1. $P = a^3 + 4a^2b + 2ab^2$, $Q = -2a^2b + 3ab^2 - b^3$ 일 때, $3P - 2Q$를 계산하면?

① $3a^3 + 12a^2b + 2b^3$
② $3a^3 - 12a^2b + 2b^3$
③ $3a^3 + 16a^2b + 2b^3$
④ $3a^3 + 8a^2b + 2b^3$
⑤ $3a^3 - 8a^2b + 2b^3$

해설

$$
\begin{aligned}
&3(a^3 + 4a^2b + 2ab^2) - 2(-2a^2b + 3ab^2 - b^3) \\
&= 3a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + 4a^2b - 6ab^2 + 2b^3 \\
&= 3a^3 + 16a^2b + 2b^3
\end{aligned}
$$

2. 두 점 A(3, 6), B(a, 4) 의 중점 M 과 두 점 C(2, 3), D(−4, b) 의 중점 N 이 일치한다고 할 때, $a+b$ 의 값은?

① −2 ② −1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

중점 M $\left(\frac{3+a}{2},\ \frac{6+4}{2}\right)$ 과 중점 N $\left(\frac{2+(-4)}{2},\ \frac{3+\mathrm{b}}{2}\right)$ 이 일치하므로

$\frac{3+a}{2}=\frac{2+(-4)}{2},\ 3+a=-2\ \therefore\ a=-5$

$\frac{6+4}{2}=\frac{3+b}{2},\ 3+b=10\ \therefore\ b=7$

$\therefore\ a+b=2$

3. 방정식 $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ 으로 나타내어지는 원이 y 축에 접할 조건은?

① $b^2 = c$ ② $c^2 = b$ ③ $a^2 = c$

④ $c^2 = a$ ⑤ $b = 2c$

해설

y 축과의 공유점을 구하는 식은
$x = 0$ 으로부터 $y^2 + 2by + c = 0$
y 축에 접할 조건은 $D/4 = b^2 - c = 0$

4. 직선 $y = 2x + 3$ 을 x 축 방향으로 1 , y 축의 방향으로 −2 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 9　② 7　③ 5　④ 3　⑤ 1

해설

$y = 2x + 3$

$\Rightarrow \quad y + 2 = 2(x - 1) + 3$

$\Rightarrow \quad y = 2x - 1$

$\therefore \quad a + b = 1$

5. 두 다항식 x^2+ax+b, $x^2+3bx+2a$의 최대공약수가 $x-1$일 때, $a+b$의 값을 구하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

최대공약수가 $x-1$이므로
x^2+ax+b와 $x^2+3bx+2a$는
모두 $x-1$로 나누어 떨어져야 한다.
$\therefore\ 1+a+b=0$이고 $1+3b+2a=0$
따라서, $a=-2,\ b=1$
$\therefore\ a+b=-1$

6. $x=1+2i$, $y=\frac{1+2i}{1-i}$, $z=\frac{1-2i}{1-i}$ 일 때, $xy+xz$ 의 값을 구하면?

① $-1+3i$ ② $-1-2i$ ③ $-1+2i$
④ $-1-i$ ⑤ $-1+i$

해설

$x=1+2i,\ y=\frac{1+2i}{1-i},\ z=\frac{1-2i}{1-i}$

$$\begin{aligned}\therefore\ xy+xz &= \frac{(1+2i)^2}{1-i}+\frac{(1-2i)(1+2i)}{1-i}\\ &= \frac{-3+4i+5}{1-i}\\ &= \frac{2+4i}{1-i}\\ &= -1+3i\end{aligned}$$

7. $x^2+ax+b=0$ (a, b 는 실수) 의 한 근이 $1+i$ 일 때, a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

한 근이 $1+i$ 이므로,
켤레근 $1-i$ 도 식의 근.
$(1+i)+(1-i)=-a$
$\therefore\ a=-2$

8. 다음 연립부등식 $\begin{cases} 3x-3 \le x+5 \\ 2x+3 \le 0.5(6x+9) \end{cases}$ 의 해는?

① $-\frac{3}{2} \le x \le 1$　② $-\frac{3}{2} \le x \le 4$　③ $-\frac{1}{2} \le x \le 1$
④ $-\frac{1}{2} \le x \le 4$　⑤ $\frac{3}{2} \le x \le 4$

해설

$i)$ $3x-3 \le x+5,\ x \le 4$
$ii)$ $2x+3 \le 0.5(6x+9)$ 의 양변에 10 을 곱하면

$20x+30 \le 5(6x+9)$, $x \ge -\frac{3}{2}$

$\therefore -\frac{3}{2} \le x \le 4$

9. 연립부등식 $\begin{cases} -(6-2x) > 10 \\ 9x+10 \le 8x+18 \end{cases}$ 의 해는?

① $x \le -4$ ② $-4 \le x < 8$ ③ 해가 없다.
④ $2 \le x < 8$ ⑤ $x > 8$

해설
(i) $-(6-2x) > 10,\ x > 8$
(ii) $9x+10 \le 8x+18,\ x \le 8$
따라서 해가 없다.

10. 점 $P(1, 2)$ 에서 직선 $2x + y - 3 = 0$ 에 내린 수선의 발을 H 라할 때, 수선 PH 의 길이는?

① $\frac{\sqrt{5}}{5}$　② $\frac{\sqrt{3}}{3}$　③ $4\sqrt{2}$　④ 2　⑤ 3

해설

($\overline{PH}$ 의 길이)
$=$ (점 $P(1,\ 2)$ 와 직선 $2x + y - 3 = 0$ 과의 거리)

$$\therefore\quad \overline{PH} = \frac{|2+2-3|}{\sqrt{4+1}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

11. 점 $(a, 1)$ 을 중심으로 하고 점 $(0, -3)$ 을 지나는 원의 반지름의 길이가 5 일 때, 양수 a 의 값은?

① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 3 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ 4

해설

점 $(a, 1)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 5 인
원의 방정식은 $\therefore (x-a)^2 + (y-1)^2 = 5^2$
이 점$(0, -3)$ 을 지나므로 $(0-a)^2 + (-3-1)^2 = 25$
$a^2 = 9 \quad \therefore a = 3, (\because a > 0)$

12. 직선 $y = -3x + 2$을 다음과 같이 대칭 이동 할 때, 옳은 것을 <u>모두</u> 고르면?

① (x 축) : $y = 3x - 2$
② (y 축) : $y = -3x - 2$
③ (원점) : $y = 3x + 2$
④ ($y = x$) : $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$
⑤ ($y = -x$) : $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

해설

① x 축 : $y = -3x + 2 \rightarrow (-y) = -3x + 2$
$\rightarrow y = 3x - 2$ (O)
② y 축 : $y = -3x + 2 \rightarrow y = -3(-x) + 2$
$\rightarrow y = 3x + 2$ (X)
③ 원점 : $y = -3x + 2 \rightarrow (-y) = -3(-x) + 2$
$\rightarrow y = -3x - 2$ (X)
④ $y = x$: $y = -3x + 2 - \rightarrow x = -3y + 2$
$\rightarrow y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ (O)
⑤ $y = -x$: $y = -3x + 2 - \rightarrow (-x) = -3(-y) + 2$
$\rightarrow y = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ (X)

13. 최고차항의 계수가 1 인 두 다항식의 곱이 $x^3 - x^2 - 8x + 12$ 이고, 최대공약수가 $x - 2$ 일 때, 두 다항식의 합을 구하면?

① $x^2 + 2x + 6$　② $x^2 + 2x - 8$　③ $x^2 + 4x - 8$

④ $x^2 + 4x + 8$　⑤ $x^2 + 4x - 5$

해설

최대공약수가 $x - 2$ 이므로
구하는 두 다항식을 $a(x-2),\ b(x-2)$ (단, $a,\ b$는 서로 소인 다항식)로 놓을 수 있다.
그런데, 두 다항식의 곱이 $x^3 - x^2 - 8x + 12$ 이므로
$a(x-2)b(x-2) = x^3 - x^2 - 8x + 12$
$\therefore\ ab(x-2)^2 = (x-2)^2(x+3)$
$\therefore\ ab = x + 3$
$\therefore\ a = 1,\ b = x + 3$ 또는 $a = x + 3,\ b = 1$
따라서 두 다항식은 $x - 2,\ (x-2)(x+3)$ 이다.
$\therefore\ x - 2 + x^2 + x - 6 = x^2 + 2x - 8$

14. $a-b<0$ 이고 $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2}-|a+b|$ 를 간단히 하면?

① b ② $2b$ ③ $a-2b$
④ $2a+b$ ⑤ 0

해설

$a-b<0$, $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$ 이므로 $a<0,\ b<0$
따라서 $a-b<0,\ a+b<0$ 이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{(a-b)^2}-|a-b| &= |a-b|-|a+b|\\ &= -(a-b)+(a+b)\\ &= -a+b+a+b=2b\end{aligned}$$

15. 두 함수 $f(x)=x^2-2ax+b$, $g(x)=-x^2+4x+a+b$ 에 대하여 $f(x)$ 의 최솟값은 -1 , $g(x)$ 의 최댓값은 9 라고 할 때, 상수 a, b 의 값을 구하면?

① $\begin{cases} a=3,\ b=-8 \\ a=2,\ b=3 \end{cases}$

② $\begin{cases} a=-2,\ b=6 \\ a=2,\ b=-3 \end{cases}$

③ $\begin{cases} a=-3,\ b=8 \\ a=2,\ b=3 \end{cases}$

④ $\begin{cases} a=-1,\ b=2 \\ a=2,\ b=3 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} a=-3,\ b=8 \\ a=1,\ b=2 \end{cases}$

해설

$f(x)=(x-a)^2-a^2+b$ 에서 $x=a$ 일 때, 최솟값은 $-a^2+b=-1$ $\cdots$①

$g(x)=-(x-2)^2+4+a+b$ 에서 $x=2$ 일 때, 최댓값은 $4+a+b=9\cdots$ ②

② 에서 $b=-a+5$

이것을 ① 에 대입하면,

$-a^2-a+5=-1,\ a^2+a-6=0$

$\therefore a=-3,\ a=2$

즉 $a=-3$ 일 때, $b=8$

$a=2$ 일 때, $b=3$

16. 가로의 길이가 6cm , 세로의 길이가 10cm 인 직사각형에서 가로의 길이를 $x$cm 길게 하고 세로의 길이를 $x$cm 짧게 한 직사각형의 넓이가 최대일 때, x 값은?

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 14 ⑤ 15

해설

넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned} y &= (6+x)(10-x) \\ &= -x^2+4x+60 \\ &= -(x^2-4x+4-4)+60 \\ &= -(x-2)^2+64 \end{aligned}$$

따라서 $x=2$ 일 때 최댓값 64 를 가진다.

17. 연립부등식 $\frac{2x+1}{3} \geq 1 - \frac{2-x}{2} \geq x-1$ 을 만족하는 정수 중 가장 큰 정수를 M , 가장 작은 정수를 m 이라 할 때, $M-m$ 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{cases} \frac{2x+1}{3} \geq 1 - \frac{2-x}{2} & \cdots ㉠ \\ 1 - \frac{2-x}{2} \geq x-1 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

$2(2x+1) \geq 6 - 3(2-x), \quad 4x+2 \geq 6-6+3x,$

$x \geq -2$

$2-(2-x) \geq 2(x-1), \quad 2-2+x \geq 2x-2,$

$x \leq 2$

㉠, ㉡에서 공통된 범위의 해를 구하면

$-2 \leq x \leq 2$ 이다. 따라서 $M=2,\ m=-2$ 이므로

$M-m = 2-(-2) = 4$ 이다.

18. 다음 연립부등식 중 해가 <u>없는</u> 것을 고르면?

① $\begin{cases} x \le 5 \\ x \ge 5 \end{cases}$ ② $\begin{cases} x \ge -1 \\ -2x < -6 \end{cases}$

③ $\begin{cases} 7x-1 > x-3 \\ 4x-6 \le x-5 \end{cases}$ ④ $\begin{cases} 5(x+1) \ge -10 \\ x \le -3 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} 5x-12 > 8 \\ x \le 4 \end{cases}$

해설

① $\begin{cases} x \le 5 \\ x \ge 5 \end{cases}$

$\therefore\ x = 5$

② $\begin{cases} x \ge -1 \\ -2x < -6 \end{cases}$

$\therefore\ x > 3$

③ $\begin{cases} 7x-1 > x-3,\ x > -\frac{1}{3} \\ 4x-6 \le x-5,\ x \le \frac{1}{3} \end{cases}$

$\therefore\ -\frac{1}{3} < x \le \frac{1}{3}$

④ $\begin{cases} 5(x+1) \ge -10,\ x \ge -3 \\ x \le -3 \end{cases}$

$\therefore\ x = -3$

⑤ $\begin{cases} 5x-12 > 8,\ x > 4 \\ x \le 4 \end{cases}$

$\therefore$ 해는 없다.

19. 연립부등식 $\begin{cases} 2x+5 \geq 3x+a \\ x+7 < 2x-3 \end{cases}$ 의 해가 없을때, 상수 a의 값의 범위는?

① $-5 \leq a \leq 5$ ② $a \leq -5$ ③ $a \geq -5$
④ $a > 3$ ⑤ $a < -3$

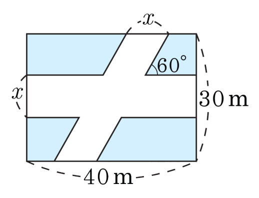
해설

$\begin{cases} 2x+5 \geq 3x+a \\ x+7 < 2x-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 5-a \\ x > 10 \end{cases}$

$5-a \leq 10$

$\therefore\ a \geq -5$

20. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 $40\,\mathrm{m}$, $30\,\mathrm{m}$ 인 직사각형꼴의 땅에 같은 폭의 두 도로를 $60°$로 교차하도록 만들었다. 이 때, 남은 땅의 넓이가 $600\,\mathrm{m}^2$ 이상이 되도록 할 때, 도로 폭의 최대 길이는?



① 4m ② 6m ③ 8m ④ 10m ⑤ 12m

해설

남은 땅의 넓이를 S 라 하면

$S = 40 \times 30 - (40x + 30x - x^2) \geq 600$

$\therefore\ x^2 - 70x + 600 \geq 0$

$(x-10)(x-60) \geq 0$ 에서 $x \leq 10$ 또는

$x \geq 60$ $(0 < x < 30)$ 이 된다.

그러므로 도로폭의 최대 길이는

$0 < x \leq 10$ 이므로 $10\,\mathrm{m}$ 이다.