

1. 다항식 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$ 를 일차식 $x + 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

- ① -10 ② 10 ③ -4 ④ 4 ⑤ 0

해설

$f(x) = (x + 1)Q(x) + R$ 이라고 놓으면

$$f(-1) = R$$

$$\therefore f(-1) = -1 - 2 - 3 - 4 = -10$$

따라서 $R = -10$

2. $x = 1 - \sqrt{3}i$ 일 때, $x^2 - 2x + 1$ 의 값은?

① -3

② -2

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$$x = 1 - \sqrt{3}i \text{ 에서}$$

$$x - 1 = -\sqrt{3}i \text{ 의 양변을 제곱하면}$$

$$(x - 1)^2 = (-\sqrt{3}i)^2$$

$$x^2 - 2x = -4 \text{ 이므로}$$

$$x^2 - 2x + 1 = -4 + 1 = -3$$

3. 원의 중심이 $(1, -2)$ 이고, 반지름이 3 인 원을 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 일 때, $A + B + C$ 의 값은?

① 4

② 2

③ 0

④ -2

⑤ -4

해설

원의 중심이 $(1, -2)$ 이고, 반지름이 3 인 원은
 $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3^2$ 으로 나타낼 수 있다.

이 식을 전개하면

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = 9$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$$

$$\text{따라서 } A + B + C = -2 + 4 - 4 = -2$$

4. 좌표평면 위의 점 P 를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 후, 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하였더니 점 (3, 2) 가 되었다. 이 때, 점 P 의 좌표는?

① (0, 2)

② (3, -1)

③ (0, 3)

④ (2, 1)

⑤ (1, 2)

해설

점 P 의 좌표를 (a, b) 라 하고 점 P 를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동하면 $(a + 2, b)$ 이 점을 다시 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하면 $(b, a + 2)$ 이것이 점 (3, 2) 와 일치해야 하므로
 $b = 3, a + 2 = 2$
 $\therefore a = 0$
따라서, 점 P 의 좌표는 (0, 3) 이다.

5. $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b$ 가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b 의 값은?

① $a = 12, b = 9$

② $a = -12, b = 9$

③ $a = 12, b = -9$

④ $a = -12, b = -9$

⑤ $a = 9, b = 12$

해설

$x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b = (x^2 + px + q)^2$ 으로 놓으면
이 식의 우변은

$$\begin{aligned} & x^4 + 2x^2(px + q) + (px + q)^2 \\ &= x^4 + 2px^3 + (p^2 + 2q)x^2 + 2pqx + q^2 \end{aligned}$$

좌변과 계수를 비교하면

$$2p = 4, \quad p^2 + 2q = -2$$

$$p = 2, \quad q = -3 \text{에서}$$

$$a = 2pq = -12, \quad b = q^2 = 9$$

6. 두 다항식 $x^2 - 4x + 3a + b$ 와 $x^2 + bx - 6$ 의 최대공약수가 $x - 2$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 8

해설

$$f(x) = x^2 - 4x + 3a + b,$$

$$g(x) = x^2 + bx - 6 \text{이라 하면}$$

$f(x)$ 와 $g(x)$ 는 모두 $x - 2$ 로 나누어떨어지므로

$$f(2) = g(2) = 0 \text{에서}$$

$$f(2) = 4 - 8 + 3a + b = 0, g(2) = 4 + 2b - 6 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 1 \therefore a + b = 2$$

7. $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = -\sqrt{2}$

② $x = \sqrt{2}$

③ $x = 0$

④ $x = 4 - \sqrt{2}i$

⑤ $x = 6$

해설

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + (\sqrt{2})^2 = (x - \sqrt{2})^2 = 0$$

$$\therefore x = \sqrt{2}$$

8. 두 부등식 $2x - 1 > 0$, $(x + 1)(x - a) < 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값의 범위가 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이 되도록 하는 정수 a 의 값은? (단, $a > 1$)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$2x - 1 > 0$$

$$\therefore x > \frac{1}{2} \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$(x + 1)(x - a) < 0$$

$$\therefore -1 < x < a \cdots \cdots \textcircled{2}$$

즉 ①, ②의 공통 부분이 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이므로

$$\therefore a = 3$$

9. 좌표평면 위의 두 점 $A(3, 1)$, $B(6, 4)$ 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 $2 : 1$ 로 내분하는 점 P 와 외분하는 점 Q 사이의 거리는?

① $\sqrt{2}$

② 2

③ $2\sqrt{2}$

④ 4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

내분점 $P(5, 3)$, 외분점 $Q(9, 7)$ 이므로
 $\overline{PQ} = 4\sqrt{2}$

10. 다음 연립방정식이 $x = y = 0$ 이외의 해를 가질 때, k 의 값은?

$$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 3x + y = kx \end{cases}$$

① $\frac{5}{2}$

② $-\frac{5}{2}$

③ $\frac{3}{2}$

④ $-\frac{3}{2}$

⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$$x + 2y = 0 \cdots \textcircled{㉠},$$

$$3x + y = kx \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \times 2 \text{ 하면 } (2k - 5)x = 0$$

$$\textcircled{㉠} \times (3 - k) - \textcircled{㉡} \text{ 하면 } (2k - 5)y = 0$$

따라서 $k \neq \frac{5}{2}$ 일 때

$$x = y = 0$$

$$k = \frac{5}{2} \text{ 일 때}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 는 $x + 2y = 0$ 이 되어 부정

(참고) $k \neq \frac{5}{2}$ 일 때

두 직선은 원점에서 만나고,

$k = \frac{5}{2}$ 일 때 두 직선은 모두

원점을 지나면서 일치한다.

결국 기울기가 같으면 되므로 처음부터

$$-\frac{1}{2} = k - 3 \text{ 으로 해도 된다.}$$

11. 세 점 $P(-1, 4), Q(3, 6), R(0, -3)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 외접원의 방정식은?

① $x^2 + y^2 - x - 2y - 3 = 0$

② $x^2 + y^2 + 2x - 1y - 10 = 0$

③ $x^2 + y^2 - 4x - 5y - 8 = 0$

④ $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$

⑤ $x^2 + y^2 - 6x - 5y - 20 = 0$

해설

구하는 원의 방정식을 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

으로 놓으면 이 원이

세 점 $P(-1, 4), Q(3, 6), R(0, -3)$ 을

지나므로 차례로 대입하면

$$1 + 16 - A + 4B + C = 0 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$9 + 36 + 3A + 6B + C = 0 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$$9 - 3B + C = 0 \quad \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$$A = -6, B = -2, C = -15$$

따라서, 구하는 원의 방정식은

$$x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$$

12. 직선 $x + 3y - k = 0$ 이 원 $(x - 5)^2 + y^2 = 3$ 의 넓이를 이등분할 때, k 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

직선이 원의 넓이를 이등분하려면 직선이 원의 중심을 지나면 된다.

따라서 원의 중심 $(5, 0)$ 이 직선 위에 있으므로 $5 - k = 0$

$\therefore k = 5$

13. 다항식 $f(x)$ 를 $x + \frac{1}{3}$ 으로 나누었을 때, 몫과 나머지를 $Q(x)$, R 라고 한다. 이 때, $f(x)$ 를 $3x + 1$ 으로 나눈 몫과 나머지를 구하면?

① $Q(x)$, R

② $3Q(x)$, $3R$

③ $3Q(x)$, R

④ $\frac{1}{3}Q(x)$, R

⑤ $\frac{1}{3}Q(x)$, $\frac{1}{3}R$

해설

$$f(x) = Q(x) \left(x + \frac{1}{3} \right) + R = \frac{1}{3}Q(x)(3x + 1) + R$$

14. 복소수 α, β 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\overline{\alpha + \beta} = \bar{\alpha} + \bar{\beta}$

② $\overline{\alpha^n} = (\bar{\alpha})^n$

③ $\overline{\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)} = \frac{\bar{\beta}}{\bar{\alpha}}$ (단, $\alpha \neq 0$)

④ $\overline{(\bar{\alpha})} = \alpha$

⑤ $\alpha + \bar{\alpha} = \alpha\bar{\alpha}$ 이면 α 는 허수이다.

해설

⑤ (반례) $\alpha = 2, \bar{\alpha} = 2$

15. $y = -2x^2 + 4x + 3k$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -4 만큼 평행이동시키면 최댓값 10 을 갖는다. 이 때, k 의 값을 구하면?

① -1

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$y = -2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3k = -2(x - 1)^2 + 2 + 3k$$

$y = -2(x - 1)^2 + 2 + 3k$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 식은

$$y = -2(x - 1)^2 + 2 + 3k - 4 \text{ 이다.}$$

최댓값이 10 이 되었으므로

$$2 + 3k - 4 = 10$$

$$3k = 12$$

$$\therefore k = 4$$

16. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, a, b, c 는 실수이다)

보기

㉠ $a > b$ 이면 $ac > bc$

㉡ $a > b$ 이면 $\frac{a}{c^2} > \frac{b}{c^2}$

㉢ $a > b$ 이면 $\frac{c^2}{a} > \frac{c^2}{b}$

㉣ $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠의 반례 : $a > b$ 이고 $c = 0$ 인 모든 실수 (거짓)

㉡. $a > b$ 이면 $\frac{a}{c^2} > \frac{b}{c^2}$ (참)

㉢의 반례 : $a > b$ 이고 $c = 0$ 인 모든 실수 (거짓)

㉣. $a > b$ 이고 $|a| < |b|$ 인 모든 실수 (거짓)

17. 부등식 $2[x]^2 - 9[x] + 9 < 0$ 을 만족하는 x 의 값의 범위는? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수)

① $\frac{2}{3} < x < \frac{7}{2}$

② $\frac{3}{2} < x \leq 3$

③ $2 \leq x < 3$

④ $1 \leq x < 3$

⑤ $1 \leq x \leq 4$

해설

$[x] = t$ 로 놓으면 $2t^2 - 9t + 9 < 0$ 이므로
부등식을 풀면 $(2t - 3)(t - 3) < 0$

$$\therefore \frac{3}{2} < t < 3$$

따라서, $\frac{3}{2} < [x] < 3$ 에서 $[x] = 2$

$$\therefore 2 \leq x < 3$$

18. 다음 중 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 - 6x + k > 0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 값이 아닌 것은?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $x^2 - 6x + k > 0$ 이 성립해야 하므로

이차방정식 $x^2 - 6x + k = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 9 - k < 0$$

$$\therefore k > 9$$

따라서, k 의 값이 될 수 없는 것은 ①이다.

19. 어부 김씨는 둘레 길이가 28 cm 인 직사각형 모양의 양식장의 넓이를 48 m^2 이상이 되도록 지으려고 한다. 이 때 양식장의 한 변의 길이를 최대 얼마로 해야 하는가?

① 5 m

② 6 m

③ 7 m

④ 8 m

⑤ 9 m

해설

양식장의 가로 길이를 $x\text{ m}$ 라고 하면

둘레의 길이는 28 m 이므로

세로의 길이는 $(14 - x)\text{ m}$ 이다.

양식장의 넓이가 48 m^2 이상이므로

$$x(14 - x) \geq 48, 14x - x^2 - 48 \geq 0$$

$$x^2 - 14x + 48 \leq 0, (x - 6)(x - 8) \leq 0$$

$$\therefore 6 \leq x \leq 8$$

따라서 한 변의 길이를 최대 8 m 로 해야 한다.

20. 이차방정식 $x^2 - (a+1)x - 3 = 0$ 의 한 근은 1보다 크고, 다른 한 근은 1보다 작도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하면?

① $a > -1$

② $a > -2$

③ $a > -3$

④ $a > -4$

⑤ $a > -5$

해설

$f(x) = x^2 - (a+1)x - 3$ 이라 하면
 $f(x) = 0$ 의 한 근은 1보다 크고
 다른 한 근은 1보다 작으므로
 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
 즉, $f(1) < 0$ 이므로 $-a - 3 < 0$
 $\therefore a > -3$

