

1. 16의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 5 개

해설

16의 약수는 1, 2, 4, 8, 16이다.
따라서 5개이다.

2. 다음은 재중이와 사랑이의 대화이다. 안에 알맞은 것을 보기에서 찾아 차례대로 써넣어라.

보기

공약수, 최대공약수, 5, 6

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!

사랑 : 무엇을 구했는데?

재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.

사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?

재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.

사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.

재중 : 그럼, 의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!

사랑 : 맞아!

재중 : 공약수의 개수는 개구나.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최대공약수

▷ 정답 : 6

해설

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!

사랑 : 무엇을 구했는데?

재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.

사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?

재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.

사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.

재중 : 그럼, (= 최대공약수)의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!

사랑 : 맞아!

재중 : 공약수의 개수는 (= 6) 개구나.

45를 소인수분해하면 $45 = 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)이다.

3. 다음 수들의 최대공약수와 최소공배수를 차례로 써라.

$$2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$2 \times 3 \times 3 \times 7$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 1260

해설

최대공약수 : $2 \times 3 = 6$

최소공배수 : $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 1260$

4. 6의 배수이면서 동시에 9의 배수가 되는 수는 k 의 배수라고 할 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

6과 9의 최소공배수는 $2 \times 3^2 = 18$ 이다.

5. 6 으로 나누거나 8 로 나누어도 3 이 남는 수 중에서 가장 작은 수는?

① 23

② 24

③ 25

④ 26

⑤ 27

해설

6, 8 의 최소공배수는 24 이므로 구하는 자연수는 $24 + 3 = 27$ 이다.

6. 다음 보기 중 소수인 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

11 22 51 53 79 149

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

소수인 것은 11, 53, 79, 149 이다. 따라서 4 개이다.

7. 220의 소인수의 합을 구하면?

① 2

② 4

③ 8

④ 18

⑤ 32

해설

220을 소인수분해하면 $220 = 2^2 \times 5 \times 11$
소인수는 2, 5, 11이다.

$$2 + 5 + 11 = 18$$

8. $3^2 \times 5 \times 7$ 에 자연수 a 를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다. a 의 최솟값은?

① 5

② 7

③ 15

④ 21

⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면 $3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 $5 \times 7 = 35$ 이다.

9. $\frac{140}{x} = y^2$ 을 만족할 때, $x + y$ 의 최솟값을 구하여라. (단, x, y 는 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$$\frac{140}{x} = y^2 \text{ 에서}$$

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7$$

$$x = 5 \times 7$$

$$2^2 = y^2$$

$$2 = y$$

$$\therefore x + y = 35 + 2 = 37$$

10. 다음에서 $2^4 \times 3^2$ 의 약수가 아닌 것은?

① 2^4

② $2^2 \times 3^2$

③ 2×3^2

④ 3^3

⑤ 1

해설

2^4 의 약수는 1, 2, 2^2 , 2^3 , 2^4 이고

3^2 의 약수는 1, 3, 3^2 이므로

$2^4 \times 3^2$ 의 약수는 다음과 같다.

$\times$	1	2	2^2	2^3	2^4
1	1	1×2	1×2^2	1×2^3	1×2^4
3	3	3×2	3×2^2	3×2^3	3×2^4
3^2	3^2	$3^2 \times 2$	$3^2 \times 2^2$	$3^2 \times 2^3$	$3^2 \times 2^4$

11. 자연수 $3^4 \times A$ 의 약수의 개수가 10 개일 때, 가장 작은 두 자리 자연수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$10 = 10 \times 1 = 5 \times 2$$

(1) $10 = 10 \times 1 = (9 + 1)$ 일 때,

$$3^4 \times A = 3^9 \quad \therefore A = 3^5$$

그러나 $3^5 = 243$ 은 두 자리 수가 아니다.

(2) $10 = 5 \times 2 = (4 + 1) \times (1 + 1)$ 일 때,

$$3^4 \times A = 3^4 \times (3 \text{이 아닌 소수})$$

$$\therefore A = 2, 5, 7, 11, 13, \dots$$

따라서 가장 작은 두 자리 자연수 A 는 11이다.

12. 다음 중 두 수의 최대공약수가 1 이 아닌 것은?

① 8, 11

② 15, 16

③ 19, 27

④ 13, 52

⑤ 28, 45

해설

④ 주어진 두 수의 최대공약수는 13 이다.

13. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 9 는 35 의 약수이다.
- ㉡ 1 은 모든 자연수의 배수이다.
- ㉢ 6 은 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
- ㉣ 392 는 4 의 배수이다.
- ㉤ 36 의 약수의 개수는 8 개이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉢, ㉣

해설

- ㉢. 모든 자연수는 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
- ㉣. 392 는 4 의 배수이다.

14. 다음 중 소인수분해한 것으로 옳은 것은?

① $28 = 2^2 \times 7^2$

② $140 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $80 = 2^3 \times 10$

④ $63 = 3^2 \times 7$

⑤ $200 = 4 \times 10^2$

해설

① $2^2 \times 7$

② $2^2 \times 5 \times 7$

③ $2^4 \times 5$

⑤ $2^3 \times 5^2$

15. x 는 $2^5 \times 7^3$ 의 약수 중에서 a^2 의 형태로 나타낼 수 있는 수일 때, x 값의 개수는? (단, a 는 자연수)

① 2 개

② 4 개

③ 6 개

④ 8 개

⑤ 10 개

해설

$2^5 \times 7^3$ 의 약수 중 (자연수)²이 되는 수는

$1, 2^2, (2^2)^2, 7^2, (2 \times 7)^2, (2^2 \times 7)^2$

$\therefore$ 6개이다.

16. 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$, $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 의 최대공약수가 280 일 때,
 $a + b + c$ 의 값은?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

최대공약수가 $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이고

$2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 2 의 지수가 4이므로

$2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.

같은 방식으로

$2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 5 의 지수가 2 이므로

$2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 5 의 지수가 1 이어야 한다.

또한,

$2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 7 의 지수가 5 이므로

$2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 1이어야 한다.

따라서 $a = 3$, $b = 1$, $c = 1$ 이다.

17. $2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수의 개수는?

① 4

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 12

해설

$2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$
공약수는 최대공약수의 약수이므로,
1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 총 9개이다.

18. $6 \times x$, $8 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 720 이라고 할 때, x 의 값은 얼마인가? (단, x 는 한 자리의 자연수이다.)

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$2 \times 3 \times x$, $2^3 \times x$, $2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는 $2^3 \times 3 \times 5 \times x = 720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이다.

$$\therefore x = 2 \times 3 = 6$$

19. 사과 24 개와 배 36 개를 될 수 있는대로 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 몇 명에게 나누어 줄 수 있는가?

① 10 명

② 11 명

③ 12 명

④ 13 명

⑤ 14 명

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36 \quad 24} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18 \quad 12} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 9 \quad 6} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 2 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 3 = 12$$

20. 현중이는 가로, 세로의 길이가 각각 24cm, 36cm 인 직사각형 모양의 대형 초콜릿을 남는 부분 없이 모두 같은 크기의 정사각형 모양으로 잘라 친구들에게 나누어 주려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형으로 자르려고 할 때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 6 cm

② 8 cm

③ 10 cm

④ 12 cm

⑤ 24 cm

해설

자르려고 하는 정사각형의 모양의 초콜릿은 24 와 36 의 공약수이다.

그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양으로 자른다고 했으므로 한 변의 길이는 24 와 36 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \quad 36} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \quad 18} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 6 \quad 9} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 3 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 3 = 12(\text{cm})$$

21. 검은 펜 70 개, 빨간 펜 100 개, 파란 펜 130 개를 지영이네 반 학생들에게 똑같이 나누어주었더니 검은 펜이 6 개, 빨간 펜이 4 개, 파란 펜이 2 개 남았다. 지영이네 반 학생은 30 명 이상이라고 할 때, 지영이네 반 학생 수를 구하여라.

① 30 명

② 32 명

③ 34 명

④ 36 명

⑤ 38 명

해설

70 보다 6 작은 수, 100 보다 4 작은 수, 130 보다 2 작은 수는 어떤 수로 나누어 떨어진다. 그러므로 64, 96, 128 의 공약수 중, 30 이상인 수를 구한다.

$$2 \overline{) 64 \quad 96 \quad 128}$$

$$2 \overline{) 32 \quad 48 \quad 64}$$

$$2 \overline{) 16 \quad 24 \quad 32}$$

$$2 \overline{) 8 \quad 12 \quad 16}$$

$$2 \overline{) 4 \quad 6 \quad 8}$$

$$2 \quad 3 \quad 4$$

$$\text{최대공약수} : 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

최대공약수인 32 의 약수 중 30 보다 큰 수는 32 이다. 따라서 지영이네 반 학생 수는 32 명이다.

22. 우리 반은 교실청소는 여학생 16 명이 4 명씩, 특별구역청소는 남학생 30 명이 6 명씩 번호순으로 1 주일씩 실시하기로 하였다. 남학생은 1 번, 여학생은 21 번부터 동시에 시작하여 1 번과 21 번 두 학생이 다시 동시에 청소를 하게 되는 것은 몇 주 후인지 구하여라.



답 :

주 후



정답 : 20 주 후

해설

여학생은 $16 \div 4 = 4$ (주)마다, 남학생은 $30 \div 6 = 5$ (주)마다 당번이 돌아오므로 4 와 5 의 최소공배수 20 주마다 동시에 청소를 하게 된다.

24. 최대공약수와 최소공배수가 각각 6, 126 인 조건을 만족시키는 두 자연수로 옳은 것끼리 짝지어진 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① 12, 126

② 14, 42

③ 6, 126

④ 18, 42

⑤ 28, 84

해설

두 수를 A, B (단, $A < B$) 라 하면

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) \begin{array}{cc} A & B \\ a & b \end{array}} \end{array}$$

$$\text{최소공배수 } 126 = 6 \times 21 = 6 \times a \times b$$

$$a \times b = 21 \quad (a < b, a, b \text{ 는 서로소})$$

$$\therefore (a, b) = (1, 21), (3, 7)$$

$$\text{따라서 } A = 6, B = 126 \text{ 또는 } A = 18, b = 42$$

25. 두 자연수의 곱이 540 이고 최대공약수가 6 일 때, 최소공배수는?

① 40

② 50

③ 60

④ 80

⑤ 90

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로

$$540 = 6 \times (\text{최소공배수})$$

따라서 최소공배수는 90 이다.