1. 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt[3]{-8}+\sqrt{(-2)^2}+\sqrt{-8}\sqrt{-2}+\frac{\sqrt{-16}}{\sqrt{-4}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-2}}+\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{2}}$$

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

(주어진 식)

$= \sqrt[3]{(-2)^3}+\sqrt{4}+\sqrt{8}i\cdot\sqrt{2}i$

$\quad +\frac{\sqrt{16}i}{\sqrt{4}i}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}i}+\frac{\sqrt{3}i}{\sqrt{2}}$

$= -2+2+\sqrt{8\cdot 2}i^2+\sqrt{\frac{16}{4}}-\frac{\sqrt{6}}{2}i+\frac{\sqrt{6}}{2}i$

$= -2+2-4+2$

$= -2$

※ 참고

$\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$가 항상 성립하는 a, b의 부호를 생각해 보자.

$\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$ 이므로

$\sqrt{-2}\sqrt{-3}=\sqrt{(-2)(-3)}=\sqrt{6}$이 된다고 계산할 수도 있다.

그러나 조심해야 할 것은 공식에서 주어지는 조건들이다.

즉, $a<0$, $b<0$일 때를 제외한 경우에만 $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$가 성립한다.

마찬가지로 $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{-5}}=\sqrt{-\frac{10}{5}}=\sqrt{-2}=\sqrt{2}i$라고 함부로 계산해서는 안 된다.

왜냐하면 $a>0$, $b<0$일 때를 제외한 경우에만 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$가 성립하기 때문이다.

2. 두 실수 x, y에 대하여 등식 $(1+i)(x-yi)=3+i$가 성립 할 때, $2x+y$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① -1 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 7

해설

$(x+y)+(x-y)i=3+i$

$\therefore\ x+y=3,\ x-y=1$

$\therefore\ x=2,\ y=1$

$\therefore\ 2x+y=5$

3. $(4+3i)^2-(4-3i)^2$ 의 값은?

① 0　　② 24　　③ 48　　④ $24i$　　⑤ $48i$

해설

$(4+3i)^2-(4-3i)^2$
$=16+24i-9-(16-24i-9)$
$=48i$

4. 실수 x, y 에 대하여 복소수 $z = x + yi$ 가 $z\bar{z} = 4$ 를 만족할 때, $x^2 + y^2$ 의 값은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$z = x + yi$ 에서 $\bar{z} = x - yi$ 이므로
$z \cdot \bar{z} = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2$
주어진 조건에서 $z \cdot \bar{z} = 4$ 이므로
$x^2 + y^2 = 4$

5. $z = 1 + i$ 일 때, $\dfrac{z\bar{z}}{z - \bar{z}}$ 의 값은?(단, $i = \sqrt{-1}$, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)

① $1 + i$ ② $1 - i$ ③ 1 ④ i ⑤ $-i$

해설

$z = 1 + i$ 이면 $\bar{z} = 1 - i$ 이다.

$\therefore \quad \dfrac{z\bar{z}}{z - \bar{z}} = \dfrac{(1+i)(1-i)}{(1+i)-(1-i)} = \dfrac{2}{2i} = -i$

6. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + 2i$ 일 때 실수 a, b 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

계수가 실수이므로 한 근이 $1 + 2i$ 이면 다른 한 근은 $1 - 2i$ 이다.
(두 근의 합) $= (1 + 2i) + (1 - 2i) = -a$ ······㉠
(두 근의 곱) $= (1 + 2i)(1 - 2i) = b$ ······㉡
$\therefore$ ㉠, ㉡에서
$a = -2,\ b = 5$ 이다.

7. $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a-2}} = -\sqrt{\dfrac{a}{a-2}}$ 를 만족하는 실수 a 에 대하여 $|a-2|+|a|$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \ (a < 0, b \geq 0)$$

$\therefore a \geq 0,\ a-2 < 0 \Rightarrow 0 \leq a < 2$

$\therefore |a-2|+|a| = -(a-2)+a = 2$

8. 이차식 $x^2 - xy - 6y^2 + ay - 1$ 이 두 일차식의 곱으로 나타내어질 때, 양수 a 의 값은?

① 1　　② 3　　③ 5　　④ 10　　⑤ 12

해설

$x^2 - xy - 6y^2 + ay - 1 = 0$ 에서 근의 공식을 이용하면

$$x = \frac{y \pm \sqrt{y^2 - 4(-6y^2 + ay - 1)}}{2}$$

$$= \frac{y \pm \sqrt{25y^2 - 4ay + 4}}{2}$$

일차식의 곱으로 인수분해가 되려면 $\sqrt{}$ 안에 있는

$25y^2 - 4ay + 4$ 가 완전제곱식이 되어야 한다.

즉, $25y^2 - 4ay + 4 = (5y \pm 2)^2$

$\therefore -4a = \pm 20$,

$a = \pm 5$

$\therefore$ 양수 a 는 5

9. x에 대한 이차방정식 $3x^2-(2k+5)x+3=0$의 두 근 중 한 근을 α라 할 때, $\alpha+\dfrac{1}{\alpha}=k^2$이 성립한다. 이때, 양수 k의 값을 구하면?

① 2 ② $\dfrac{5}{3}$ ③ 1 ④ $\dfrac{4}{3}$ ⑤ 3

해설

두 근의 곱이 1이므로 한 근이 a이면

다른 한 근은 $\dfrac{1}{a}$이다.

$\therefore\ a+\dfrac{1}{a}=k^2=\dfrac{2k+5}{3}$

$\therefore\ 3k^2-2k-5=0$

$k=\dfrac{5}{3}$ 또는 -1

$\therefore$ 양수 $k=\dfrac{5}{3}$