

1. 다음 식을 간단히 하면?

$$\begin{aligned} & {}^3\sqrt{-8} + \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{-8}\sqrt{-2} \\ & + \frac{\sqrt{-16}}{\sqrt{-4}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-2}} + \frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

(주어진 식)
= ${}^3\sqrt{(-2)^3} + \sqrt{4} + \sqrt{8}i \cdot \sqrt{2}i$
+ $\frac{\sqrt{16}i}{\sqrt{4}i} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}i} + \frac{\sqrt{3}i}{\sqrt{2}}$
= $-2 + 2 + \sqrt{8 \cdot 2}i^2 + \sqrt{\frac{16}{4}} - \frac{\sqrt{6}}{2}i + \frac{\sqrt{6}}{2}i$
= $-2 + 2 - 4 + 2$
= -2
※ 참고
 $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ 가 항상 성립하는 a, b 의 부호를
생각해 보자.
 $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 이므로
 $\sqrt{-2}\sqrt{-3} = \sqrt{(-2)(-3)} = \sqrt{6}$ 이 된다고 계산할 수도 있다.
그러나 조심해야 할 것은 공식에서 주어지는 조건들이다.
즉, $a < 0, b < 0$ 일 때를 제외한 경우에만 $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 가
성립한다.
마찬가지로 $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{-5}} = \sqrt{-\frac{10}{5}} = \sqrt{-2} = \sqrt{2}i$ 라고 함부로 계산해
서는 안 된다.
왜냐하면 $a > 0, b < 0$ 일 때를 제외한 경우에만 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ 가
성립하기 때문이다.

2. 복소수 $\frac{3+i}{1+i} + \frac{a-i}{1-i}$ 가 실수가 되도록 하는 실수 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\frac{3+i}{1+i} + \frac{a-i}{1-i} &= \frac{(3+i)(1-i) + (1+i)(a-i)}{(1+i)(1-i)} \\ &= \frac{4-2i + (a+1) + (a-1)i}{2} \\ &= \frac{a+5 + (a-3)i}{2}\end{aligned}$$

위의 식이 실수가 되려면 허수 부분이 0이어야 하므로 $a-3=0$
 $\therefore a=3$

3. 복소수 z 를 원소로 하는 집합 $M = \{z \mid z = (x+y) + (x-y)i, x, y \text{는 양의 실수}\}$ 일 때, 다음 중 M 의 원소인 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$)
- ① $-3-2i$ ② $-1+2i$ ③ $2+3i$
④ $3+4i$ ⑤ $5+2i$

해설

복소수 $z = (x+y) + (x-y)i$ 에서 $x > 0, y > 0$ 인 실수이므로 $x+y > 0$ 이고 $x+y > x-y$ 따라서 (실수 부분) >0 , (실수 부분) $>$ (허수 부분)이다. 이를 만족시키는 복소수는 ⑤ $5+2i$ 이다.

4. $(1 + 3i)(1 - 3i) - (2 - i)(3 + i)$ 를 계산하면?

- ① $17 - i$ ② $3 + i$ ③ $3 - i$ ④ $7 + i$ ⑤ $7 - i$

해설

$$\begin{aligned} & (1 + 3i)(1 - 3i) - (2 - i)(3 + i) \\ &= (1 + 9) - (6 - i + 1) \\ &= 3 + i \end{aligned}$$

5. $\sqrt{(-1)^2} + i^2 - \frac{1}{i}$ 를 계산하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① -1

② 0

③ 1

④ $-i$

⑤ i

해설

(준식) $= 1 - 1 + i = i$

6. 이차함수 $y = 2(x - 1)^2 + 3$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = 2(x - 1)^2 + 3$ 의 그래프는 $x = 1$ 일 때 최솟값이 3 이다.

7. 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 3$ 의 최댓값을 m , 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 3$ 의 최솟값을 n 이라고 할 때, mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$y = -x^2 + 4x - 3 = -(x - 2)^2 + 1$$

$$\text{최댓값 } m = 1$$

$$y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 3 = \frac{1}{3}(x + 3)^2$$

$$\text{최솟값 } n = 0$$

$$\therefore mn = 1 \times 0 = 0$$

8. 방정식 $|x| + |x - 1| = 2$ 의 해를 구하시오.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$ 또는 1.5

해설

i) $x < 0$ 일 때,
 $-x - (x - 1) = 2$ 이므로 $-2x + 1 = 2$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$
ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,
 $x - (x - 1) = 2$ 이므로 $0 \cdot x = 1$
 $\therefore$ 해가 없다.
iii) $1 \leq x$ 일 때,
 $x + x - 1 = 2$ 이므로 $2x = 3$
 $\therefore x = \frac{3}{2}$
(i), (ii), (iii) 에서 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

9. x 에 대한 이차방정식 $(k-1)x^2 + 2kx + k-1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 자연수 k 의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

(i) 이차방정식이므로 x^2 의 계수는 $k-1 \neq 0$ 이어야 한다.
따라서 $k \neq 1$

(ii) 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} > 0$ 이어야

하므로

$$\frac{D}{4} = k^2 - (k-1)^2 > 0, \quad 2k-1 > 0$$

$$\therefore k > \frac{1}{2}$$

따라서 자연수 k 의 최솟값은 2이다.

10. 이차식 $ax^2 + 4x + 2a$ 가 x 에 대한 완전제곱식이 되도록 하는 실수 a 의 값은?

① ± 1

② $\pm \sqrt{2}$

③ ± 2

④ $\pm \sqrt{3}$

⑤ $\pm \sqrt{5}$

해설

주어진 식이 x 에 대한 완전제곱식이 되려면

판별식 $D = 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = 2^2 - a \cdot 2a = 0$$

$$4 - 2a^2 = 0, \quad a^2 = 2$$

$$\therefore a = \pm \sqrt{2}$$

11. $x^2 - px + q = 0$ 의 두 근이 α, β 이다. $\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = 2$ 일 때 $p^2 + q^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

두 근의 합이 3이므로 $p = 3$,
두 근의 곱이 2이므로 $q = 2$ 이다.
따라서 $p^2 + q^2 = 9 + 4 = 13$

12. 두 수 $1+2i$, $1-2i$ 를 근으로 하고, x^2 의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 5 = 0$

② $x^2 + 2x + 5 = 0$

③ $x^2 + 5x + 2 = 0$

④ $x^2 - 2x + 5 = 0$

⑤ $x^2 - 5x + 2 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = (1 + 2i) + (1 - 2i) = 2$$

$$\alpha\beta = (1 + 2i)(1 - 2i) = 5$$

$$\therefore x^2 - 2x + 5 = 0$$

13. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + 2i$ 일 때 실수 a, b 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

계수가 실수이므로 한 근이 $1 + 2i$ 이면 다른 한 근은 $1 - 2i$ 이다.
(두 근의 합) $= (1 + 2i) + (1 - 2i) = -a \cdots \cdots \textcircled{1}$
(두 근의 곱) $= (1 + 2i)(1 - 2i) = b \cdots \cdots \textcircled{2}$
 $\therefore \textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서
 $a = -2, b = 5$ 이다.

14. 이차함수 $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표가 6, b 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

이차함수 $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와

x 축과의 교점의 x 좌표는

이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 실근이다.

$x^2 - 8x + a = 0$ 에 $x = 6$ 을 대입하면

$36 - 48 + a = 0$ 에서 $a = 12$

따라서 $x^2 - 8x + 12 = 0$ 에서 $(x - 2)(x - 6) = 0$

$x = 2$ 또는 $x = 6$

$\therefore b = 2 \therefore a + b = 14$

15. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 10$ 의 최댓값을 M , $y = 3x^2 + 6x - 5$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 10 \\ &= -(x-1)^2 + 11 \text{ 에서 } M = 11 \\ y &= 3x^2 + 6x - 5 \\ &= 3(x+1)^2 - 8 \text{ 에서 } m = -8 \\ \therefore M + m &= 11 - 8 = 3 \end{aligned}$$

16. x 의 범위가 $0 \leq x \leq 3$ 일 때, 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 1$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. 이 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

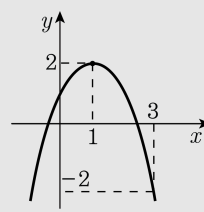
▷ 정답 : 0

해설

$$y = -x^2 + 2x + 1 = -(x - 1)^2 + 2$$

이므로 오른쪽 그림에서 주어진 이차함수는 $x = 1$ 일 때, 최댓값 2, $x = 3$ 일 때, 최솟값 -2를 가짐을 알 수 있다.

$$\therefore M + m = 2 + (-2) = 0$$



17. 사차방정식 $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$ 의 근 중에서 최대의 근은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 6 ⑤ 2

해설

$x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$ 에서
 $x = 1, x = -1$ 을 대입하면 성립하므로
 $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$
 $= (x-1)(x+1)(x^2+x-6)$
 $= (x-1)(x+1)(x+3)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -3, -1, 1, 2$
따라서 최대의 근은 2

18. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서
 $x^2 = t$ 로 놓으면
 $t^2 - 13t + 36 = 0, (t - 4)(t - 9) = 0$
 $\therefore t = 4$ 또는 $t = 9$
(i) $t = 4$ 일 때, $x^2 = 4$
 $\therefore x = \pm 2$
(ii) $t = 9$ 일 때, $x^2 = 9$
 $\therefore x = \pm 3$
따라서 모든 해의 합은
 $(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

19. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$ 의 해를 순서쌍 (x, y) 으로 나타내면?

- ① $(2, 1)$ ② $(\sqrt{2} + 1, \sqrt{2})$ ③ $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$
 ④ $(\sqrt{3}, 1)$ ⑤ $\left(\frac{5}{3}, \frac{2}{3}\right)$

해설

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \cdots \textcircled{1} \\ x - y = 1 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

②을 $y = x - 1$ 로 변형하여

①에 대입하면

$$x^2 - (x - 1)^2 = x^2 - x^2 + 2x - 1 = 2$$

$$2x = 3$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}, y = \frac{1}{2}$$

20. 복소수 $(1+i)x^2 - (1-4i)x - (2-3i)$ 가 실수일 때의 x 값과 순허수일 때의 x 값을 모두 곱한 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

준식을 전개하여 실수부와 허수부로 정리하면

$$(x^2 - x - 2) + (x^2 + 4x + 3)i$$

실수가 되기 위해서는 $x^2 + 4x + 3 = 0$

$$(x + 1)(x + 3) = 0 \therefore x = -3, -1$$

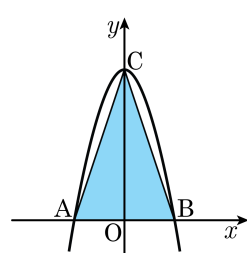
순허수가 되기 위해서는

$$x^2 - x - 2 = 0 \text{ 이고 } x^2 + 4x + 3 \neq 0$$

$$x = -1, 2 \text{ 이고 } x \neq -3, -1 \therefore x = 2$$

$$(-3) \times (-1) \times 2 = 6$$

21. $y = -x^2 + 9$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 A, B 라고 하고, y 축과의 교점을 C 라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

점 C 는 꼭짓점이므로 (0,9) , 점 A 와 B

는 $y = 0$ 일 때, x 좌표이므로

$$0 = -x^2 + 9$$

$$\therefore x = \pm 3$$

$$\therefore A = (-3, 0), B = (3, 0)$$

$$\triangle ABC \text{의 넓이} = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$$

22. 방정식 $x^3 - 5x^2 + 2x + 1 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, $(1 - \alpha)(1 - \beta)(1 - \gamma)$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} \alpha + \beta + \gamma &= 5, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 2, \alpha\beta\gamma = -1 \text{ 이므로} \\ (1 - \alpha)(1 - \beta)(1 - \gamma) \\ &= 1 + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) - \alpha\beta\gamma - (\alpha + \beta + \gamma) \\ &= 1 + 2 - (-1) - 5 = -1 \end{aligned}$$

23. 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx - 3 = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}i$ 일 때, 두 실수 a, b 의 곱 ab 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -15 ② -10 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

해설

한 근이 $1 + \sqrt{2}i$ 이므로 켤레근은 $1 - \sqrt{2}i$
세 근이 α, β, γ 일때 $\alpha\beta\gamma = 3$ 이므로, $\alpha = 1 + \sqrt{2}i, \beta = 1 - \sqrt{2}i$
라 하면, $(1 + \sqrt{2}i)(1 - \sqrt{2}i) \cdot \gamma = 3$
 $3 \cdot \gamma = 3$
 $\gamma = 1$
 $\alpha + \beta + \gamma = -a = (1 + \sqrt{2}i) + (1 - \sqrt{2}i) + 1 = 3$
 $a = -3$
 $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\beta = b = 3 + (1 - \sqrt{2}i) \cdot 1 + 1 \cdot (1 + \sqrt{2}i) = 5$
 $b = 5$
 $\therefore ab = (-3) \cdot 5 = -15$

24. 방정식 $x^2 + 2(m-1)x - m + 3 = 0$ 의 두 근을 모두 음이 되게 하는 실수 m 의 범위를 정하면?
- ① $-2 < m < 3$ ② $2 \leq m < 3$ ③ $-1 < m < 3$
④ $1 < m \leq 3$ ⑤ $3 < m \leq 4$

해설

두 근을 α, β 라 할 때 두 근이 모두 음수이므로

(i) $\frac{D}{4} = (m-1)^2 + m - 3 \geq 0$

$m^2 - m - 2 \geq 0, (m-2)(m+1) \geq 0$

$\therefore m \leq -1, m \geq 2$

(ii) $\alpha + \beta = -2(m-1) < 0 \quad \therefore m > 1$

(iii) $\alpha\beta = -m + 3 > 0 \quad \therefore m < 3$

$\therefore$ (i), (ii), (iii)의 공통범위는 $2 \leq m < 3$

25. $\begin{cases} |x| + x + y = 10 \\ x + |y| - y = 12 \end{cases}$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

- ① -2 ② 2 ③ $\frac{18}{5}$ ④ $\frac{22}{3}$ ⑤ 22

해설

$|x| + x + y = 10 \quad \dots\dots\text{㉠}$
 $x + |y| - y = 12 \quad \dots\dots\text{㉡}$
 $x \leq 0$ 이면, $y = 10, x = 12$
 이것은 $x \leq 0$ 을 만족하지 않는다.
 $x > 0$ 이면 $2x + y = 10 \dots\dots\text{㉢}$
 $y \geq 0$ 이면 $x = 12, y = -14$
 이것은 $y \geq 0$ 을 만족하지 않는다.
 $y < 0$ 이면, $x - 2y = 12 \dots\dots\text{㉣}$
 ㉢, ㉣에서 $x = \frac{32}{5}, y = -\frac{14}{5}$
 $\therefore x + y = \frac{18}{5}$