1. $-2 \le x \le 3$일 때, $3x-1$의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$-2 \le x \le 3$에서 $-6 \le 3x \le 9$, $-7 \le 3x-1 \le 8$
따라서, 최댓값은 8이고 최솟값은 -7이므로 두 값의 합은 1이다.

2. 부등식 $ax+1 \geq 2x+5$의 해가 $x \geq 2$일 때, 상수 a의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 4 ⑤ 7

해설

$ax+1 \geq 2x+5$에서 $(a-2)x \geq 4$의 부등식의 해가 $x \geq 2$이므로 $a-2>0$

$x \geq \frac{4}{a-2}$이므로 $\frac{4}{a-2}=2,\ a-2=2$

$\therefore a=4$

3. 연립부등식 $\begin{cases} 4x+1 \geq x+4 \\ 2x-2 > 8 \end{cases}$ 의 해를 구하면?

① $x > 1$ ② $x \geq 1$ ③ $x < 1$ ④ $x > 5$ ⑤ $x \leq 5$

해설

$4x+1 \geq x+4$

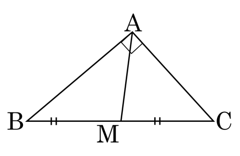
$3x \geq 3$, $x \geq 1$

$2x-2 > 8$

$2x > 10$, $x > 5$

$\therefore x > 5$

4. 다음은 $\angle A = 90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$을 증명한 것이다. 다음 그림과 같이 변 BC의 중점을 M이라 하면



$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{(가)}\left(\overline{BM}^2 + \boxed{(나)}^2\right)$

이 때, $\overline{BM} = \dfrac{1}{2}\overline{BC}$ 이고,

$\boxed{(나)} = \boxed{(다)}\overline{BC}$ 이므로

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{(가)}\left(\boxed{(라)}\overline{BC}^2\right) = \overline{BC}^2$$

위의 증명에서 (가), (나), (다), (라)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

① $3,\ 2\overline{AM},\ \dfrac{1}{2},\ \dfrac{1}{3}$ ② $4,\ 2\overline{AM},\ \dfrac{1}{2},\ \dfrac{1}{4}$

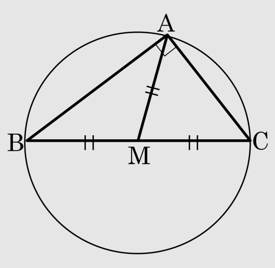
③ $2,\ \overline{AM},\ \dfrac{1}{2},\ \dfrac{1}{2}$ ④ $2,\ \overline{AM},\ \dfrac{1}{4},\ \dfrac{1}{2}$

⑤ $\dfrac{16}{5},\ \overline{AM},\ \dfrac{1}{4},\ \dfrac{5}{16}$

해설

파푸스의 중선정리에 의해

$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{2}\left(\overline{BM}^2 + \boxed{\overline{AM}}^2\right)$



이 때, $\triangle ABC$는 $\angle A = 90^\circ$인 직각삼각형이므로 점 A는 점 M을 중심으로 하고, 변 BC를 지름으로 하는 원 위의 점이다.

$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 $\boxed{\overline{AM}} = \dfrac{1}{2}$

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2\left(\frac{\overline{BC}^2}{4} + \frac{\overline{BC}^2}{4}\right) = \boxed{2}\left(\boxed{\frac{1}{2}}\overline{BC}^2\right) = \overline{BC}^2$$

5. x에 대한 이차방정식 $(k-1)x^2+2kx+k-1=0$이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 자연수 k의 최솟값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

(ⅰ) 이차방정식이므로 x^2의 계수는 $k-1 \neq 0$이어야 한다.
따라서 $k \neq 1$

(ⅱ) 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4}>0$이어야 하므로
$\frac{D}{4}=k^2-(k-1)^2>0,\ 2k-1>0$
$\therefore k>\frac{1}{2}$

따라서 자연수 k의 최솟값은 2이다.

6. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(1, 5)$ 를 지나고, $x = -1$ 일 때 최솟값 -3 을 가진다. 이 때, abc 의 값은?

① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

해설

$y = a(x+1)^2 - 3$ 에 $(1,\ 5)$ 를 대입하면 $a = 2$
따라서 $y = 2(x+1)^2 - 3$ 을 전개하면
$y = 2x^2 + 4x - 1$ 이므로 $a = 2,\ b = 4,\ c = -1$
$\therefore\ abc = -8$

7. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-2>1 \\ -2x+1<-x-4 \end{cases}$ 를 풀면?

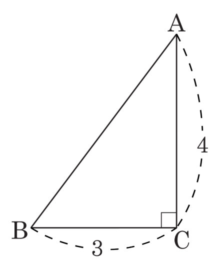
① $x<-5$ ② $x>-5$ ③ $x<-1$
④ $x>1$ ⑤ $x>5$

해설

$\begin{cases} 3x-2>1 \\ -2x+1<-x-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>1 \\ x>5 \end{cases}$

$\therefore\ x>5$

8. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} = 3$, $\overline{AC} = 4$ 인 직각삼각형이 있다. 선분 AB를 $2 : 3$으로 외분하는 점을 P, $3 : 2$로 외분하는 점을 Q라 할 때, $\overline{CP}^2 + \overline{CQ}^2$ 의 값은?



① 125 ② 200 ③ 250 ④ 325 ⑤ 450

해설

점 C를 원점으로 잡으면 점 A, B의 좌표는 각각 $A(0, 4)$, $B(-3, 0)$이다.
따라서 선분 AB를 $2 : 3$으로 외분하는 점 P의 좌표는

$$P\left(\frac{2\times(-3)-3\times0}{2-3}, \frac{2\times0-3\times4}{2-3}\right)$$

$= P(6, 12)$

선분 AB를 $3 : 2$로 외분하는 점 Q의 좌표는

$$Q\left(\frac{3\times(-3)-2\times0}{3-2}, \frac{3\times0-2\times4}{3-2}\right)$$

$= Q(-9,\ -8)$

$$\overline{CP}^2 + \overline{CQ}^2 = (6^2+12^2)+(9^2+8^2) = 325$$

9. 세 직선 $l: y=-\frac{1}{2}x+4$, $m: x+2y-2=0$, $n: 2x-y+4=0$ 에 대한 다음<보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 두 직선 l 과 m 은 평행하다.

㉡ 두 직선 m 과 n 은 수직이다.

㉢ 두 직선 l 과 n 은 수직이다.

① ㉠ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$l: y=-\frac{1}{2}x+4$

$m: x+2y-2=0 \Leftrightarrow y=-\frac{1}{2}x+1$

$n: 2x-y+4=0 \Leftrightarrow y=2x+4$

㉠ 두 직선 l 과 m 은 기울기는 같고
y 절편은 다르므로 평행하다. (참)

㉡ 두 직선 m 과 n 의 기울기의 곱은
$\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot 2=-1$ 이므로 수직이다. (참)

㉢ 두 직선 l 과 n 의 기울기의 곱은
$\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot 2=-1$ 이므로 수직이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢이다.

10. 서로 수직인 두 직선 $y=-\frac{1}{2}x+2$ 와 $y=2x$ 의 교점을 H 라 할 때, H 의 좌표는 ( ) 이다. 따라서, 원점에서 직선 $y=-\frac{1}{2}x+2$ 까지의 거리는 ( ) 이다. 위의 ( ) 안에 알맞은 것을 차례대로 나열하면?

① $\left(\frac{2}{5}, \frac{4}{5}\right), \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $\left(\frac{2}{5}, \frac{4}{5}\right), \frac{4\sqrt{5}}{5}$
③ $\left(\frac{4}{5}, \frac{8}{5}\right), \frac{3\sqrt{5}}{5}$ ④ $\left(\frac{4}{5}, \frac{8}{5}\right), \frac{4\sqrt{5}}{5}$
⑤ $(1, 2), \sqrt{5}$

해설

두 직선 $y=-\frac{1}{2}x+2$ 와 $y=2x$ 의 교점

H 의 좌표는 $-\frac{1}{2}x+2=2x$, $-x+4=4x$

이고 $x=\frac{4}{5}$, $y=\frac{8}{5}$ 이다. 즉, H $\left(\frac{4}{5}, \frac{8}{5}\right)$ 이므로

따라서 $\overline{OH}=\sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^2+\left(\frac{8}{5}\right)^2}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$ 이다.

11. 원 $x^2+y^2-4x-2y+1=0$ 과 중심이 같고 점 $(5,\ -3)$ 을 지나는 원의 방정식을 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 이라고 할 때, $a+b+r$ 의 값은? (단, a, b, r 은 상수)

① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

해설

$x^2+y^2-4x-2y+1=0$

$\Rightarrow\quad (x-2)^2+(y-1)^2=4$

$\therefore$ 중심은 $(2,1)$ 이다.

$\Rightarrow\quad (x-2)^2+(y-1)^2=r^2$

$(5,\ -3)$ 을 지나므로 대입하면,

$(5-2)^2+(-3-1)^2=r^2 \quad r=5$

$\therefore\quad a+b+r=2+1+5=8$

12. 방정식 $x^2+y^2+2x-4y=0$의 도형을 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은?

① $(x-1)^2+(y+2)^2=5$　② $x^2+y^2=5$
③ $x^2+y^2-2x-4y=0$　④ $x^2+y^2+2x+4y=0$
⑤ $x^2-y^2+2x+4y=0$

해설
원점대칭은 x, y부호를 각각 반대로 해주면 된다.
따라서 $x \to -x$, $y \to -y$를 대입한다.

13. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 겉넓이는 52이고, 모서리의 길이의 합은 36이다. 이 상자의 대각선의 길이는?

① 5　② $\sqrt{29}$　③ $\sqrt{33}$　④ 6　⑤ $\sqrt{42}$

해설

세 모서리의 길이를 a, b, c라 하면

$2(ab+bc+ca)=52$

$4(a+b+c)=36 \rightarrow a+b+c=9$

(직육면체 대각선의 길이)

$=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

$=\sqrt{(a+b+c+)^2-2(ab+bc+ca)}$

$=\sqrt{81-52}=\sqrt{29}$

14. x에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+c를 $x-1$로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. $i=1$일 때, $a+b+c$의 값을 옳게 구한 것은?

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & a & b & c \\ & & d & e & f \\ \hline & 1 & g & h & \boxed{i} \end{array}$$

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

다항식 x^3+ax^2+bx+c를 $x-1$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & a & b & c \\ & & 1 & a+1 & a+b+1 \\ \hline & 1 & a+1 & a+b+1 & \boxed{a+b+c+1} \end{array}$$

이때 $a+b+c+1=1$이므로

$a+b+c=0$

따라서 ③이다.

15. $(x^2+x)(x^2+x-8)+12$를 인수분해 할 때, 다음 중 인수가 될 수 없는 것은?

① $x-1$ ② $x+1$ ③ $x-2$ ④ $x+2$ ⑤ $x+3$

해설

$x^2+x=A$로 놓으면 주어진 식은

$$A(A-8)+12=A^2-8A+12$$
$$=(A-2)(A-6)$$

$\therefore$(준식) $=(x^2+x-2)(x^2+x-6)$

$$=(x-1)(x+2)(x-2)(x+3)$$

16. 방정식 $(x-1)^2+|x-1|-6=0$의 두 근의 합은?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 6

해설

(ⅰ) $x \geq 1$일 때
$x^2-2x+1+x-1-6=0$
$x^2-x-6=0$, $(x-3)(x+2)=0$이므로
$x=-2, x=3$
그런데 $x \geq 1$이므로 $x=3$
(ⅱ) $x<1$일 때
$x^2-2x+1-x+1-6=0$
$x^2-3x-4=0$, $(x-4)(x+1)=0$
$x=-1, x=4$
그런데 $x<1$이므로 $x=-1$
(ⅰ), (ⅱ)에서 $x=3, -1$이므로
두 근의 합은 2

17. $0 \le x \le 3$ 에서 함수 $f(x) = x^2 - ax$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 최댓값은? (단, $0 \le a \le 2$)

① 1　　② 3　　③ 5　　④ 7　　⑤ 9

해설

$f(x) = x^2 - ax = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4}$ $(0 \le x \le 3)$

$0 \le \frac{a}{2} \le 1$ 이므로

최솟값 $m = f\left(\frac{a}{2}\right) = -\frac{a^2}{4}$,

최댓값 $M = f(3) = 9 - 3a$

$\therefore M + m = 9 - 3a - \frac{1}{4}a^2 = -\frac{1}{4}(a+6)^2 + 18$

이때, $0 \le a \le 2$ 이므로

$M + m$ 은 $a = 0$ 일 때 최댓값 9 를 갖는다.

18. 이차부등식 $ax^2+bx+c>0$ 의 해가 $2<x<3$ 일 때, a, b, c 의 부호에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① $a>0,\ b<0,\ c<0$

② $a>0,\ b<0,\ c>0$

③ $a<0,\ b>0,\ c<0$

④ $a<0,\ b>0,\ c>0$

⑤ $a<0,\ b<0,\ c<0$

해설

$$\begin{aligned} ax^2+bx+c>0 &\iff 2<x<3 \\ &\iff (x-2)(x-3)<0 \\ &\iff a(x^2-5x+6)>0\ (a<0) \\ &\iff ax^2-5ax+6a>0 \end{aligned}$$

$\therefore\ b=-5a>0,\ c=6a<0$

$\therefore\ a<0,\ b>0,\ c<0$

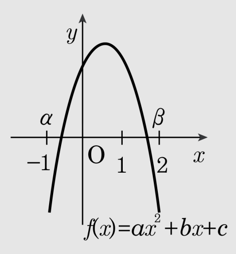
19. 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근 α, β 가 $-1<\alpha<0,\ 1<\beta<2$ 일 때 다음 중 옳은 것을 모두 고르면 ? (단, $a<0$)

㉠ $c<0$	㉡ $ab<0$
㉢ $a-b+c<0$	㉣ $a+2b+4c>0$

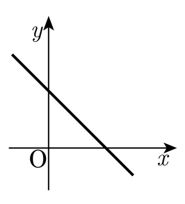
① ㉠　② ㉡, ㉢　③ ㉢, ㉣
④ ㉠, ㉢, ㉣　⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$f(x)=ax^2+bx+c(a<0)$ 로 놓으면
$-1<\alpha<0, 1<\beta<2$ 에서
㉠) $f(0)=c>0$
㉡) 꼭짓점의 x좌표가 양이므로 $-\dfrac{b}{2a}>0$ $\therefore ab<0$
㉢) $f(-1)=a-b+c<0$
㉣) $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{a}{4}+\dfrac{b}{2}+c>0,\ \dfrac{1}{4}(a+2b+4c)>0$
$\therefore a+2b+4c>0$



20. 직선 $ax+by+c=0$의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $cx+by+a=0$의 그래프가 지나지 않는 사분면은?



① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면

③ 제 3 사분면 ④ 제 4 사분면

⑤ 제 1, 3 사분면

해설

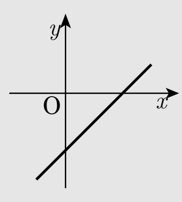
직선 $ax+by+c=0$ 은

$y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$ 이므로

$-\frac{a}{b}<0,\ -\frac{c}{b}>0$ 이다.

구하는 직선은 $y=-\frac{c}{b}x-\frac{a}{b}$ 이므로

그래프는 다음과 같다.



따라서 지나지 않는 사분면은 제2 사분면이다.