

1. $3x^4 - x^2 - 2$ 를 인수분해 하여라.

① $(3x^2 - 2)(x + 1)(x - 1)$

② $(3x^2 + 2)(x - 1)(x - 1)$

③ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x + 1)$

④ $(3x^2 + 3)(x + 1)(x - 1)$

⑤ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$

해설

$A = x^2$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = 3A^2 - A - 2$$

$$= (3A + 2)(A - 1)$$

$$= (3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$$

2. $x^4 - 6x^2 + 8$ 를 인수분해하면? (단, 유리수 범위에서 인수분해 하여라.)
- ① $(x^2 - 2)(x^2 - 4)$
 - ② $(x^2 - 2)(x - 4)(x + 4)$
 - ③ $(x^2 - 2)(x - 2)(x + 2)$
 - ④ $(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x - 2)(x + 2)$
 - ⑤ $(x^2 - \sqrt{2})(x - 2)(x + 2)$

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 6x^2 + 8 &= (x^2)^2 - 6x^2 + 8 \\ &= (x^2 - 2)(x^2 - 4) \\ &= (x + 2)(x - 2)(x^2 - 2) \end{aligned}$$

해설

인수정리를 이용할 수 있다.

$$f(x) = x^4 - 6x^2 + 8$$
$$f(2) = 0, \quad f(-2) = 0,$$

즉, $(x - 2)(x + 2)$ 로 나누어 떨어지므로
조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

3. 다음 중 다항식 $x^4 - 5x^2 + 4$ 를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$ ② $x - 2$ ③ $x - 3$ ④ $x + 1$ ⑤ $x + 2$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) \\ &= (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)\end{aligned}$$

4. $(x^2+x)(x^2+x-8)+12$ 를 인수분해 할 때, 다음 중 인수가 될 수 없는 것은?

① $x-1$ ② $x+1$ ③ $x-2$ ④ $x+2$ ⑤ $x+3$

해설

$$\begin{aligned}x^2+x &= A \text{로 놓으면 주어진 식은} \\A(A-8)+12 &= A^2-8A+12 \\&= (A-2)(A-6) \\\therefore (\text{준식}) &= (x^2+x-2)(x^2+x-6) \\&= (x-1)(x+2)(x-2)(x+3)\end{aligned}$$

5. 다항식 $(x+3)^4 - 6(x+3)^2 + 8$ 을 인수분해 하면 $(x+1)(x+5)g(x)$ 일 때, $g(-1)g(1)$ 의 값으로 옳은 것은?

① 28 ② 26 ③ 24 ④ 14 ⑤ 12

해설

$A = (x+3)^2$ 로 치환하면 주어진 식은

$$\begin{aligned} A^2 - 6A + 8 &= (A-4)(A-2) \\ &= (x^2 + 6x + 5)(x^2 + 6x + 7) \\ &= (x+1)(x+5)(x^2 + 6x + 7) \\ &= (x+1)(x+5)g(x) \end{aligned}$$

따라서, $g(x) = x^2 + 6x + 7$

$$\therefore g(-1) \times g(1) = 2 \times 14 = 28$$

6. $(x^2 + x)(x^2 + x + 1) - 6$ 을 인수분해하면?

- ① $(x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 3)$ ② $(x - 1)(x + 2)(x^2 + x - 3)$
③ $(x - 2)(x + 1)(x^2 + x + 3)$ ④ $(x - 1)(x + 2)(x^2 - x + 3)$
⑤ $(x + 1)(x - 2)(x^2 - x + 3)$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + x &= X \text{라 하자.} \\(\text{준식}) &= X(X + 1) - 6 \\&= X^2 + X - 6 \\&= (X + 3)(X - 2) \\&= (x^2 + x + 3)(x^2 + x - 2) \\&= (x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 3)\end{aligned}$$

7. $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-k$ 가 이차식의 완전제곱식으로 인수분해될 때, 상수 k 의 값을 정하면?

㉠ -1 ㉡ 1 ㉢ 0 ㉣ 2 ㉤ -2

해설

$$\begin{aligned} & (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-k \\ &= (x+1)(x+4)(x+2)(x+3)-k \\ &= (x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-k \\ & x^2+5x=X \text{로 치환하면} \\ & (\text{준식}) = (X+4)(X+6)-k \\ & \quad = X^2+10X+24-k \\ & \text{완전제곱식이 되려면 } 24-k=25 \\ & \therefore k=-1 \end{aligned}$$

8. $(x^2 - x)(x^2 - x + 1) - 6$ 을 인수분해 하면?

① $(x^2 - x + 2)(x - 3)(x + 1)$

② $(x^2 - x + 3)(x - 2)(x + 1)$

③ $(x^2 + x + 1)(x - 2)(x + 3)$

④ $(x^2 - x + 2)(x + 3)(x - 1)$

⑤ $(x^2 - x + 1)(x + 2)(x - 3)$

해설

$A = x^2 - x$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = A(A + 1) - 6$$

$$= A^2 + A - 6$$

$$= (A + 3)(A - 2)$$

$$\therefore, (x^2 - x + 3)(x^2 - x - 2)$$

$$= (x^2 - x + 3)(x - 2)(x + 1)$$

9. x 에 대한 다항식 $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+a$ 가 x 에 대한 완전제곱식으로 인수분해 될 때, 정수 a 의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+a \\ &= (x^2+5x+4)(x^2+5x+6)+a\end{aligned}$$

$x^2+5x+4=Y$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= Y(Y+2)+a \\ &= Y^2+2Y+a\end{aligned}$$

$\therefore$ 완전제곱식이 되려면 $a=1$

10. 다음 식 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)-3$ 을 인수분해하면?

- ① $(x^2-x+7)(x^2-5x+3)$ ② $(x^2-5x+7)(x^2-x+3)$
③ $(x^2-5x+6)(x^2-5x+3)$ ④ $(x^2-5x+7)(x^2-5x+3)$
⑤ $(x^2-2x+7)(x^2-5x+3)$

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)-3 \\ &= \{(x-1)(x-4)\}\{(x-2)(x-3)\}-3 \\ &= (x^2-5x+4)(x^2-5x+6)-3 \\ &= (x^2-5x)^2+10(x^2-5x)+24-3 \\ &= (x^2-5x)^2+10(x^2-5x)+21 \\ &= (x^2-5x+7)(x^2-5x+3) \end{aligned}$$

11. $(x^2+5x+4)(x^2+5x+2)-24$ 를 인수분해하면 $(x^2+ax+b)(x^2+cx+d)$ 일 때 $a+b+c+d$ 를 구하면?

① 16 ② -16 ③ 15 ④ 18 ⑤ 0

해설

$(x^2+5x+4)(x^2+5x+2)-24$ 에서
 $x^2+5x=t$ 로 치환하면
(준식) $= (t+4)(t+2)-24$
 $= t^2+6t+8-24 = t^2+6t-16$
 $= (t+8)(t-2)$
이 때 $t = x^2+5x$ 이므로
 $\therefore (x^2+5x+8)(x^2+5x-2)$
 $\therefore a=5, b=8, c=5, d=-2$
 $a+b+c+d = 5+8+5+(-2) = 16$

12. $(x+1)^2 + (x+1)(y+2) - 6(y+2)^2$ 의 인수를 구하면?

① $x - 2y + 3$

② $x - 2y - 3$

③ $x + 2y - 3$

④ $x + 3y - 7$

⑤ $x - 3y + 7$

해설

$x+1=a$, $y+2=b$ 라 하면

$$(x+1)^2 + (x+1)(y+2) - 6(y+2)^2$$

$$= a^2 + ab - 6b^2$$

$$= (a-2b)(a+3b)$$

$$= \{(x+1) - 2(y+2)\} \{(x+1) + 3(y+2)\}$$

$$= (x+1-2y-4)(x+1+3y+6)$$

$$= (x-2y-3)(x+3y+7)$$

13. 다항식 $(x-1)(x-3)(x+2)(x+4)+21$ 를 인수분해 하면?

① $(x^2-x-5)(x^2+x-9)$

② $(x^2-x-5)(x^2-x-9)$

③ $(x^2+x+5)(x^2+x+9)$

④ $(x^2+x-5)(x^2+x-9)$

⑤ $(x^2-x+5)(x^2+x+9)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x-1)(x+2)(x-3)(x+4)+21 \\ &= (x^2+x-2)(x^2+x-12)+21\end{aligned}$$

$x^2+x=A$ 로 치환하면,

$$\begin{aligned}(A-2)(A-12)+21 &= A^2-14A+45 \\ &= (A-9)(A-5)\end{aligned}$$

$$\therefore (x^2+x-9)(x^2+x-5)$$

14. 사차식 $x^4 - 10x^2y^2 + 9y^4$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 3y$

② $x - 2y$

③ $x - y$

④ $x + y$

⑤ $x + 3y$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 10x^2y^2 + 9y^4 &= (x^2 - 9y^2)(x^2 - y^2) \\&= (x - 3y)(x + 3y)(x - y)(x + y)\end{aligned}$$

15. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2) \\ \therefore a &= -1, b = 2 \\ \therefore ab &= -1 \times 2 = -2\end{aligned}$$

16. $a^4 - 7a^2 + 9$ 를 인수분해하면?

① $(a^2 + a + 3)(a^2 - a + 3)$

② $(a^2 - 2a - 3)(a^2 - a - 3)$

③ $(a^2 + a - 3)(a^2 - a - 3)$

④ $(a^2 + 2a - 3)(a^2 - a - 3)$

⑤ $(a^2 + a - 3)(a^2 - 2a - 3)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a^4 - 6a^2 + 9) - a^2 \\ &= (a^2 - 3)^2 - a^2 \\ &= (a^2 + a - 3)(a^2 - a - 3)\end{aligned}$$

17. $x^4 - 3x^2 + 1$ 을 인수분해 하면?

- ① $(x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)$ ② $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$
③ $(x^2 + 2x - 1)(x^2 - x - 1)$ ④ $(x^2 + x - 1)(x^2 - 2x - 1)$
⑤ $(x^2 + x + 1)(x^2 - 2x + 1)$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 3x^2 + 1 &= x^4 - 2x^2 + 1 - x^2 \\&= (x^2 - 1)^2 - x^2 \\&= (x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)\end{aligned}$$

18. $x^4 - 11x^2 + 1$ 이 $(x^2 + ax + b)(x^2 + 3x + b)$ 로 인수분해될 때, $a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 11x^2 + 1 &= (x^2 - 1)^2 - 9x^2 \\&= (x^2 - 1)^2 - (3x)^2 \\&= (x^2 - 3x - 1)(x^2 + 3x - 1) \\&= (x^2 + ax + b)(x^2 + 3x + b)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -3, b = -1$$

$$\therefore a + b = -4$$

19. 다항식 $ax + ay - bx - by$ 를 인수분해 하면?

① $x(a - b)$

② $(a - b)(x - y)$

③ $(a + b)(x - y)$

④ $(a - b)(x + y)$

⑤ $(a + b)(x + y)$

해설

$$\begin{aligned} ax + ay - bx - by &= a(x + y) - b(x + y) \\ &= (a - b)(x + y) \end{aligned}$$

20. $x^4 - 23x^2y^2 + y^4$ 을 인수분해 하면?

① $(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$

② $(x^2 + 2xy + y^2)(x^2 - 2xy + y^2)$

③ $(x^2 + 3xy + y^2)(x^2 - 3xy + y^2)$

④ $(x^2 + 4xy + y^2)(x^2 - 4xy + y^2)$

⑤ $(x^2 + 5xy + y^2)(x^2 - 5xy + y^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - 25x^2y^2 \\&= (x^2 + y^2)^2 - (5xy)^2 \\&= (x^2 + y^2 + 5xy)(x^2 + y^2 - 5xy) \\&= (x^2 + 5xy + y^2)(x^2 - 5xy + y^2)\end{aligned}$$

21. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 3$

② $x + 3$

③ $x^2 + 1$

④ $x^2 + 9$

⑤ $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$$

$$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$$

$$\textcircled{5} \quad x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$$