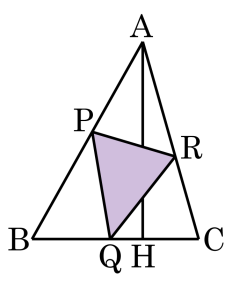
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

△DCE 와 △BA′E 에서
∠DCE = ∠BA′E = 90°
∠BEA′ = ∠DEC(맞꼭지각)
$\overline{BA'} = \overline{DC}$ 이므로
△DCE ≡ △BA′E
따라서 $\overline{EC} = x$(cm) 일 때,
$\overline{A'E} = x$ cm ,$\overline{BE} = 8 - x$(cm)
$(8-x)^2 = x^2 + 4^2$
따라서 $x = 3$ cm 이다.

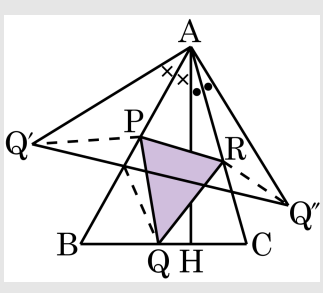
25. 다음과 같이 $\angle A = 45°$ 인 예각삼각형 ABC 의 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{AH} = 8$ 이다. 삼각형 ABC 에 내접하는 삼각형 PQR 의 둘레의 길이가 최소일 때, $\angle AQB$ 의 값을 구하여라.



▶ 답: ____°

▷ 정답: 90°

해설



위의 그림과 같이 점 Q 의 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 대한 대칭점을 각각 Q′, Q″ 라 하면
$\overline{PQ} = \overline{PQ'}$, $\overline{RQ} = \overline{RQ''}$
$\angle Q'AQ'' = 2(\bullet + \times) = 90°$ 이고,
$\triangle PQR$ 의 둘레의 길이는
$\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RP} = \overline{PQ'} + \overline{Q''R} + \overline{RP} \geq \overline{Q'Q''}$
그런데 $\overline{AQ'} = \overline{AQ''} = \overline{AQ}$ 이므로 $\overline{AQ}$ 가 최소일 때, 즉 $\overline{AQ}$ 가 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선일 때, $\overline{Q'Q''}$ 가 최소가 된다.
따라서 $\angle AQB = \angle AHB = 90°$ 이다.