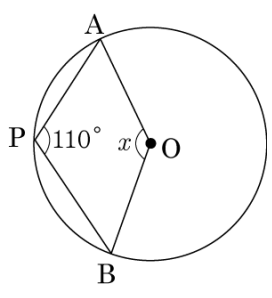
1. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면? (단, O 는 원의 중심)



① 110° ② 120° ③ 130° ④ 140° ⑤ 150°

해설

원주각$= \frac{1}{2} \times$ (중심각)

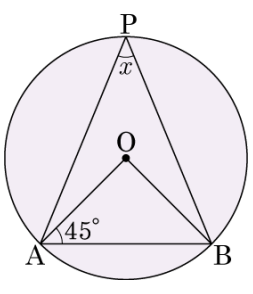
$\angle AOB = 2\angle APB = 2 \times 110° = 220°$

$\therefore \angle x = 360° - 220° = 140°$

2. 다음 그림에서 $\angle OAB = 45°$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기를 구하면?

① $35°$ ② $40°$ ③ $45°$

④ $50°$ ⑤ $55°$



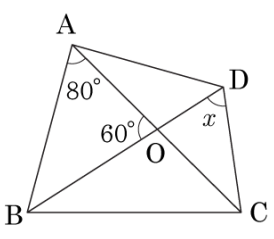
해설

$\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로

$\angle AOB = 180° - (45° + 45°) = 90°$

$\angle x = \frac{1}{2} \times 90° = 45°$

3. 다음 그림에서 □ABCD 가 원에 내접할 때 $\angle BAC = 80°$, $\angle AOB = 60°$ 이다. 이때, x 의 값을 구하여라.



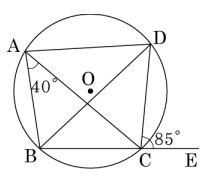
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 80°

해설

$\angle BAC = \angle BDC$ ∴ $x = 80°$

4. 다음 그림에서 □ABCD 는 원 O 에 내접하고, ∠BAC = 40°, ∠DCE = 85° 일 때, ∠DBC 의 크기를 구하여라.



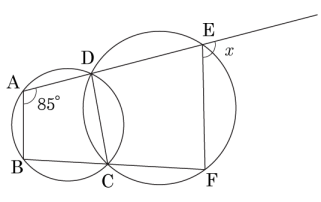
▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 45°

해설

∠DCE = ∠BAD = 85°
∠DAC = ∠DBC 이므로 ∠DBC = 85° − 40° = 45°

5. 다음 그림에서 $\angle A = 85°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?

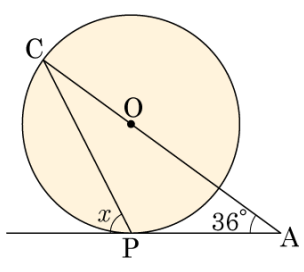


① 80° ② 85° ③ 90° ④ 95° ⑤ 100°

해설

원에 내접하는 사각형은 두 대각의 합이 180° 이고
□ABCD 가 원에 내접하므로
$\angle DCF = \angle A = 85°$ 이다.
□CDEF 가 원에 내접하므로
$\angle x = \angle DCF = 85°$ 이다.

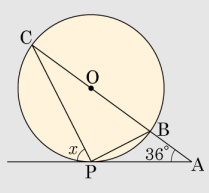
6. 다음 그림에서 x 의 크기는? (단, $\angle A = 36°$이고 점 P 는 접점이다.)



① $36°$ ② $63°$ ③ $48°$

④ $56°$ ⑤ $65°$

해설



점 P와 점 B를 이으면

$\angle CPB = 90°$

$\angle CBP = x$

$\angle PBA = 180° - x$

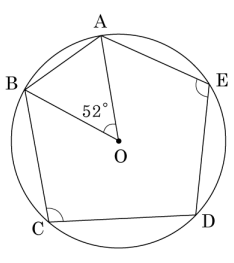
$\angle BPA = 90° - x$

$\triangle ABP$ 의 내각의 합을 이용하면

$36° + 180° - x + 90° - x = 180°$

$\therefore\ x = 63°$

7. 다음 그림에서 오각형 ABCDE 는 원 O 에 내접하고 $\angle AOB = 52°$ 일 때, $\angle C + \angle E$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 206 °

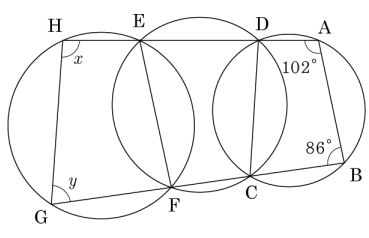
해설

보조선 BE 를 연결하면
5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 에 대한 중심각이 52° 이므로 원주각

$\angle AEB = 52° \times \frac{1}{2} = 26°$

또한, 사각형 BCDE 는 원에 내접하는 사각형이므로 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180° 이다.
즉, $\angle C + \angle BED = 180°$
$\therefore \angle C + \angle E = 180° + 26° = 206°$

8. 다음 그림에서 $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



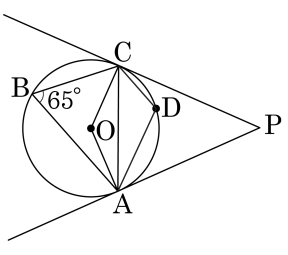
▶ 답 : _____°

▷ 정답 : 172°

해설

$\angle ADC = 94°$
$\angle x = \angle EFC = \angle ADC = 94°$
$\angle DCB = 78°$
$\angle y = \angle EFC = \angle ADC = 78°$
$\therefore \angle x + \angle y = 94° + 78° = 172°$

9. 다음 그림에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle OAP = \angle OCP = 90°$

② $\angle ACP = 65°$

③ $\angle P = 50°$

④ $\triangle ACP$ 는 이등변삼각형이다.

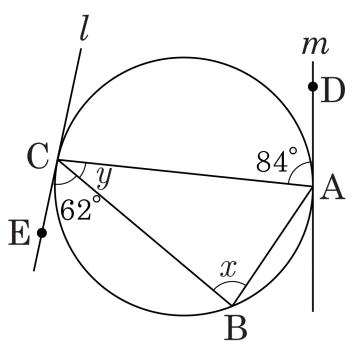
⑤ $\angle ADC$ 의 크기는 $120°$ 이다.

해설

$\square ABCD$ 는 내접사각형이므로

$\angle ABC + \angle ADC = 180°$ $\quad \therefore \angle ADC = 115°$

10. 다음은 원의 접점 A, C , 각 점에서의 접선 m , l 을 그린 것이다. 이때, $\angle x$, $\angle y$ 의 값을 바르게 짝지은 것은?

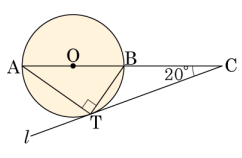


① $\angle x = 84°, \angle y = 34°$
② $\angle x = 85°, \angle y = 34°$
③ $\angle x = 85°, \angle y = 35°$
④ $\angle x = 86°, \angle y = 35°$
⑤ $\angle x = 86°, \angle y = 36°$

해설

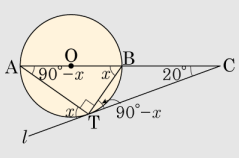
$\angle ECB = \angle BAC = 62°$
$\angle CAD = \angle x = 84°$
$\therefore \angle y = 180° - 84° - 62° = 34°$

11. 다음 그림에서 원 O 의 지름 AB 의 연장선이 접선 l 과 이루는 각의 크기가 $20°$ 일 때, $\angle ABT$ 의 크기는?



① $52.5°$ ② $55°$ ③ $57.5°$ ④ $60°$ ⑤ $62.5°$

해설



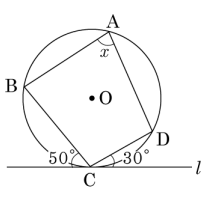
그림에서

$90° - x + 20° = x$

$2x = 110°$

$\therefore\ x = 55°$

12. 다음 그림에서 직선 l 이 원의 접선일 때, $\angle x$ 의 크기는?



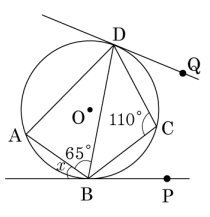
① 50° ② 60° ③ 70° ④ 80° ⑤ 90°

해설

$\overline{AC}$ 를 그으면

$\therefore \angle x = \angle BAC + \angle DAC = 50° + 30° = 80°$

13. 다음 그림에서 직선 BP, DQ 는 원 O 의 접선일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

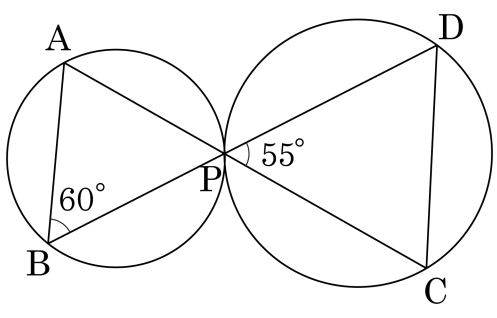
▷ 정답 : 45°

해설

$\angle DAB = 180° - 110° = 70°$

$\therefore \angle x = \angle ADB = 180° - (70° + 65°) = 45°$

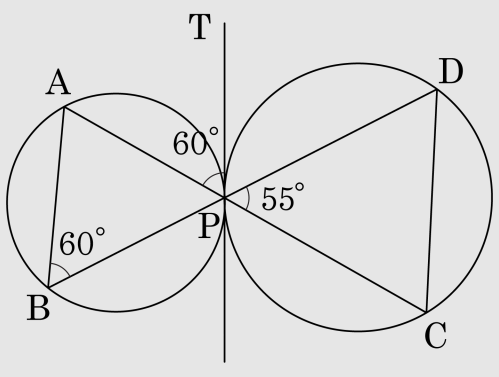
14. 다음 그림과 같이 외접하는 두 원의 접점을 지나는 두 선분이 원과 만나는 점을 각각 A, B, C, D 라고 할 때, ∠ACD 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____°

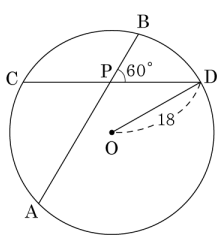
▷ 정답 : 65°

해설



점 P 를 지나고 두 원에 공통인 접선 TP 를 그리면
∠ABP = ∠APT = 60°
∠DPT = 180° − (60° + 55°) = 65°
∠DPT = ∠ACD = 65°

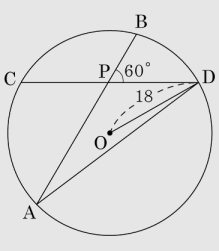
15. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 18 인 원 O 에서 두 현 AB, CD 가 점 P 에서 만나고 $\angle BPD = 60°$ 일 때, 호 AC 와 BD 의 길이의 합은? (단, 호 AC, BD 는 길이가 짧은 쪽을 가리킨다.)



① 6π ② 8π ③ 9π ④ 12π ⑤ 15π

해설

점A 와 D 를 연결하는 보조선을 그으면



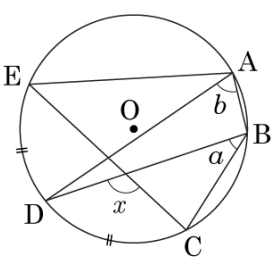
$\angle BAD = x$, $\angle CDA = y$ 라 하면

$x + y = 60°$, 즉 $5.0pt\overset{\frown}{AC} + 5.0pt\overset{\frown}{BD}$ 의 중심각은 $120°$

원의 둘레$= 2\pi \times 18 = 36\pi$

$\therefore (5.0pt\overset{\frown}{AC} + 5.0pt\overset{\frown}{BD}$의 길이$) = 36\pi \times \dfrac{120}{360} = 12\pi$

16. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{ED}}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{DC}}$ 이고, $\angle \mathrm{DBC} = a°$, $\angle \mathrm{DAB} = b°$ 일 때, x 의 값은?



① $a° + b°$ ② $180 - a°$

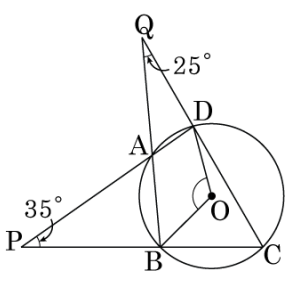
③ $180 - b°$ ④ $90 + a°$

⑤ $90 + b°$

해설

5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{ED}}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{DC}}$ 이므로 $\angle \mathrm{EAD} = \angle \mathrm{DBC} = a°$ 이고
내접사각형 ABCE 에서 $\angle \mathrm{EAB} = a° + b°$
한편, $\angle \mathrm{EAB}$ 의 대각 $\angle \mathrm{BCE} = 180° - (a° + b°)$ 이다.
따라서 $\angle x = \angle \mathrm{DBC} + \angle \mathrm{BCE} = a° + 180° - (a° + b°) = 180° - b°$
$\therefore\ x = 180 - b°$

17. 다음 그림에서 □ABCD 는 원 O 에 내접하고 $\angle DPC = 35°$, $\angle BQC = 25°$ 일 때, $\angle BOD$ 의 크기는?

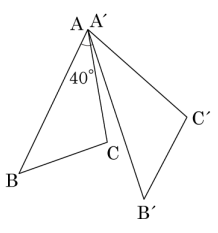


① $100°$ ② $110°$ ③ $120°$ ④ $135°$ ⑤ $150°$

해설

$\angle BCD = x$ 라 하면, $\angle DAQ = x$
$\angle ADQ = x + 35°$ (삼각형의 외각)
$\triangle QAD$ 에서 $x + 25° + (x + 35°) = 180°$
$\therefore x = 60°$
따라서 $\angle BOD = 2\angle BCD = 2 \times 60° = 120°$ 이다.

18. $\triangle A'B'C'$ 은 점 A 를 중심으로 $\triangle ABC$ 를 $40°$ 회전시킨 것이다. 점 A, B, B′, C′ 이 한 원주 위에 있을 때, $\angle ACB$ 의 크기는?



① $100°$ ② $105°$ ③ $110°$ ④ $115°$ ⑤ $120°$

해설

$\triangle ABB'$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AB'}$ 이므로 $\angle ABB' = \angle AB'B = \frac{1}{2}(180° - 40°) = 70°$, $\triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$ 이므로

$\angle ACB = \angle A'C'B'$

$\square ABB'C'$ 이 한 원 위에 있으므로 대각의 크기의 합이 $180°$

즉, $\angle ABB' + \angle AC'B' = 70° + \angle AC'B' = 180°$

$\therefore \angle AC'B = \angle ACB = 110°$

19. 한 변의 길이가 4 인 정사각형 ABCD 의 내부에 있는 한 점 P 가 $\overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \le 16$ 을 만족하면서 움직일 때, 점 P 가 움직이는 영역의 넓이를 구하여라.

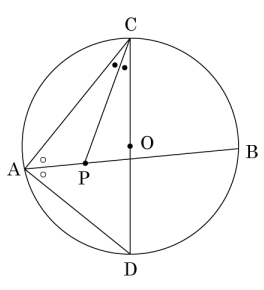
▶ 답 :

▷ 정답 : 2π

해설

$\overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \le 16 = \overline{BC}^2$ 이므로
$\triangle PBC$ 는 $\angle P \ge 90°$ 인 삼각형이다.
따라서 P 가 움직이는 영역의 넓이는
(반원 O 의 넓이)$= \frac{1}{2} \times 2^2 \times \pi = 2\pi$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 3cm 인 원 O 는 $\triangle ADC$ 의 외접원이고 $\overline{AB}$ 와 $\overline{CP}$ 는 $\angle CAD$ 와 $\angle ACD$ 의 이등분선이다. $\overline{CD}$ 는 원 O 의 지름일 때, $\overline{PB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: $3\sqrt{2}$ cm

해설

$\triangle ADC$ 에서 $\angle CAD = 90°$ 이므로 $\angle CAB = \angle BAD = 45°$
이 때, 원주각의 크기가 같으므로 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{BC} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{BD}$ $\therefore \overline{BC} = \overline{BD}$
또한, $\angle CBD = 90°$ 이므로 $\triangle CBD$ 는 직각이등변삼각형이다.
$\overline{CD} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{CB} = 3\sqrt{2}\text{cm}$

또, $\angle ACP = \angle PCD = a$ 라 하면 $\triangle CPA$ 의 외각의 성질에 의하여 $\angle CPB = 45 + a$
또한, $\angle BCD = 45°$ 이므로 $\angle BCP = 45 + a$
따라서 $\triangle BCP$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{PB} = \overline{CB}$ 이다.
$\therefore \overline{PB} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$