

1. 수직선 위에 유리수에 대응하는 점들이 찍혀있다. 점들로 수직선을 가득 채우려면, 어떤 수가 필요하겠는가?

- ① 자연수 ② 음의 정수 ③ 무리수
④ 음의 실수 ⑤ 유리수

해설

연속성을 갖는 수는 실수뿐이며 수직선 위의 모든 점과 일대일 대응을 이루는 수는 실수이다.
실수는 유리수와 무리수로 구분된다.
따라서 유리수와 무리수가 합해졌을 때, 수직선을 가득 채울 수 있다.

2. $\sqrt{48} - 4\sqrt{32} + 3\sqrt{12} + \sqrt{50}$ 을 $a\sqrt{3} + b\sqrt{2}$ 의 꼴로 고칠 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -21 ② -1 ③ 4 ④ 9 ⑤ 21

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{48} - 4\sqrt{32} + 3\sqrt{12} + \sqrt{50} \\ &= 4\sqrt{3} - 16\sqrt{2} + 6\sqrt{3} + 5\sqrt{2} \\ &= 10\sqrt{3} - 11\sqrt{2} \text{에서} \\ &a = 10, b = -11 \\ &\therefore a + b = -1 \end{aligned}$$

3. $x^2 - 9 + xy - 3y$ 를 인수분해하면?

① $(x+3)(x+3+y)$

② $(x+3)(x+3-y)$

③ $(x-3)(x-3-y)$

④ $(x-3)(x+3+y)$

⑤ $(x+3)(x-3+y)$

해설

$$(x+3)(x-3) + y(x-3) = (x-3)(x+3+y)$$

4. $a = \sqrt{2} - 1$ 일 때, $a^2 + 4a + 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $3 + 2\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} a^2 + 4a + 4 &= (a + 2)^2 \\ &= (\sqrt{2} - 1 + 2)^2 \\ &= (\sqrt{2} + 1)^2 \\ &= 2 + 2\sqrt{2} + 1 \\ &= 3 + 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

5. $x^2 - 4xy + 4y^2 = 0$ 일 때, $\frac{x^2 + y^2}{xy}$ 의 값은? (단, $xy \neq 0$)

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$x^2 - 4xy + 4y^2 = 0, (x - 2y)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2y$$

$\frac{x^2 + y^2}{xy}$ 에 $x = 2y$ 를 대입하면

$$\frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{(2y)^2 + y^2}{2y \times y} = \frac{5y^2}{2y^2} = \frac{5}{2}$$

6. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동 하였더니 점 $(2, 14)$ 를 지났다. a 의 값을 구하여라.

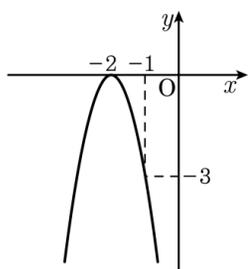
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼
평행이동한 식은 $y = ax^2 - 2$ 이고, 점 $(2, 14)$ 를 지나므로
 $14 = 4a - 2$ 이다.
 $\therefore a = 4$

7. 다음 그림과 같은 포물선의 식으로 옳은 것은?



① $y = -2x^2 - 1$

② $y = -3x^2 + 2$

③ $y = -2(x+2)^2$

④ $y = -3(x+2)^2$

⑤ $y = 2(x+2)^2$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2, 0)$ 이고, 한 점 $(-1, -3)$ 을 지나므로

$y = a(x+2)^2$ 에 점 $(-1, -3)$ 을 대입하면

$$-3 = a(-1+2)^2$$

$$\therefore a = -3$$

$$\therefore y = -3(x+2)^2$$

8. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2 - 6$ 의 그래프는 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시킨 그래프이다. $m-n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$m = -3, n = -6$$

$$\therefore m - n = (-3) - (-6) = 3$$

9. $\sqrt{\frac{2}{7}} \div \sqrt{2} \div \frac{1}{\sqrt{14}}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{2}{7}} \div \sqrt{2} \div \frac{1}{\sqrt{14}} &= \sqrt{\frac{2}{7}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{14} \\ &= \sqrt{\frac{2 \times 14}{7 \times 2}} \\ &= \sqrt{2}\end{aligned}$$

10. $\sqrt{108} - \sqrt{48} - \sqrt{27} + \sqrt{24}$ 를 $a\sqrt{3} + b\sqrt{6}$ 의 꼴로 고칠 때, $a - b$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{108} - \sqrt{48} - \sqrt{27} + \sqrt{24} \\ &= 6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{6} \\ &= -\sqrt{3} + 2\sqrt{6} \\ \therefore a - b &= -1 - 2 = -3 \end{aligned}$$

11. x 에 관한 이차방정식 $(a-1)x^2 - (a^2+1)x + 2a = 0$ 의 한 근이 1일 때, 다른 한 근은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

이차방정식이므로 $a-1 \neq 0$ 즉 $a \neq 1$
한 근 $x=1$ 을 주어진 방정식에 대입하면
 $(a-1) - (a^2+1) + 2a = 0, a^2 - 3a + 2 = 0$
 $(a-1)(a-2) = 0, a = 1$ 또는 $a = 2$
 $a \neq 1$ 이므로 $a = 2$
따라서 주어진 방정식은 $x^2 - 5x + 4 = 0$
 $(x-4)(x-1) = 0$
 $x = 1$ 또는 $x = 4$
따라서 다른 한 근은 $x = 4$ 이다.

12. 이차방정식 $x^2 + ax - a - 6 = 0$ 의 한 해가 -4 일 때, 상수 a 의 값을 구하면?

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

이차방정식 $x^2 + ax - a - 6 = 0$ 의 한 근은 -4 이므로

$$(-4)^2 + a \times (-4) - a - 6 = 0$$

$$16 - 4a - a - 6 = 0, 10 - 5a = 0$$

$$\therefore a = 2$$

13. 다음에 주어진 이차방정식 중 증근을 갖는 것은?

보기

㉠ $x^2 - 4x + 4 = 0$

㉡ $x^2 = \frac{2}{3}x - \frac{1}{9}$

㉢ $x^2 + 8x + 16 = 0$

㉣ $x^2 + 6x = 9$

㉤ $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{1}{25} = 0$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉤

해설

증근을 가지려면 (완전제곱식)=0의 꼴이어야 한다.

㉠ $x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 0$

$\therefore x = 2$ (증근)

㉡ $x^2 = \frac{2}{3}x - \frac{1}{9} \Rightarrow 9x^2 - 6x + 1 = 0$

$(3x - 1)^2 = 0$

$\therefore x = \frac{1}{3}$ (증근)

㉢ $x^2 + 8x + 16 = 0 \Rightarrow (x + 4)^2 = 0$

$\therefore x = -4$ (증근)

㉤ $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{1}{25} = 0$ 의 양변에 100을 곱하면

$25x^2 + 20x + 4 = 0, (5x + 2)^2 = 0$

$\therefore x = -\frac{2}{5}$ (증근)

14. 이차방정식 $x^2 - 2x - k = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(1-k)x^2 - kx - 6 = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 3

해설

$$D = (-2)^2 - 4 \times (-k) = 4 + 4k = 0$$

$$\therefore k = -1$$

$$2x^2 + x - 6 = 0, (2x - 3)(x + 2) = 0$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ 또는 } x = -2$$

$$\therefore \text{두 근의 합은 } -\frac{1}{2}$$

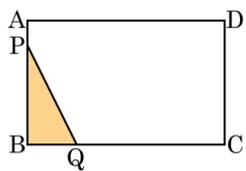
15. 어떤 양수를 제공해야 할 것을 잘못하여 7배 하였더니 제공한 것보다 18이 작아졌다고 한다. 원래의 수는?

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

원래의 수를 x 라 하면 $x^2 - 18 = 7x$
 $x^2 - 7x - 18 = 0$
 $(x - 9)(x + 2) = 0$
 $x = 9$ 또는 $x = -2$
 $\therefore x = 9(x > 0)$

16. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 가 있다. 점 P 는 변 AB 위를 A 로부터 B 까지 매초 1cm 의 속력으로 움직이고, 점Q 는 변BC 위를 B 로부터 C 까지 매초 2cm 의 속력으로 움직이고 있다. P, Q 가 동시에 출발할 때, 몇 초 후에 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 16cm^2 가 되는가?

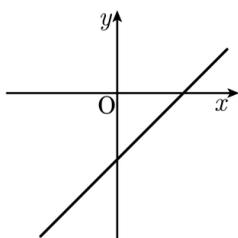


- ① 3 초 또는 5 초 ② 2 초 또는 8 초 ③ 5 초 또는 7 초
 ④ 2 초 또는 5 초 ⑤ 2 초 또는 7 초

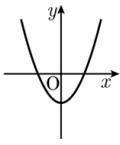
해설

$$\begin{aligned}
 &x \text{ 초 후의} \\
 &\overline{PB} = 10 - x, \overline{BQ} = 2x \\
 &\triangle PBQ = (10 - x) \cdot 2x \cdot \frac{1}{2} = 16 \\
 &\rightarrow x^2 - 10x + 16 = 0 \rightarrow x = 2, 8
 \end{aligned}$$

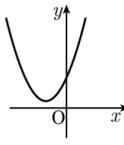
17. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = bx^2 + a$ 의 그래프는?



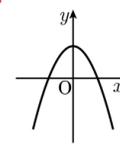
①



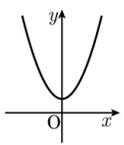
②



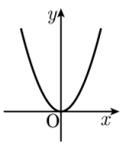
③



④



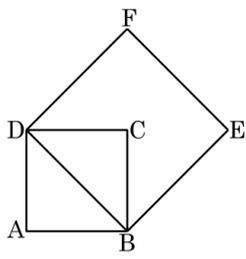
⑤



해설

$y = ax + b$ 그래프에서 $a > 0, b < 0$ 이므로 이차함수 $y = bx^2 + a$ 는 위로 볼록하고 y 절편이 양수이다.

18. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD의 대각선 \overline{BD} 를 한 변으로 하는 정사각형 DBEF가 있다. DBEF의 대각선을 반지름으로 하는 원의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 16π

해설

한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD의 대각선 \overline{BD} 의 길이는 $4\sqrt{2}$

한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정사각형 DBEF의 대각선의 길이는 $4\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 8$ 이다.

따라서 반지름이 8인 원의 둘레의 길이는 $2\pi \times 8 = 16\pi$ 이다.

19. $\sqrt{0.96}$ 은 $\sqrt{6}$ 의 x 배이다. 이 때, x 의 값은?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{8}{5}$ ④ $\frac{12}{5}$ ⑤ $\frac{16}{5}$

해설

$$\sqrt{0.96} = \sqrt{\frac{96}{100}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 6}{10^2}} = \frac{4}{10} \sqrt{6} = \frac{2}{5} \sqrt{6}$$

$$\therefore x = \frac{2}{5}$$

20. $xy = 3$, $x^2 + y^2 = 6$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값은? (단, $x + y > 0$)

- ① $2\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $6\sqrt{3}$ ④ $8\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{3}$

해설

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 6 + 2 \times 3 = 12$$

$$x+y > 0 \text{ 이므로 } x+y = 2\sqrt{3}$$

$$(x^2 + y^2)(x+y) = x^3 + y^3 + xy(x+y)$$

$$6 \times 2\sqrt{3} = x^3 + y^3 + 3 \times 2\sqrt{3}$$

$$x^3 + y^3 = 6\sqrt{3}$$

21. 어떤 무리수 x 가 있다. x 의 소수 부분을 y 라 할 때 x 의 제곱과 y 의 제곱의 합이 33이다.

무리수 x 의 값은? (단, $x > 0$)

① $x = \frac{5 + \sqrt{41}}{2}$

② $x = \frac{2 + \sqrt{41}}{5}$

③ $x = \frac{5 + \sqrt{37}}{3}$

④ $x = \frac{-2 + \sqrt{41}}{5}$

⑤ $x = \frac{3 + \sqrt{37}}{4}$

해설

$$x^2 + y^2 = 33, 0 \leq y < 1$$

$$0 \leq y^2 = 33 - x^2 < 1, \sqrt{32} < x \leq \sqrt{33}$$

따라서 x 의 정수 부분은 5이고 $y = x - 5$

$$x^2 + (x - 5)^2 = 33$$

$$\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{5 + \sqrt{41}}{2} (\because x > 0)$$

22. 다음의 이차함수의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

$$\begin{aligned} \text{(가)} & y = \frac{1}{2}x^2 \\ \text{(나)} & y = -2x^2 \\ \text{(다)} & y = 2x^2 \\ \text{(라)} & y = -\frac{1}{4}x^2 \end{aligned}$$

- ① (나)와 (다)의 그래프는 폭이 같다.
- ② 아래로 볼록한 포물선은 (가)와 (다)이다.
- ③ 폭이 가장 넓은 그래프는 (라)이다.
- ④ (나)와 (다)의 그래프는 x 축에 대하여 서로 대칭이다.
- ⑤ x 축 아래쪽에 나타나지 않는 그래프는 (나), (라)이다.

해설

- ① $|a|$ 이 같으므로 두 그래프는 폭이 같다.
- ② $a > 0$ 이므로 아래로 볼록이다.
- ③ $|a|$ 가 작을 수록 폭이 넓다.
- ④ a 의 부호가 반대이면 x 축 대칭이다.
- ⑤ (나), (라)는 $a < 0$ 이므로 x 축 아래에 나타난다.

23. $3\sqrt{2\sqrt{18}\sqrt{324}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$$\begin{aligned}3\sqrt{2\sqrt{18}\sqrt{324}} &= 3\sqrt{2\sqrt{18}\sqrt{(2\times 3^2)^2}} \\ &= 3\sqrt{2\sqrt{18\times (2\times 3^2)}} \\ &= 3\sqrt{2\sqrt{(2\times 3^2)^2}} \\ &= 3\sqrt{6^2} \\ &= 18\end{aligned}$$

24. $(x^3 + ax^2 - x + 5)(2x^3 - x^2 + x + b)$ 를 전개하였을 때, x^3 의 계수는 4, x 의 계수는 9 가 되는 a, b 에 대하여 $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{4}$

해설

주어진 식에서 x^3 항은

$$bx^3 + ax^3 + x^3 + 10x^3 = (a + b + 11)x^3$$

$$\text{즉, } a + b + 11 = 4 \quad \therefore a + b = -7 \cdots \text{㉠}$$

$$x \text{ 항은 } -bx + 5x = (5 - b)x$$

$$\text{즉, } 5 - b = 9 \quad \therefore b = -4 \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠을 ㉡에 대입하면 } a = -3$$

$$\text{따라서 } \frac{a}{b} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4} \text{ 이다.}$$

25. $x^2 - 2ax + 2a + 6 = 0$ 의 두 근이 모두 정수일 때, 이를 만족하는 정수 a 의 값들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

이차방정식이 정수가 되기 위해서는 근의 공식을 사용하였을 때 근호 안에 들어가는 $b^2 - 4ac$ 이 완전제곱수이어야 한다.

$D/4 = a^2 - (2a + 6) = k^2$ (단, k 는 정수) 이므로

$a^2 - 2a + 1 - k^2 = 7$, $(a-1)^2 - k^2 = 7$, $(a+k-1)(a-k-1) = 7$
편의상 k 를 양의 정수라고 생각하면 $a+k-1 \geq a-k-1$ 이므로

$a+k-1$	7	-1
$a-k-1$	1	-7

$(a+k-1) + (a-k-1) = 1+7$ 에서 $a = 5$

$(a+k-1) + (a-k-1) = (-1) + (-7)$ 에서 $a = -3$

따라서 a 값들의 합은 $5 + (-3) = 2$ 이다.