

1. 복소수 $\frac{3+i}{1+i} + \frac{a-i}{1-i}$ 가 실수가 되도록 하는 실수 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\frac{3+i}{1+i} + \frac{a-i}{1-i} &= \frac{(3+i)(1-i) + (1+i)(a-i)}{(1+i)(1-i)} \\ &= \frac{4-2i + (a+1) + (a-1)i}{2} \\ &= \frac{a+5 + (a-3)i}{2}\end{aligned}$$

위의 식이 실수가 되려면 허수 부분이 0이어야 하므로 $a-3=0$

$$\therefore a=3$$

2. $(3 + i)(a + bi) = 1 - 3i$ 를 만족하는 실수 a, b 에 대하여 $a + b$ 를 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(3 + i)(a + bi) = 1 - 3i$$

$$(3a - b) + (a + 3b)i = 1 - 3i$$

$$\therefore 3a - b = 1, \quad a + 3b = -3$$

$$\Rightarrow a = 0, \quad b = -1$$

$$\therefore a + b = -1$$

3. $\frac{2+3i}{3-i}$ 를 계산하면?

① $\frac{3}{8} + \frac{13}{8}i$

④ $\frac{3}{8} - \frac{13}{8}i$

② $\frac{3}{10} + \frac{11}{10}i$

⑤ $\frac{4}{9} + \frac{11}{9}i$

③ $\frac{3}{10} - \frac{11}{10}i$

해설

$$\frac{2+3i}{3-i} = \frac{(2+3i)(3+i)}{(3-i)(3+i)} = \frac{3}{10} + \frac{11}{10}i$$

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\overline{i-2} = i+2$

② $\overline{2i} = -2i$

③ $\overline{\sqrt{2}+i} = \sqrt{2}-i$

④ $\overline{1+\sqrt{3}} = 1+\sqrt{3}$

⑤ $\overline{3-2i} = 3+2i$

해설

켈레복소수는 허수부분의 부호가 바뀐다.

실수의 켈레복소수는 자기자신이다.

① $\overline{i-2} = -i-2$

5. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = -\sqrt{12}$

② $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = -\sqrt{12}$

④ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

해설

② $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4}i = -\sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4} = \sqrt{12}i$

④ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}i$

6. 다항식 $x^4 - 3x^2 + ax + 5$ 를 $x + 2$ 로 나누면 나머지가 3이다. a 의 값은?

① 0

② 2

③ 3

④ -2

⑤ -3

해설

$x^4 - 3x^2 + ax + 5 = f(x)$ 라 놓자.

$f(-2) = 3$ 에서 $-2a + 9 = 3$

$\therefore a = 3$

7. 다항식 $f(x)$ 를 두 일차식 $x-1$, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$

② $-x+3$

③ $x-3$

④ $-x-3$

⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로
 $f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$ 라 하자.

$$\begin{aligned}f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b\end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1$, $x=2$ 를 대입하면

$$f(1) = a + b = 2, \quad f(2) = 2a + b = 1$$

두 식을 연립하여 구하면 $a = -1, b = 3$

$\therefore$ 구하는 나머지는 $-x+3$

8. 다항식 $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx + 12$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어지고 또, $x - 3$ 으로도 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$f(x)$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어지려면

$$f(2) = 24 + 4a + 2b + 12 = 0$$

$$\therefore 4a + 2b + 36 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

또, $f(x)$ 가 $x - 3$ 으로 나누어 떨어지려면

$$f(3) = 81 + 9a + 3b + 12 = 0$$

$$\therefore 9a + 3b + 93 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = -13$, $b = 8$

9. 등식 $3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$ 이 x 에 관한 항등식일 때, 상수 b 의 값은?

① 3

② -4

③ 2

④ 8

⑤ 6

해설

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$$

$$= (x-1) \{a(x-1) + b\} + c$$

1	3	2	1	
		3	5	
1	3	5	6	← c
		3		
	3	8		← c
	↑			
	a			

해설

$x = 1$ 을 대입하면 $c = 6$

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + 6$$

$$\rightarrow 3x^2 + 2x - 5 = a(x-1)^2 + b(x-1)$$

$$\rightarrow (x-1)(3x+5) = a(x-1)^2 + b(x-1)$$

$\rightarrow$ 양변을 $x-1$ 로 나누면

$$3x+5 = a(x-1) + b = ax - a + b$$

$$\therefore a = 3, b = 8$$

※ 준식의 우변을 모두 전개해서 계수비교하여 구할 수도 있다.

10. $(1+i)x^2 + 2(1+2i)x - 3 + 3i$ 가 순허수일 때, x 의 값은?

① 0

② 1

③ -3

④ 1, 3

⑤ -1

해설

$$(1+i)x^2 + 2(1+2i)x - 3 + 3i$$

$$= x^2 + x^2i + 2x + 4xi - 3 + 3i$$

$$= (x^2 + 2x - 3) + (x^2 + 4x + 3)i$$

순허수를 만족하려면 실수부=0, 허수부 $\neq 0$ 이어야 한다.

$x^2 + 2x - 3 = 0$ 이면서, $x^2 + 4x + 3 \neq 0$ 인 x 값을 찾아야 한다.

$$\therefore x = 1$$

11. $x = 3 + \sqrt{3}i$, $y = 3 - \sqrt{3}i$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값을 구하면?

① 0

② 10

③ 20

④ -10

⑤ -20

해설

$$x + y = 6, \quad xy = 12$$

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 &= (x + y)^3 - 3xy(x + y) \\ &= 6^3 - 3 \cdot 12 \cdot 6 \\ &= 0 \end{aligned}$$

12. 두 복소수 $z_1 = a + (3b - 1)i$, $z_2 = (b + 1) - 5i$ 에 대하여 $z_1 = \bar{z}_2$ 가 성립할 때, 실수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$a + (3b - 1)i = (b + 1) + 5i \text{에서}$$

$$\begin{cases} a = b + 1 \\ 3b - 1 = 5 \end{cases} \quad \text{이므로 연립하면}$$

$$a = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b = 5$$

13. 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지가 -2 이고, $x-2$ 로 나눈 나머지가 1 일 때, $f(x)$ 를 $(x+1)(x-2)$ 로 나눈 나머지는?

① $2x+1$

② $x+1$

③ $x-1$

④ $2x-1$

⑤ $3x+2$

해설

$$f(x) = (x+1)Q_1(x) - 2$$

$$f(x) = (x-2)Q_2(x) + 1$$

$$f(x) = (x+1)(x-2)Q_3(x) + ax + b$$

$$f(-1) = -a + b = -2, \quad f(2) = 2a + b = 1$$

$$\therefore a = 1, \quad b = -1$$

구하는 나머지는 $x-1$

14. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 1, 2이다. 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$ 일 때, $f(x)$ 를 $x-3$ 으로 나눈 나머지는?

① $Q(3) + 3$

② $Q(3) + 4$

③ $2Q(3) + 3$

④ $2Q(3) + 4$

⑤ $Q(3)$

해설

주어진 조건에서 $f(1) = 1$, $f(2) = 2$ 이다.

$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$ 라 놓으면

$$f(1) = a + b = 1, f(2) = 2a + b = 2$$

$$\therefore a = 1, b = 0$$

$$\therefore f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + x$$

$$\therefore f(3) = 2Q(3) + 3$$

15. 이차 이상의 다항식 $p(x)$ 를 $x - 2007$ 와 $x - 2008$ 으로 나눈 나머지는 각각 2007와 2008이다. $p(x)$ 를 $(x - 2007)(x - 2008)$ 으로 나눈 나머지는?

① 2007×2008

② $2007x$

③ $2008x$

④ $x - 2007 \times 2008$

⑤ x

해설

$p(x)$ 를 $(x - 2007)(x - 2008)$ 으로 나눌 때의 몫과 나머지를 각각 $q(x)$ 와 $ax + b$ 라 놓으면

$$p(x) = (x - 2007)(x - 2008)q(x) + ax + b \cdots \cdots \text{㉠}$$

나머지정리에 의해

$$p(2007) = 2007, \quad p(2008) = 2008 \text{ 이므로}$$

㉠의 x 에 2007와 2008을 대입하면

$$2007a + b = 2007, \quad 2008a + b = 2008$$

$$\therefore a = 1, \quad b = 0$$

그러므로 구하는 나머지는 x

16. $x^5 + x + 1$ 을 $x + 1$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라고 할 때, $Q(x)$ 를 $x - 1$ 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x^5 + x + 1 = (x + 1)Q(x) + R$$

$x = -1$ 을 양변에 대입하면 $R = -1$

$$\therefore x^5 + x + 1 = (x + 1)Q(x) - 1 \cdots \textcircled{7}$$

$Q(x)$ 를 $x - 1$ 로 나눈 나머지는 $Q(1)$

$\textcircled{7}$ 에 $x = 1$ 을 대입하면 $3 = 2Q(1) - 1$

$$\therefore Q(1) = 2$$

17. 다항식 $f(x)$ 를 일차식 $ax + b(a \neq 0)$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 할 때,
 $xf(x)$ 를 $ax + b$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① R

② aR

③ bR

④ $-\frac{b}{a}R$

⑤ $\frac{R}{a}$

해설

$$f(x) = (ax + b)Q(x) + R \quad \therefore R = f\left(-\frac{b}{a}\right)$$

$g(x) = xf(x)$ 를 $ax + b$ 로 나눈 나머지는

$$g\left(-\frac{b}{a}\right) = -\frac{b}{a}f\left(-\frac{b}{a}\right) = -\frac{b}{a}R$$

18. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 - x + b$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

k	1	a	-1	b
		c	d	a
1	4	3	5	

① $a = 3$

② $b = 2$

③ $c = 1$

④ $d = 4$

⑤ $k = -1$

해설

다항식 $x^3 + ax^2 - x + b$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

1	1	a	-1	b
		1	$a+1$	a
1	$a+1$	a	$b+a$	

$k = 1, a = 3, b = 2, c = 1, d = 4$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

19. 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?

$$\textcircled{\text{㉠}} \sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3} = -\sqrt{-6}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}} = 3i$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \sqrt{-27} - \sqrt{-3} = 2\sqrt{3}i$$

$$\textcircled{\text{㉣}} \frac{4}{\sqrt{-4}} = -2i$$

$$\textcircled{\text{㉤}} \sqrt{-2} \cdot \sqrt{5} = -\sqrt{10}$$

$$\textcircled{\text{㉥}} \sqrt{(-3)^2} + (\sqrt{-3})^2 = 6$$

① ㉠, ㉡

② ㉢, ㉣

③ ㉠, ㉣, ㉤

④ ㉣, ㉥

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉥

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} \sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3} = \sqrt{2}i \times \sqrt{3}i = -\sqrt{6}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}i} = -3i$$

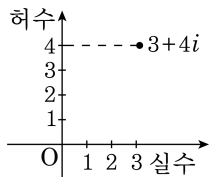
$$\textcircled{\text{㉢}} \sqrt{-27} - \sqrt{-3} = 3\sqrt{3}i - \sqrt{3}i = 2\sqrt{3}i$$

$$\textcircled{\text{㉣}} \frac{4}{\sqrt{-4}} = \frac{4}{2i} = -2i$$

$$\textcircled{\text{㉤}} \sqrt{-2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{2}i \times \sqrt{5} = \sqrt{10}i$$

$$\textcircled{\text{㉥}} \sqrt{(-3)^2} + (\sqrt{-3})^2 = \sqrt{9} + (\sqrt{3}i)^2 = 0$$

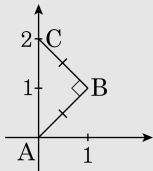
20. 복소수 $z = a + bi$ (a, b 는 실수)를 실수의 순서쌍 (a, b) 로 나타내어 좌표평면 위에 표시할 수 있다. 예를 들어 $3 + 4i$ 를 $(3, 4)$ 로 나타내면 다음 그림과 같이 표시할 수 있다. $z = 1 + i$ 일 때, $0, z, z^2$ 이 나타내는 점을 각각 A, B, C 라 할 때, $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가? (단, 가장 정확하게 표시한 것을 하나만 고른다.)



- ① 정삼각형 ② 이등변삼각형
③ 직각삼각형 ㉹ 직각이등변삼각형
⑤ 답 없음

해설

$$z = 1 + i \quad z^2 = 2i \Rightarrow \quad B(1, 1), \quad C(0, 2)$$

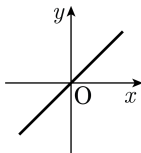


⇒ 직각이등변삼각형

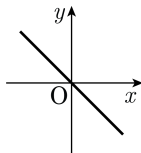
※ 이와 같이 복소수의 실수부와 허수부를 순서쌍으로 좌표평면에 나타내는 것을 복소평면이라 한다.

21. $(3 + 2i)z$ 가 실수가 되도록 하는 복소수 $z = x + yi$ 를 점 (x, y) 로 나타낼 때, 점 (x, y) 는 어떤 도형 위를 움직이는가? (단, x, y 는 실수)

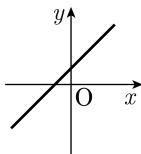
①



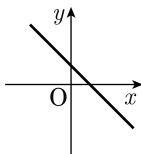
②



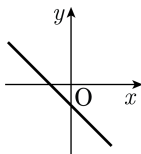
③



④



⑤



해설

$$\begin{aligned}(3 + 2i)(x + yi) &= 3x + 3yi + 2xi - 2y \\ &= (3x - 2y) + (2x + 3y)i\end{aligned}$$

주어진 식이 실수가 되려면 허수부가 0이어야 하므로 $2x + 3y = 0$

$$\therefore y = -\frac{2}{3}x$$

따라서 기울기가 음수이고 y 절편이 0인 그래프는 ②이다.

22. 복소수 $a^2(1+i) + a(3+2i) + 2$ 를 제공하면 음의 실수가 된다. 이 때, 실수 a 의 값을 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

(준식) $= (a^2 + 3a + 2) + (a^2 + 2a)i \Rightarrow$ 순허수

즉, $a^2 + 3a + 2 = 0$

$a^2 + 2a \neq 0$ 이므로 $\therefore a = -1$

23. 등식 $(x^2 - 3x + 1) + (y^2 - 1)i = -1 + 3i$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 xy 의 최댓값은?

① -4

② -2

③ -1

④ 2

⑤ 4

해설

실수부와 허수부로 나누어 생각한다.

$$\therefore x^2 - 3x + 1 = -1 \quad y^2 - 1 = 3$$

$$x = 1 \text{ 또는 } 2 \quad y = \pm 2$$

$$\therefore (xy \text{의 최댓값}) = 4$$

24. 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{1+i} + \frac{y}{1-i} = 2-i$ 가 성립할 때, $2x+y$ 의 값은?

① 8

② 7

③ 5

④ 4

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}\frac{x}{1+i} + \frac{y}{1-i} &= \frac{x(1-i) + y(1+i)}{(1+i)(1-i)} \\ &= \frac{(x+y) + (-x+y)i}{2}\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{(x+y) + (-x+y)i}{2} = 2-i \text{ 이므로,}$$

복소수의 상등에서 $x+y=4$, $-x+y=-2$

이것을 풀면 $x=3$, $y=1$

따라서, $2x+y=2 \times 3 + 1 = 7$

25. 다음 계산을 하시오.

$$1 + \frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \cdots + \frac{1}{i^{2006}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-i$

해설

$i^4 = 1$ 이므로

$$\begin{aligned} & \frac{1}{i} + \frac{1^2}{i} + \frac{1^3}{i} + \frac{1^4}{i} \\ &= \frac{1^5}{i} + \frac{1^6}{i} + \frac{1^7}{i} + \frac{1^8}{i} \cdots \\ &= \frac{1}{i} + \frac{1^2}{i} + \frac{1^3}{i} + \frac{1^4}{i} \\ &= -i - 1 + i + 1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{준식}) &= 1 + (0 + 0 + \cdots + 0) + \frac{1}{i} + \frac{1^2}{i} \\ &= 1 - i - 1 = -i \end{aligned}$$