

1. 삼차다항식 $f(x)$ 와 이차다항식 $g(x)$ 가 다음의 세 조건을 만족한다.

- (A) $f(x)$ 를 $g(x)$ 로 나누면, 몫이 $x-2$ 이고 나머지가 $x+6$ 이다.
(B) $f(x) - (x-7)g(x)$ 는 $x+1$ 로 나누어떨어진다.
(C) 방정식 $g(x) = 2x+5$ 의 해는 $-2, 1$ 이다.

이 때, 방정식 $f(x) = 0$ 의 실근 중 가장 작은 것을 구하면 ?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

(A)에서 $f(x) = (x-2)g(x) + x+6$ 이므로 $x = -1$ 을 대입하면
 $f(-1) = -3g(-1) + 5 \cdots \cdots \textcircled{A}$

(B)에서 $f(-1) + 8g(-1) = 0 \cdots \cdots \textcircled{B}$

$\textcircled{A}, \textcircled{B}$ 를 연립하면,

$$f(-1) = 8, g(-1) = -1 \cdots \cdots \textcircled{C}$$

(C)에서 $g(x) - (2x+5) = 0$ 의 해가 $-2, 1$ 이므로,

$$g(x) - (2x+5) = a(x+2)(x-1)$$

$$g(x) = a(x+2)(x-1) + 2x+5$$

$$\textcircled{C} \text{에서 } g(-1) = -2a+3 = -1 \text{이므로 } a = 2$$

$$\therefore g(x) = 2x^2 + 4x + 1$$

$$\begin{aligned} \therefore f(x) &= (x-2)g(x) + x+6 \\ &= 2x^3 - 6x + 4 = 2(x-1)^2(x+2) \end{aligned}$$

따라서 방정식 $f(x) = 0$ 의 실근 중 가장 작은 것은 -2 이다.

2. 4차방정식 $x^4 + 2x^2 + 4x + 8 = 0$ 을 $(x^2 + a)^2 - (2x + b)^2 = 0$ 꼴로 변형한 후 네 근을 얻었다. 다음 중 네 근에 포함되는 것은?

① $1 \pm \sqrt{3}i$

② $1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$

③ $-1 \pm \sqrt{3}i$

④ $-1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$

⑤ $-1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & (x^2 + a)^2 - (2x + b)^2 \\ &= x^4 + (2a - 4)x^2 - 4bx + a^2 - b^2 \end{aligned}$$

이 식은 주어진 4차방정식과 같은 식이므로
 $2 = 2a - 4, 4 = -4b, 8 = a^2 - b^2$
 $\therefore a = 3, b = -1$
따라서 주어진 4차방정식은
다음과 같이 변형하면,
 $(x^2 + 3)^2 - (2x - 1)^2 = 0$
 $\therefore (x^2 - 2x + 4)(x^2 + 2x + 2) = 0$
 $\therefore x = 1 \pm \sqrt{3}i$ 또는 $x = -1 \pm i$

3. 다음 방정식의 실근의 합을 구하여라.

$$x^4 + 5x^3 - 12x^2 + 5x + 1 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x = 0$ 을 대입하면
 $1 = 0$ 이 되어 모순이므로 $x \neq 0$ 이다.
따라서, 주어진 식의 양변을
 x^2 으로 나누면
$$x^2 + 5x - 12 + \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$
$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 12 = 0$$
$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 14 = 0$$
여기서 $x + \frac{1}{x} = X$ 로 놓으면
$$X^2 + 5X - 14 = 0, (X + 7)(X - 2) = 0$$
$$\therefore X = -7 \text{ 또는 } X = 2$$
(i) $X = -7$ 일 때,
 $x + \frac{1}{x} = -7$ 에서
$$x^2 + 7x + 1 = 0$$
$$\therefore \frac{-7 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$
(ii) $X = 2$ 일 때,
 $x + \frac{1}{x} = 2$ 에서
$$x^2 - 2x + 1 = 0, (x - 1)^2 = 0$$
$$\therefore x = 1$$
(i), (ii)로부터
$$x = 1(\text{중근}) \text{ 또는 } x = \frac{-7 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$
따라서, 모든 근의 합은
$$1 + \frac{-7 + 3\sqrt{5}}{2} + \frac{-7 - 3\sqrt{5}}{2} = -6 \text{이다.}$$

4. 방정식 $x^3 - x^2 + ax - 1 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 상수 a 의 값과 나머지 두 근을 구하면?

① $a = 3, 1 \pm \sqrt{2}$

② $a = -3, 1 \pm \sqrt{2}$

③ $a = 3, 1 \pm \sqrt{3}$

④ $a = -3, 1 \pm \sqrt{3}$

⑤ $a = -1, 1 \pm \sqrt{2}$

해설

$x = -1$ 이 근이므로 $-1 - 1 - a - 1 = 0$ 에서 $a = -3$

인수정리와 조립제법을 이용하면

(좌변) $= (x + 1)(x^2 - 2x - 1) = 0$

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 근은 $1 \pm \sqrt{2}$

$\therefore a = -3$, 나머지 근은 $1 \pm \sqrt{2}$

5. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 상수 k 의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1 이므로 $x = -1$ 을 대입하면
 $(-1)^3 + 3(-1)^2 - k(-1) - 5 = 0$
 $\therefore k = 3$

6. 삼차방정식 $x^3 + 2x^2 + 3x + 4 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때,
 $\frac{\beta + \gamma}{\alpha} + \frac{\gamma + \alpha}{\beta} + \frac{\alpha + \beta}{\gamma}$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{3}{4}$ ③ -1 ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ -2

해설

삼차 방정식의 근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta + \gamma = -2, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 3, \alpha\beta\gamma = -4$$

$\beta + \gamma = -2 - \alpha, \gamma + \alpha = -2 - \beta, \alpha + \beta = -2 - \gamma$ 를 이용하면

$$(\text{주어진 식}) = \frac{-2 - \alpha}{\alpha} + \frac{-2 - \beta}{\beta} + \frac{-2 - \gamma}{\gamma}$$

$$= -2 \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} \right) - 3$$

$$= -2 \left(\frac{\beta\gamma + \alpha\gamma + \alpha\beta}{\alpha\beta\gamma} \right) - 3 = -\frac{3}{2}$$

7. 다음 중 $1+i$ 가 하나의 근이며 중근을 갖는 사차방정식은?

- ① $(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x + 1)$
② $(x^2 - 2x + 2)(x - 1)(x + 1)$
③ $(x^2 - 1)(x^2 - 2x - 1)$
④ $(x^2 + 1)(x - 1)(x + 1)$
⑤ $(x^2 + 1)(x^2 - 2x + 1)$

해설

한 근이 $1+i$ 이면
다른 한 근은 $1-i$ 이다.
 $\therefore \{x - (1+i)\} \{x - (1-i)\} = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 0$
주어진 조건에 맞는 방정식:
 $(x^2 - 2x + 2)(x - \alpha)^2 = 0$
 $\therefore$ ①이 조건에 맞다

8. 계수가 실수인 사차방정식 $x^4 + 2x^3 + ax^2 + bx + 15 = 0$ 의 한 근이 $1 + 2i$ 일 때, 나머지 세 근 중 실근의 합은?

① -4 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 4

해설

두 허근은 $1 + 2i$, $1 - 2i$ 나머지 두 실근을 α, β 라 하면
네 근의 합 : $(1 + 2i) + (1 - 2i) + \alpha + \beta = -2$
 $\therefore$ 두 실근의 합 : $\alpha + \beta = -4$

9. 이차방정식 $x^2 + x + 1 = 0$ 의 서로 다른 두 근을 α, β 라 할 때, $(\alpha + \beta) + (\alpha^2 + \beta^2) + \dots + (\alpha^{100} + \beta^{100})$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

이차방정식 $x^2 + x + 1 = 0$ 의
서로 다른 두 근이 α, β 이므로
 $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0, \beta^2 + \beta + 1 = 0$
또, $\alpha + \beta = -1, \alpha\beta = 1$
 n 이 양의 정수일 때,
 $\alpha^{n+2} + \alpha^{n+1} + \alpha^n$
 $= \alpha^n(\alpha^2 + \alpha + 1) = 0$
 $\beta^{n+2} + \beta^{n+1} + \beta^n$
 $= \beta^n(\beta^2 + \beta + 1) = 0$ 이므로
 $(\alpha + \beta) + (\alpha^2 + \beta^2) + \dots + (\alpha^{100} + \beta^{100})$
 $= \alpha + \{(\alpha^2 + \alpha^3 + \alpha^4) + \dots + (\alpha^{98} + \alpha^{99} + \alpha^{100})\}$
 $+ \beta + \{(\beta^2 + \beta^3 + \beta^4) + \dots + (\beta^{98} + \beta^{99} + \beta^{100})\}$
 $= \alpha + \beta = -1$

10. x, y 에 관한 연립방정식
- $$\begin{cases} kx + (1 - k)y = 2k + 1 \\ akx + (k + 1)y = b + 4k \end{cases} \quad \text{가 } k \text{의 값에 관계없이 일정한 근을 갖도}$$
- 록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a + b$ 의 값은?
- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$kx + (1 - k)y = 2k + 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$
$$akx + (k + 1)y = b + 4k \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$
$$\textcircled{1} \text{에서 } (x - y - 2)k + (y - 1) = 0$$
$$\Rightarrow x - y - 2 = 0, y - 1 = 0$$
$$\therefore x = 3, y = 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$
$$\textcircled{3} \text{을 } \textcircled{2} \text{에 대입하여 정리하면}$$
$$(3a - 3)k + (1 - b) = 0$$
$$\therefore a = 1, b = 1$$
$$\therefore a + b = 2$$

11. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=2 \\ ax-y=3 \end{cases}$ 의 해가 좌표평면의 제1사분면에 있기
 위한 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $a > -1$ ② $a < -1$ ③ $a > \frac{3}{2}$
 ④ $a < \frac{3}{2}$ ⑤ $a > -2$

해설

$$\begin{cases} x+y=2 & \cdots \textcircled{A} \\ ax-y=3 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$$\textcircled{A} + \textcircled{B} \text{에서 } (a+1)x=5$$

$$\therefore x = \frac{5}{a+1} \cdots \cdots \textcircled{C}$$

$$\textcircled{C} \text{을 } \textcircled{A} \text{에 대입하면 } \frac{5}{a+1} + y = 2$$

$$\therefore y = 2 - \frac{5}{a+1}$$

그런데 $x > 0, y > 0$ 이므로

$$\frac{5}{a+1} > 0, 2 - \frac{5}{a+1} > 0 \text{에서,}$$

$$a > \frac{3}{2}$$

12. 좌표평면에서 두 영역 $(x+y-1)(x-y-1) = 0$, $x^2-y^2 = 0$ 을 동시에 만족하는 (x, y) 의 개수는?
- ① 무한히 많다. ② 0 개 ③ 1 개
④ 2 개 ⑤ 4 개

해설

두 영역을 좌표평면에 나타내면 다음과 같다.

이것을 하나의 좌표평면에 그리면

위에서 점선과 실선의 교점의 개수는 2 개 이다.

13. 어떤 공장에서 A , B 의 두 제품을 생산하고 있다. A 제품의 생산량은 작년에 비하여 20% 증가하였고, B 제품은 25% 증가하였다. 올해 총 생산량이 작년보다 16개 늘어나 총 86개일 때, 작년의 B 제품의 생산량을 구하면?

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 40 개

해설

작년 두 제품의 생산량을 차례로 a , b 라고 하면,
올해는 각각 $1.2a$, $1.25b$ 이다.
 $a + b = 70$, $1.2a + 1.25b = 86$
연립하여 풀면, $a = 30$, $b = 40$

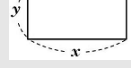
14. 가로, 세로의 길이가 세로의 길이보다 5 cm 더 긴 직사각형이 있다. 둘레의 길이가 34 cm 일 때, 이 직사각형의 가로, 세로의 길이를 구하여라.(단, 단위 생략)

▶ 답 :

▷ 정답 : 66

해설

직사각형의 가로, 세로의 길이를 각각 x cm, y cm 라 하면



$$x = y + 5 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또, 이 직사각형의 둘레는 $2(x + y)$ 이므로

$$2(x + y) = 34 \text{ 즉, } x + y = 17 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$y + 5 + y = 17, 2y = 12$$

$$\therefore y = 6$$

$$y = 6 \text{ 을 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } x = 11$$

$$\therefore xy = 11 \times 6 = 66$$

15. 집과 A 정류장 사이의 거리를 x m, A 정류장과 B 정류장 사이의 거리를 y m 라고 할 때, 다음에서 (가), (나) 를 식으로 나타내면? (단, 걸을 때의 속력은 60m/분 이고, 버스의 속력은 30km/시이다.)

(가) 집에서 A 정류장까지 걸어가서 3분을 기다린 후, 버스를 타고 B 정류장에 도착하는데 총 10분이 걸렸다.
(나) 다음 날은 집에서 어제 걸어난 길과 버스를 타고 간 길을 모두 걸어서 B 정류장에 도착하는데 28분이 걸렸다.

- ① (가) $25x + 3y = 10500$, (나) $x + y = 1680$
② (가) $25x + 3y = 10500$, (나) $x + y = 3360$
③ (가) $25x + 3y = 15000$, (나) $x + y = 1680$
④ (가) $25x + 3y = 15000$, (나) $x + y = 3360$
⑤ (가) $25x + 3y = 15000$, (나) $x + y = 1680$

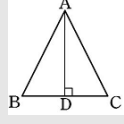
해설

시속 30 km $\Rightarrow$ 분속 500 m
(가) $\frac{x}{60} + 3 + \frac{y}{500} = 10$, $\frac{x}{60} + \frac{y}{500} = 7$
 $\therefore 25x + 3y = 10500$
(나) $\frac{x+y}{60} = 28$
 $\therefore x + y = 1680$

16. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC의 꼭지점 A에서 변 BC에 그은 수선의 발을 D라 하자. 삼각형 ABC의 둘레의 길이는 높이 AD의 길이의 4배이다. 이 때, $\frac{\overline{AB}}{\overline{BD}}$ 의 값은?

- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ 2
 ④ $\frac{1 + \sqrt{17}}{3}$ ⑤ $\frac{1 + \sqrt{9}}{3}$

해설



$\overline{AB} = \overline{AC} = a$, $\overline{BC} = 2b$, $\overline{AD} = h$ 라 놓으면

$$2a + 2b = 4h \cdots \cdots (\text{i})$$

$$a^2 = b^2 + h^2 \cdots \cdots (\text{ii})$$

(i)에서 $h = \frac{a+b}{2}$ 를 (ii)에 대입하여 정리하면

$$3a^2 - 2ab - 5b^2 = 0 \cdots \cdots (\text{iii})$$

(iii)식의 양변을 b^2 으로 나누고

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BD}} = \frac{a}{b} = x \text{라 놓으면}$$

$$3x^2 - 2x - 5 = 0$$

$$\therefore (x+1)(3x-5) = 0$$

$$\therefore x = \frac{5}{3} (\because x > 0)$$

17. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=3 \\ x^2+2xy+y^2=1 \end{cases}$ 에서 xy 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$y = x - 3$ 을 이차식에 대입하면

$$x^2 + 2x(x - 3) + (x - 3)^2 = 1$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\therefore x = 1, 2$$

$$(i) \ x = 1 \text{ 일 때 } y = -2$$

$$(ii) \ x = 2 \text{ 일 때 } y = -1$$

$$\text{따라서 } xy = -2$$

18. 연립방정식
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x = 0 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 + x + y = 2 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$
 을 풀면 $x = \alpha, y = \beta$

또는 $x = \gamma, y = \delta$ 이다. 이 때, $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

인수분해되는 식은 없으나 이차항을 소거할 수 있다.

$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$ 에서 $x - y = -2$, 즉 $y = x + 2$

$\textcircled{㉠}$ 에 대입하여 정리하면

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$(x + 1)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -1, -2$$

$$\therefore x = -1, y = 1 \text{ 또는 } x = -2, y = 0$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 = 6$$

19. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=xy \\ \frac{y}{x}+\frac{x}{y}=0 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 의 합 $x+y$ 의 값은?
(단, $xy \neq 0$)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = 0$ 에서

$$\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{(x+y)^2 - 2xy}{xy} \text{ 이므로}$$

$x+y=u, xy=v$ 라 하면
주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} u-v=0 \cdots \textcircled{1} \\ \frac{u^2-2v}{v}=0 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①을 ②에 대입하면

$$\frac{u^2-2v}{v} = \frac{v(v-2)}{v} = 0$$

$\therefore v=0$ 또는 $v=2$

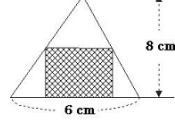
그런데 주어진 조건에서

$v=xy \neq 0$ 이므로 $v=2$ 이다.

따라서, ①에서 $u=v=2$ 이므로

$x+y=2$

20. 철민이는 그림과 같이 밑변의 길이가 6 cm , 높이가 8 cm 인 삼각형 모양의 나무 판자를 가지고 있다. 이 판자를 그림과 같이 잘라 넓이가 12 cm^2 인 직사각형 모양의 판자를 만들려고 한다. 이 때, 이 판자의 가로 길이를 구하여 라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

삼각형에 내접하는 직사각형의 가로를 α , 세로를 β 라 하자.
다음 조건에 의해 $\alpha : 8 - \beta = 3 : 4$
 $\Rightarrow 3\beta = 24 - 4\alpha$,
넓이가 12 이므로 $\alpha\beta = 12$
 $\therefore \alpha\beta = \alpha(8 - \frac{4}{3}\alpha) = 12, (\alpha - 3)^2 = 0$
 $\therefore \alpha = 3$

21. 0이 아닌 실수 x, y 가 $(x^2 + 1)(y^2 + 4a^2) - 8axy = 0$ 을 만족할 때, x 에 관한 이 방정식은 실수 a 에 관계없이 일정한 근을 갖는다. 그 근을 모두 구하여라. ($a \neq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : -1

해설

$(x^2 + 1)(y^2 + 4a^2) - 8axy = 0$ 에서
 $x^2y^2 + 4a^2x^2 + y^2 + 4a^2 - 8axy = 0$
 $(x^2y^2 - 4axy + 4a^2) + (y^2 - 4axy + 4a^2x^2) = 0$
 $(xy - 2a)^2 + (y - 2ax)^2 = 0$
 $xy - 2a, y - 2ax$ 는 실수이므로
 $xy - 2a = 0, y - 2ax = 0$
 $\therefore xy = 2a, y = 2ax$
두 식을 연립하면, $2ax^2 = 2a$
($a \neq 0$) 이므로 $x^2 = 1, x = \pm 1$

22. $x^2 + y^2 - 2y + 1 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 의 합 $x + y$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 - 2y + 1 = 0 \text{에서 } x^2 + (y - 1)^2 = 0$$

x, y 는 실수이므로 $x^2 \geq 0, (y - 1)^2 \geq 0$

따라서, $x = 0, y - 1 = 0$ 이므로 $x = 0, y = 1$

$$\therefore x + y = 0 + 1 = 1$$

23. 방정식 $2x^2 + 2xy + 5y^2 + 6x + 12y + 9 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

준식을 y 에 대한 내림차순으로 정리하면

$$5y^2 + 2(x+6)y + (2x^2 + 6x + 9) = 0$$

y 가 실근을 가져야 하므로 판별식 $\frac{D}{4} \geq 0$

$$\begin{aligned}\frac{D}{4} &= (x+6)^2 - 5(2x^2 + 6x + 9) \\ &= -9x^2 - 18x - 9 = -9(x+1)^2 \geq 0\end{aligned}$$

따라서 $-9(x+1)^2 = 0$

$$x+1 = 0$$

$$\therefore x = -1$$

준식에 $x = -1$ 을 대입하면

$$2 - 2y + 5y^2 - 6 + 12y + 9 = 0$$

$$5y^2 + 10y + 5 = 0$$

$$5(y+1)^2 = 0$$

$$\therefore y = -1$$

$$\therefore x + y = -2$$

24. $x^2 + y^2 = x^3$ 을 만족하는 자연수 쌍 (x, y) 의 개수는?

① 0

② 1

③ 2

④ 무수히 많다.

⑤ 답 없음.

해설

$x^2 + y^2 = x^3$, $y^2 = x^2(x - 1)$, $x - 1 = k^2$ 을 만족하는 정수 k 를
택하면, $y = xk$ 가 된다.

따라서 $x^2 + y^2 = x^3$ 을 만족하는 자연수 쌍 (x, y) 는 무수히
많다.

25. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - (2a-1)x + a+1 = 0$ 의 두 근 α, β 가 모두 정수일 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값을 구하면? (단, a 는 자연수)

- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{6}{5}$

해설

근이 정수이려면 판별식 $D = (2a-1)^2 - 4(a+1) = k^2$ (k 는 정수) 이어야 한다. 이 식을 정리하면 $4a^2 - 8a - 3 = k^2$, $(2a-2)^2 - 7 = k^2$, $(2a-2)^2 - k^2 = 7$, $(2a-2+k)(2a-2-k) = 7$ a, k 는 정수이므로
(i) $2a-2+k = 1$, $2a-2-k = 7$ 에서
 $a = 3$, $k = -3$
(ii) $2a-2+k = 7$, $2a-2-k = 1$ 에서
 $a = 3$, $k = 3$
(iii) $2a-2+k = -1$, $2a-2-k = -7$ 에서 $a = -1$, $k = 3$
(iv) $2a-2+k = -7$, $2a-2-k = -1$ 에서 $a = -1$, $k = -3$
그런데 $a > 0$ 이므로 $a = 3$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{2a-1}{a+1} = \frac{5}{4}$$