

1. 이차함수 $y = x^2 - 2(k-1)x + 9$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위한 정수 k 의 개수는?

- ① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

이차함수 $y = x^2 - 2(k-1)x + 9$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않으려면

이차방정식 $y = x^2 - 2(k-1)x + 9 = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때

$$D < 0 \text{ 이어야 한다.}$$

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - 9 < 0$$

$$k^2 - 2k - 8 < 0, (k+2)(k-4) < 0$$

$$\therefore -2 < k < 4$$

따라서, k 값 중 정수인 것은 $-1, 0, 1, 2, 3$ 의 5개이다.

2. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 12$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + k$ 가 만나기 위한 k 의 최솟값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

두 그래프가 만나려면 연립 방정식의 판별식이 0 보다 크거나 같아야 한다.

$$\Rightarrow 2x + k = x^2 - 6x + 12$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x + 12 - k = 0$$

$$\frac{D}{4} = 4^2 - 12 + k \geq 0$$

$$\Rightarrow k \geq -4$$

\therefore 최솟값 : -4

3. 이차함수 $y = 2x^2 - 3x + 1$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 의 두 교점의 x 좌표가 각각 1, 5일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

- ① -81 ② -45 ③ 0 ④ 5 ⑤ 14

해설

이차방정식 $2x^2 - 3x + 1 = ax + b$, 즉 $2x^2 - (3+a)x + 1 - b = 0$ 의 두 근이 1, 5이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$1 + 5 = \frac{3+a}{2}, \quad 1 \times 5 = \frac{1-b}{2}$$

$$\therefore a = 9, \quad b = -9$$

$$\therefore ab = -81$$

4. x 에 대한 방정식 $|x^2 + 2x - 3| = k$ 가 양의 근 2개와 음의 근 2개를 갖도록 하는 상수 k 의 값의 범위는?

① $k \geq 3$

② $k > 4$

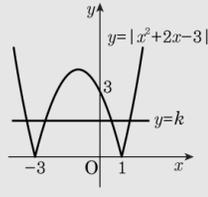
③ $3 \leq k < 4$

④ $0 < k < 3$

⑤ $0 < k < 4$

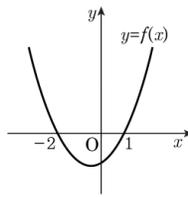
해설

방정식 $|x^2 + 2x - 3| = k$ 의 근은
두 함수 $y = |x^2 + 2x - 3|$, $y = k$ 의
그래프의 교점의 x 좌표와 같다.
따라서 그림에서 교점의 x 좌표가 양
수 2개,
음수 2개가 되려면 $0 < k < 3$



5. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $f(x+a) = 0$ 의 두 실근의 합이 5가 되도록 하는 상수 a 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ -1
 ④ 0 ⑤ 1



해설

$y = f(x+a)$ 의 그래프는 $y = f(x)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-a$ 만큼 평행이동한 것이다.

$y = f(x)$ 이 그래프가

x 축과 만나는 점의 좌표가 $-2, 1$ 이므로

$y = f(x+a)$ 의 그래프가

x 축과 만나는 점의 좌표는 $-2-a, 1-a$

따라서, 방정식 $f(x+a) = 0$ 의 두 실근이

$-2-a, 1-a$ 이고

그 합이 5이므로 $-2-a+1-a=5$

$\therefore a = -3$

6. 직선 $y = mx - 4$ 가 이차함수 $y = 2x^2 - 3$ 의 그래프에 접하도록 하는 양수 m 의 값은?

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $\sqrt{6}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

해설

이차방정식 $2x^2 - 3 = mx - 4$, 즉 $2x^2 - mx + 1 = 0$ 이 이차방정식이 중근을 가져야 하므로

$$D = (-m)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 0$$

$$m^2 - 8 = 0, m^2 = 8$$

$$\therefore m = 2\sqrt{2} (\because m > 0)$$

7. 직선 $y = x + 4$ 에 평행하고, 곡선 $y = -x^2 + 2$ 에 접하는 직선의 방정식은?

- ① $4x + 4y = 9$ ② $4x - 4y = 9$ ③ $-4x + 4y = 9$
④ $-4x - 4y = 5$ ⑤ $-4x - 4y = -5$

해설

직선 $y = x + 4$ 에 평행한 직선의 방정식을 $y = x + k$ 라 하면
이차방정식 $x + k = -x^2 + 2$,

즉 $x^2 + x + k - 2 = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때,

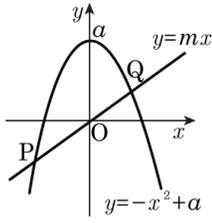
$$D = 1 - 4k + 8 = 0$$

$$\therefore k = \frac{9}{4}$$

따라서, 구하는 직선의 방정식은 $y = x + \frac{9}{4}$

$$\therefore -4x + 4y = 9$$

8. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = -x^2 + a$ 의 그래프와 직선 $y = mx$ 가 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. 점 Q의 x좌표가 $\sqrt{5} - 1$ 일 때, $a + m$ 의 값을 구하여라. (단, a, m 은 유리수)



▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$y = -x^2 + a$ 와 $y = mx$ 가 만나는 두 점 P, Q의 x좌표는 방정식이 $-x^2 + a = mx$ 의 근이다.

점 Q의 x좌표가 $\sqrt{5} - 1$ 이므로

방정식 $x^2 + mx - a = 0$ 의 한 근이 $\sqrt{5} - 1$ 이다.

그런데 a 와 m 이 유리수이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5} - 1$ 이다.

따라서, 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$-m = (\sqrt{5} - 1) + (-\sqrt{5} - 1) = -2$$

$$-a = (\sqrt{5} - 1)(-\sqrt{5} - 1) = -4$$

$$\therefore a = 4, m = 2 \quad \therefore a + m = 6$$

9. x 에 관한 방정식 $|x^2 - 1| - x - k = 0$ 이 서로 다른 네 개의 실근을 가질 때, k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $1 < k < \frac{5}{4}$ ② $1 \leq k \leq \frac{5}{4}$ ③ $-5 < k < -\frac{5}{4}$
 ④ $k < 1, k > \frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{4}{5} < k < 1$

해설

$|x^2 - 1| - x - k = 0$ 을 변형하여 분리하면

$$|x^2 - 1| = x + k, y = |x^2 - 1|, y = x + k$$

이 두 함수가 4개의 교점을 가지려면

다음그림과 같아야 한다.

$$y = -x^2 + 1, y = x + k$$

두 점에서 만나야하므로

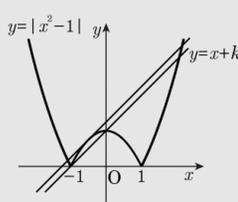
$x^2 + x + k - 1 = 0$ 의 판별식 $D > 0$ 이어야 한다.

$$D = 1 - 4k + 4 > 0 \quad \therefore k < \frac{5}{4}$$

또, 직선 $y = x + k$ 는 점 $(-1, 0)$ 을 지나는 직선 위에 존재해야하므로

$$0 < -1 + k \quad \therefore k > 1$$

$$\therefore 1 < k < \frac{5}{4}$$



10. 이차함수 $y = x^2 + 2x - 1$ 의 그래프와 직선 $y = x + k$ 가 서로 다른 두 점 P, Q 에서 만난다. 점 P 의 x 좌표가 -3 일 때, PQ 의 길이는?
(단, k 는 상수)

- ① 5 ② $5\sqrt{2}$ ③ 7 ④ $7\sqrt{2}$ ⑤ $7\sqrt{5}$

해설

이차함수 $y = x^2 + 2x - 1$ 의 그래프와
직선 $y = x + k$ 가 두 점 P, Q 에서 만나므로
P, Q 의 x 좌표는 이차방정식 $x^2 + 2x - 1 = x + k$
즉 $x^2 + x - 1 - k = 0 \cdots \textcircled{1}$ 의 두 실근과 같다.
점 P 의 x 좌표가 -3 이므로
 $\textcircled{1}$ 에 $x = -3$ 을 대입하면 $9 - 3 - 1 - k = 0$
 $\therefore k = 5$
 $k = 5$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $x^2 + x - 6 = 0$
 $(x + 3)(x - 2) = 0$
 $\therefore x = -3$ 또는 $x = 2$
따라서 점 Q 의 x 좌표는 2 이다.
두 점 P, Q 가 직선 $y = x + 5$ 위의 점이므로
 $P(-3, 2), Q(2, 7)$
 $\therefore \overline{PQ} = \sqrt{\{2 - (-3)\}^2 + (7 - 2)^2} = \sqrt{50}$
 $= 5\sqrt{2}$