

1. 다음 등식을 만족하는 실수 $x + y$ 의 값을 구하시오.

$$3x + 3 + (2y - 9)i = 9 + 5i$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

복소수가 서로 같을 조건에서

$$3x + 3 = 9, 2y - 9 = 5$$

이것을 연립하여 풀면 $x = 2, y = 7$

2. $x = 1 + \sqrt{2}i, y = 1 - \sqrt{2}i$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하면?

① -1

② 1

③ -2

④ 2

⑤ -3

해설

$$x^2 = (1 + \sqrt{2}i)^2 = 1 + 2\sqrt{2}i - 2 = -1 + 2\sqrt{2}i$$

$$y^2 = (1 - \sqrt{2}i)^2 = 1 - 2\sqrt{2}i - 2 = -1 - 2\sqrt{2}i$$

$$\therefore x^2 + y^2 = -2$$

해설

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 2^2 - 2 \times 3 = -2$$

3. 복소수 $z = a + bi$ 일 때, z 의 켤레 복소수 $\bar{z} = a - bi$ 로 나타낸다. 다음 중 옳지 않은 것은? (단, a, b 는 실수)

① $\overline{2+i} = 2-i$

② $\overline{-2 - \sqrt{3}i} = -2 + \sqrt{3}i$

③ $\overline{i-1} = i+1$

④ $\bar{0} = 0$

⑤ $\overline{-2} = -2$

해설

켤레복소수는 허수부분의 부호를 바꾼다.

③ $i-1$ 의 허수부분은 i 이므로 $\overline{i-1} = -i-1$ 이다.

실수의 켤레복소수는 자기 자신이므로 ④, ⑤는 옳다.

4. 이차방정식 $x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 의 한 근이 1일 때 다른 한 근은?
(단, m 은 상수)

① 3

② 2

③ 0

④ -1

⑤ -3

해설

$x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$$1 - m + 2m + 1 = 0 \quad \therefore m = -2$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0, \quad (x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -3, 1$$

따라서, 다른 근은 -3

5. 이차방정식 $x^2 - 3x - (k - 1) = 0$ 이 실근을 갖게 하는 실수 k 의 값으로 옳지 않은 것은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x^2 - 3x - (k - 1) = 0$ 이 실근을 가지므로

$$D = (-3)^2 + 4 \cdot 1 \cdot (k - 1) \geq 0$$

$$9 + 4k - 4 \geq 0, 4k \geq -5$$

$$\therefore k \geq -\frac{5}{4}$$

6. 이차식 $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4$ 가 x 에 대하여 완전제곱식이 될 때, 상수 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차식이 완전제곱식이 되면

$$\text{이차방정식 } x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4 = 0$$

이 중근을 갖는다.

$$\text{따라서, } \frac{D}{4} = (k-1)^2 - (2k^2 - 6k + 4) = 0$$

위의 식을 정리하면

$$-k^2 + 4k - 3 = 0$$

$$k^2 - 4k + 3 = 0$$

$$(k-1)(k-3) = 0 \text{에서}$$

$$k = 1 \text{ 또는 } k = 3$$

7. 이차방정식 $x^2 + 7x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $(\alpha^2 + \beta^2) + 5(\alpha + \beta)$ 의 값을 구여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

이차방정식 $x^2 + 7x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로,
근과 계수와의 관계에 의해서

$$\alpha + \beta = -7, \alpha\beta = 1$$

$$(\alpha^2 + \beta^2) = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-7)^2 - 2 \cdot 1 = 47$$

$$\therefore 47 + 5 \cdot (-7) = 47 - 35 = 12$$

8. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 상수 k 의 값은?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1 이므로 $x = -1$ 을 대입하면

$$(-1)^3 + 3(-1)^2 - k(-1) - 5 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

9. $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $\omega^3 + \bar{\omega}^3$ 의 값을 구하면? (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켤레복소수이다.)

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{를 } \omega \text{라 하면}$$

$$\bar{\omega} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore \omega^3 = 1, \bar{\omega}^3 = 1, \omega^3 + \bar{\omega}^3 = 2$$

10. n 이 홀수일 때, $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2n+1} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{4n+1}$ 을 간단히 하면?



① $-2i$

② $-i$

③ $2i$

④ i

⑤ 0

해설

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{2i}{2} = i$$

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{-2i}{2} = -i$$

$$i^{2n+1} + (-i)^{4n+1} \quad (n = 2k-1 \text{ 대입})$$

$$i^{2(2k-1)+1} + (-i)^{4(2k-1)+1}$$

$$= i^{4k-1} - i$$

$$= -i - i = -2i$$

11. 다음 중 $(2+3i)z + (2-3i)\bar{z} = 2$ 를 만족하는 복소수 z 의 개수는? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)

① 없다.

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 무수히 많다.

해설

$z = a + bi$ 로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$ (단, a, b 는 실수)이므로 주어진 식에 대입하면

$$(2+3i)(a+bi) + (2-3i)(a-bi) = 2$$

$$(2a-3b) + (3a+2b)i + (2a-3b) - (3a+2b)i = 2$$

$$2(2a-3b) = 2$$

$$\therefore 2a-3b = 1$$

따라서 $2a-3b=1$ 을 만족하는 a, b 는 무수히 많고, $z = a + bi$ 이므로 문제의 조건을 만족하는 z 가 무수히 많음을 알 수 있다.

12. $x = \frac{1+3i}{1+i}$ 일 때, $x^3 - 4x^2 + 4x + 1$ 의 값은?

① $1+i$

② $1-i$

③ $-1+i$

④ $-1-i$

⑤ 1

해설

$$x = 2 + i$$

$$(x-2)^2 = i^2 = -1$$

$$\therefore x^2 - 4x = -5$$

$$(\text{준식}) = x(x^2 - 4x) + 4x + 1$$

$$= -5x + 4x + 1$$

$$= -x + 1$$

$$= -1 - i$$