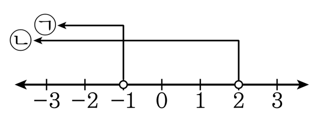
1. 다음은 연립부등식 $\begin{cases} ax+b<0 \cdots ㉠ \\ cx+d>0 \cdots ㉡ \end{cases}$ 의 해를 수직선 위에 나타낸 것이다. 이 때, 연립부등식의 해는?



① $x<-1$　② $x<2$　③ $-1<x<2$
④ $-1 \le x < 2$　⑤ $x>-1$

해설

$x<-1$과 $x<2$ 의 공통부분이 연립부등식의 해이다.
$\therefore\ x<-1$

2. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} 2x-5>3-2x \\ 2(x-3) \le x+4 \end{cases}$$

① $2 \le x < 10$ ② $2 < x \le 10$ ③ $2 < x < 10$
④ $2 \le x \le 10$ ⑤ $x \le 10$

해설

첫 번째 부등식에서 $x > 2 \cdots\cdots$ ㉠
두 번째 부등식에서 $2x-6 \le x+4$
$\therefore x \le 10 \cdots\cdots$ ㉡
따라서, 구하는 해는 ㉠과 ㉡를
동시에 만족하는 x의 값이므로
$\therefore 2 < x \le 10$

3. 두 점 A(3, 2), B(a, b) 를 1 : 3으로 내분하는 점을 P(2, 1) 이라고 할 때, ab 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

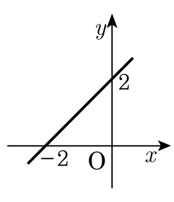
$\mathrm{P}\left(\dfrac{1\cdot \mathrm{a}+3\cdot 3}{1+3},\ \dfrac{1\cdot \mathrm{b}+3\cdot 2}{1+3}\right)=\mathrm{P}(2,\ 1)$ 이므로,

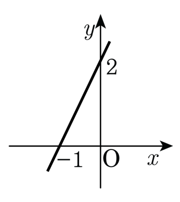
$\dfrac{1\cdot a+3\cdot 3}{1+3}=2,\ a+9=8\ \therefore\ a=-1$

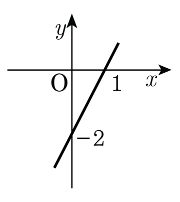
$\dfrac{1\cdot b+3\cdot 2}{1+3}=1,\ b+6=4\ \therefore\ b=-2$

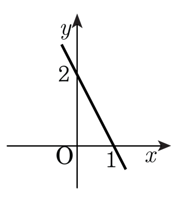
$\therefore\ ab=2$

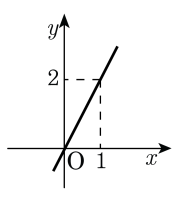
4. 다음 중 직선 $y=2(x+1)$ 을 나타내는 그래프는?

①


②


③


④


⑤


해설

$y=2(x+1)=2x+2$ 이므로, 기울기가 2 이고,
y 절편이 2 인 그래프는 ②번이다.

5. a, b는 정수이고, ax^3+bx^2+1이 x^2-x-1로 나누어 떨어질 때, b의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

ax^3+bx^2+1

$=(x^2-x-1)(ax-1)$

$=ax^3-(1+a)x^2+(1-a)x+1$

양변의 계수를 비교하면

$-(1+a)=b, 1-a=0$

$\therefore\ a=1, b=-2$

6. 복소수 $z = 1 - i$ 라고 할 때, $wz + 1 = \overline{w}$ 를 만족하는 복소수 w 의 실수부분을 구하면? (단, $\overline{w}$ 는 w 의 켤레복소수이다.)

① -2　② -1　③ 1　④ $\frac{1}{2}$　⑤ 2

해설

$w = a + bi$ 라 하면

$$\begin{aligned}(a+bi)(1-i)+1 &= a - ai + bi + b + 1 \\ &= (a+b+1) - (a-b)i \\ &= a - bi\end{aligned}$$ 에서

$a + b + 1 = a$, $\therefore\ b + 1 = 0$ 이므로 $b = -1$

$a - b = b$ 이므로 $a + 1 = -1$ 에서 $a = -2$

따라서 w 의 실수부분은 -2

7. $3x-1 \ge 5$, $\dfrac{x+4}{3}-5 \le -3$을 모두 만족하는 x의 값은?

① $-2 \le x \le 2$ ② -2 ③ 2
④ 없다. ⑤ 0

해설

$3x-1 \ge 5$ 에서 $3x \ge 6$
$\therefore\ x \ge 2$
$\dfrac{x+4}{3}-5 \le -3$ 에서 $x+4-15 \le -9$
$\therefore\ x \le 2$
$\therefore x = 2$

8. $2x-1>0$, $x^2-3x-4<0$를 동시에 만족하는 x 중에서 정수인 것의 개수는?

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

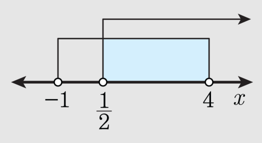
해설

$2x-1>0$

$\therefore x>\frac{1}{2}\cdots\cdots$ ㉠

$(x+1)(x-4)<0$

$\therefore -1<x<4\cdots\cdots$ ㉡



㉠, ㉡의 공통 부분은

$\therefore \frac{1}{2}<x<4$

따라서 x 중에서

정수인 것은 1, 2, 3의 3개다.

9. 세 점 A$(1, 4)$, B $(-1, 2)$, C $(5, a)$가 일직선 위에 있을 때, 상수 a의 값을 구하면?

① 2 ② 8 ③ 10 ④ -2 ⑤ -4

해설

A, B를 지나는 직선의 방정식은

기울기 $= \dfrac{4-2}{1-(-1)} = 1$

$y = 1 \cdot (x-1) + 4 = x+3$

위에 $C(5,\ a)$가 존재하므로 대입하면,

$\therefore\ a = 5+3 = 8$

10. 두 직선 $2x+y-4=0$, $x-2y+3=0$의 교점과 점 $(2,\ 3)$을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

① $x-y+1=0$ ② $x+y+1=0$ ③ $x-y-1=0$
④ $x-y+2=0$ ⑤ $x+y+2=0$

해설

두 직선 $2x+y-4=0$과 $x-2y+3=0$의 교점을 지나는 직선의 방정식은
$2x+y-4+k(x-2y+3)=0 \cdots$ ㉠
이때, ㉠이 점 $(2, 3)$을 지나므로 $3-k=0$
$\therefore\ k=3$
$k=3$을 ㉠에 대입하여 정리하면 $x-y+1=0$

11. $A(0,-2), B(3,3), C(4,0)$ 인 $\triangle ABC$ 의 넓이는?

① 6　　② 7　　③ 8　　④ 9　　⑤ 10

해설

$\overline{BC} = \sqrt{(4-3)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{10}$

또, 직선 BC 의 방정식은 $3x + y - 12 = 0$ 이므로

$A(0,-2)$ 로부터 직선 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$\overline{AH} = \dfrac{|-2-12|}{\sqrt{3^2+1^2}} = \dfrac{14}{\sqrt{10}}$

$\therefore \triangle ABC = \dfrac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{AH} = 7$

12. 좌표평면에서 원 $x^2+y^2+4x-6y+8=0$을 평행이동하여 원 $x^2+y^2=c$를 얻었다. 이 때, 상수 c의 값은?

① 3 ② 5 ③ 6 ④ 9 ⑤ 16

해설

$x^2+y^2+4x-6y+8=0$을 변형하면

$(x+2)^2+(y-3)^2=5$

이 원이 평행이동하여 $x^2+y^2=c$가 되려면 $c=5$

13. $x^2-x+1=0$일 때, $x^5+\frac{1}{x^5}$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2-x+1=0$, 양변에 $x+1$을 곱하면,
$(x+1)(x^2-x+1)=0$
$x^3+1=0$, $x^3=-1$에서 $x^5=x^3\times x^2=-x^2$
$x^5+\frac{1}{x^5}=-\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)\cdots\cdots$①
$x^2-x+1=0$를 x로 나누어 정리한다.
$x+\frac{1}{x}=1$
$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=-1$
① 에 대입하면, $x^5+\frac{1}{x^5}=1$

14. 두 다항식 x^2+ax-2, x^2-5x+b의 최대공약수가 $x-2$일 때, $a+b$의 값은?

① -5　② -2　③ 0　④ 2　⑤ 5

해설

각 식에 $x=2$을 대입하면 0이 된다.

ⅰ) x^2+ax-2에 $x=2$를 대입하면

$4+2a-2=0$ $\therefore$ $a=-1$

ⅱ) x^2-5x+b에 $x=2$를 대입하면

$4-10+b=0$ $\therefore$ $b=6$

$\therefore$ $a+b=-1+6=5$

15. 복소수 z 의 켤레복소수를 $\bar{z}$ 라 할 때, 다음<보기>의 설명 중 옳은 것을 <u>모두</u> 고르면? (단, $z \neq 0$)

보기

㉠ $z+\bar{z}$ 는 실수이다.	㉡ $z\bar{z} > 0$
㉢ $z-\bar{z}$ 는 허수이다.	㉣ $z^2+\bar{z}^2 \geq 0$

① ㉠, ㉡　　② ㉠, ㉢　　③ ㉠, ㉣
④ ㉡, ㉣　　⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$z = a+bi,\ \bar{z} = a-bi,\ (a,\ b$ 는 실수$)$
㉠ $z+\bar{z} = 2a$(실수)
㉡ $z\bar{z} = a^2+b^2 > 0$
㉢ $z-\bar{z} = 2bi$, $b=0$ 일 경우에는 0 이다.
즉, z 가 실수부로만 이루어져 있는 경우에는 실수이다.
$ex)\ z=3,\ \bar{z}=3,\ z-\bar{z}=3-3=0$
㉣ $z^2+\bar{z}^2 = 2(a^2-b^2) \rightarrow$ 우변이 0보다 크거나 같다고 할 수는 없다.

16. 갑, 을 두 학생이 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$을 푸는데, 갑은 이차항의 계수를 잘못 보고 풀어 두 근 $1\pm\sqrt{6}$을 얻었고, 을은 상수항을 잘못 보고 풀어 두 근 $-\frac{1}{3}$, 1을 얻었다. 이 이차방정식의 올바른 근을 구하여 더하면 얼마인가?

① $\frac{2}{3}$　② $\frac{1}{3}$　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

먼저 갑이 푼 이차식의 형태를 알아보자.
갑이 푼 이차식을 $a'x^2+bx+c=0$라 하면
$-\frac{b}{a'}=1+\sqrt{6}+1-\sqrt{6}=2$,
$\frac{c}{a'}=(1+\sqrt{6})(1-\sqrt{6})=-5$이므로
갑이 푼 이차식은 위의 값들을 대입해 정리하면
$x^2-2x-5=0$의 실수배 형태인 것을 알 수 있다.
같은 방법으로 을이 푼 이차식을 알아보면
$-\frac{b}{a}=\frac{2}{3}$, $\frac{c'}{a}=-\frac{1}{3}$으로
$3x^2-2x-1=0$의 실수배임을 알 수 있다.
b값은 둘 다 잘못보고 풀지 않았는데 구한 식의 원형 2개가 b값이 일치하므로
$a=3$, $c=-5$임을 알 수 있고 b는 -2임을 알 수 있다.
따라서 원래 식에서 두 근의 합은 $\frac{2}{3}$이다.

17. 이차방정식 $x^2+(m+1)x+(m+4)=0$의 두 근이 모두 양수일 때, 실수 m의 범위는?

① $-5<m\le -3$　② $-4<m\le -3$　③ $-4<m\le -2$
④ $-4<m\le -1$　⑤ $-4<m\le 0$

해설

두 근을 α, β라 하면
$\alpha+\beta=-(m+1)$ ⋯⋯㉠
$\alpha\beta=m+4$ ⋯⋯㉡
$\alpha>0,\ \beta>0$이므로 $D\ge 0,\ \alpha+\beta>0,\ \alpha\beta>0$
(i) $D\ge 0$
$(m+1)^2-4(m+4)>0$
$m^2-2m-15\ge 0$
$(m+3)(m-5)\ge 0$
$m\le -3$ 또는 $m\ge 5$ ⋯㉢
(ii) $\alpha+\beta>0$
㉠에서 $-(m+1)>0$ $\therefore m<-1$ ⋯㉣
(iii) $\alpha\beta>0$
㉡에서 $m+4>0 \therefore m>-4$ ⋯㉤
∴㉢, ㉣, ㉤에서
$-4<m\le -3$

18. $ax^2 + 4x - 1 \geq -2x^2 - a$가 x의 임의의 실수값에 대하여 항상 성립할 때, 실수 a의 범위는?

① $a \geq 2$　　② $a \leq -3$　　③ $a \leq 2$

④ $a \geq -3$　　⑤ $a \leq -1$

해설

$(a+2)x^2 + 4x + (a-1) \geq 0$이
임의의 실수 x에 대하여 성립하려면

(i) $a + 2 > 0 \quad \therefore\ a > -2$

(ii) $\dfrac{D}{4} = 4 - (a+2)(a-1) \leq 0$에서

$a^2 + a - 6 \geq 0,\ (a+3)(a-2) \geq 0$

(i), (ii)에서 $a \leq -3,\ a \geq 2$

$\therefore\ a \geq 2$

19. 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근의 합이 6일 때, 이차방정식 $f(4x-1)=0$의 두 근의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 6

해설

$f(x)=0$의 두 근을 α, β라 하면
$f(x)=k(x-\alpha)(x-\beta)$
$f(4x-1)$는 $f(x)$의 x대신 $4x-1$를 대입한 것과 같으므로
$f(4x-1)=k(4x-1-\alpha)(4x-1-\beta)=0$의 근은
$x=\dfrac{\alpha+1}{4},\ \dfrac{\beta+1}{4}$
$\therefore$두 근의 합은 $\dfrac{\alpha+1+\beta+1}{4}=\dfrac{6+2}{4}=2$

해설

$f(x)=0$의 두 근을 α,β라 하면
$f(\alpha)=0,\ f(\beta)=0$
$f(4x-1)=0$에서
$4x-1=\alpha,\ 4x-1=\beta$
$\therefore\ x=\dfrac{\alpha+1}{4},\ x=\dfrac{\beta+1}{4},$
$\therefore$두 근의 합은 $\dfrac{\alpha+1+\beta+1}{4}=\dfrac{6+2}{4}=2$

20. 두 직선 $2x+3y=3$, $3x-2y=-2$ 의 교점을 지나고, 한 점$(-1,\ 2)$를 지나는 직선의 방정식은?

① $x+y+1=0$　② $x+y-1=0$　③ $2x+y-1=0$
④ $2x+y+1=0$　⑤ $3x+y-1=0$

해설

두 직선 $ax+by+c=0$ 과 $a'x+b'y+c'=0$ 의
교점을 지나는 직선의 방정식은
$ax+by+c+k(a'x+b'y+c')=0$
두 직선 $2x+3y=3$ 과 $3x-2y=-2$ 의
교점을 지나는 직선의 방정식은
$2x+3y-3+k(3x-2y+2)=0$ 이고
이 직선이 점 $(-1,\ 2)$ 를 지나므로
대입하여 k 값을 구하면 $k=\frac{1}{5}$ 이다.
따라서 $2x+3y-3+\frac{1}{5}(3x-2y+2)=0$
$\therefore\ x+y-1=0$