

1. $\sqrt{-12} + \sqrt{-3}\sqrt{-6} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}} = a + bi$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

① 15

② 25

③ 35

④ 45

⑤ 55

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{-12} + \sqrt{-3}\sqrt{-6} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}} \\ &= 2\sqrt{3}i - 3\sqrt{2} + \sqrt{3}i \\ &= -3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}i \\ &= a + bi \\ & \text{따라서, } a = -3\sqrt{2}, b = 3\sqrt{3} \\ & \therefore a^2 + b^2 = 18 + 27 = 45 \end{aligned}$$

2. 두 실수 a, b 에 대하여 $\sqrt{-32} - \sqrt{-8}\sqrt{-3} + \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{-3}} = a + bi$ 일 때, $\frac{1}{2}ab$ 의 값은?
(단, $i = \sqrt{-1}$)

① $-\sqrt{3}$

② $2\sqrt{3}$

③ $-3\sqrt{3}$

④ $4\sqrt{3}$

⑤ $-4\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{-32} - \sqrt{-8}\sqrt{-3} + \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{-3}} \\ &= 4\sqrt{2}i + \sqrt{24} - \sqrt{8}i \\ &= 4\sqrt{2}i + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2}i \\ &= 2\sqrt{6} + 2\sqrt{2}i \\ & a = 2\sqrt{6}, b = 2\sqrt{2} \\ & \therefore \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

3. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2006}$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

- ① -1 ② 1 ③ $-i$ ④ i ⑤ 2002

해설

$$\begin{aligned} \frac{1+i}{1-i} \text{ 을 유리화 하면 } \frac{1+i}{1-i} &= i \\ \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2006} &= i^{2006} = (i^4)^{501} i^2 = -1 \end{aligned}$$

4. $x^2 + ax + b = 0$, $x^2 + 2bx + 3a = 0$ 를 동시에 만족하는 x 는 -1 밖에 없을 때, 상수 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$x = -1$ 은 두 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$,

$x^2 + 2bx + 3a = 0$ 의 공통근이므로

$1 - a + b = 0$, $1 - 2b + 3a = 0$

두 식을 연립하여 풀면

$a = -3$, $b = -4$

$\therefore ab = 12$

5. $A = \{x|x^2 + ax + b = 0\} = \{1, \alpha\}$,
 $B = \{x|x^2 + bx + a = 0\} = \{-3, \beta\}$ 일 때,
 α^2, β^2 을 두 근으로 하는 이차방정식의 두 근의 곱을 구하면?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

(i) A 에서 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $1, \alpha$
 $\therefore 1 + \alpha = -a, 1 \cdot \alpha = b \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$
 B 에서 $x^2 + bx + a = 0$ 의 두 근이 $-3, \beta$
 $\therefore -3 + \beta = -b, -3\beta = a \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 a, b 를 소거하면
 $1 + \alpha = 3\beta, \alpha = 3 - \beta \quad \therefore \alpha = 2, \beta = 1$

(ii) $\alpha^2 = 4, \beta^2 = 1$
 $x^2 - (\alpha^2 + \beta^2)x + \alpha^2\beta^2 = 0$
 $\therefore x^2 - 5x + 4 = 0$
 $\therefore$ 두 근의 곱은 4

6. 이차방정식 $x^2 + 2(k - 11)x - k + 3 = 0$ 이 서로 다른 부호의 실근을 갖고, 양근이 음근의 절댓값보다 크기 위한 정수 k 의 개수는?

① 5개 ② 6개 ③ 7개 ④ 8개 ⑤ 9개

해설

두 근을 α, β 라 할 때,

$$\alpha\beta = -k + 3 < 0, \alpha + \beta = -2(k - 11) > 0$$

$$\therefore 3 < k < 11$$

7. 직선 $y = mx - 1$ 은 곡선 $y = x^2 + x$ 와 서로 다른 두 점에서 만나고, 곡선 $y = x^2 - x$ 와는 만나지 않는다고 한다. 이때, 실수 m 의 값의 범위는?

- ① $1 < m < 3$ ② $-1 < m < 3$ ③ $-1 < m < 1$
④ $-3 < m < 1$ ⑤ $-3 < m < -1$

해설

- (i) 직선 $y = mx - 1$ 과 곡선 $y = x^2 + x$ 가 서로 다른 두 점에서 만나므로
이차방정식 $x^2 + (1 - m)x + 1 = 0$ 의 판별식을 D_1 이라하면
 $D_1 = (1 - m)^2 - 4 > 0$ 에서 $m^2 - 2m - 3 > 0$
 $\therefore m < -1$ 또는 $m > 3 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
(ii) 직선 $y = mx - 1$ 과 곡선 $y = x^2 - x$ 는 만나지 않으므로
이차방정식 $x^2 - (m + 1)x + 1 = 0$ 의 판별식을 D_2 라 하면
 $D_2 = (m + 1)^2 - 4 < 0$ 에서 $m^2 + 2m - 3 < 0$
 $\therefore -3 < m < 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
따라서 ①, ②의 공통범위를 구하면
 $-3 < m < -1$

8. 이차함수 $y = 2x^2 + 8x + k - 1$ 의 최솟값이 10 일 때, 그 때의 x 값과 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -2$

▷ 정답 : $k = 19$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 + 8x + k - 1 \\ &= 2(x + 2)^2 - 8 + k - 1 \\ &= 2(x + 2)^2 + k - 9 \end{aligned}$$

$x = -2$ 일 때, 최솟값 $k - 9$ 를 가지므로 $k - 9 = 10$

$\therefore k = 19$

9. 방정식 $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$f(1) = 1^3 - 6 \times 1^2 + 11 \times 1 - 6 = 0$ 이므로 $f(x)$ 는 $x - 1$ 을
인수로 갖는다.

따라서 $f(x)$ 를 $x - 1$ 로 나눈 몫을 다음 조립제법으로 구한다.

1		1	-6	11	-6
			1	-5	6
		1	-4	5	0

$\therefore f(x) = (x - 1)(x^2 - 5x + 6) = (x - 1)(x - 2)(x - 3) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = 2$ 또는 $x = 3$

10. 방정식 $x^3 - ax^2 + bx - 4 = 0$ 의 한 근이 $1 + i$ 일 때, 실수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

실수 계수의 방정식에서 $1 + i$ 가 근이면 $1 - i$ 도 근이다. 이들을 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 - 2x + 2 = 0$ 이다. 따라서 $x^3 - ax^2 + bx - 4$ 는 $x^2 - 2x + 2$ 로 나누어 떨어진다. 실제로 나누어 나머지를 구하면 $(b - 2a + 2)x + (-8 + 2a)$ 이다.
 $\therefore b - 2a + 2 = 0$ 과 $-8 + 2a = 0$ 에서 $a = 4$, $b = 6$ 이다.
 $\therefore a + b = 4 + 6 = 10$

11. 연립방정식 $\begin{cases} 2x - y - 5 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$ 의 근 x, y 가 $xy = a$, $x + y = b$ 를

만족할 때, $a - b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{cases} 2x - y - 5 = 0 & \dots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 = 25 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠식을 정리해서

$y = 2x - 5$ 를 ㉡식에 대입한다.

$$x^2 + (2x - 5)^2 = 25,$$

$$5x^2 - 20x = 0, \quad x(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = 0, 4$$

$$\text{i) } x = 0 \text{ 일 때, } y = -5$$

$$\therefore a = 0, \quad b = -5$$

$$\therefore a - b = 5$$

$$\text{ii) } x = 4 \text{ 일 때, } y = 3$$

$$\therefore a = 12, \quad b = 7$$

$$\therefore a - b = 5$$

12. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2xy - 3y^2 = -4 \end{cases}$ 의 해를 $x = a, y = b$ 라 할 때,

다음 중 a 또는 b 의 값이 될 수 없는 것은?

① $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
④ $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

② $\frac{1}{3}$
⑤ -1

③ $-\frac{4\sqrt{3}}{3}$

해설

$$\begin{cases} x^2 + 3xy + 2y^2 = 0 \cdots ① \\ x^2 + 2xy - 3y^2 = -4 \cdots ② \end{cases}$$

①에서 $(x+y)(x+2y) = 0, x = -y, x = -2y$

i) $x = -y$ 를 ②에 대입하면 $y^2 = 1$

$\therefore y = \pm 1, x = \mp 1$ (복호동순)

ii) $x = -2y$ 를 ②에 대입하면 $y^2 = \frac{4}{3}$

$\therefore y = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}, x = \mp \frac{4\sqrt{3}}{3}$ (복호동순)

그러므로 x, y 값이 될 수 없는 것은 $\frac{1}{3}$

13. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x + y = u$, $xy = v$ 로 놓으면 주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} u^2 - 2v = 25 \\ v = 12 \end{cases}$$

$\therefore u = \pm 7, v = 12$

따라서, 주어진 연립방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{cases} x + y = 7 & \cdots \textcircled{\text{A}} \\ xy = 12 & \cdots \textcircled{\text{B}} \end{cases}$$

$$\text{또는 } \begin{cases} x + y = -7 & \cdots \textcircled{\text{A}} \\ xy = 12 & \cdots \textcircled{\text{B}} \end{cases}$$

(i) $\textcircled{\text{A}}, \textcircled{\text{B}}$ 에서 x, y 는 이차방정식 $t^2 - 7t + 12 = 0$ 의 두 근이

므로 $x = 3, y = 4$ 또는 $x = 4, y = 3$

(ii) $\textcircled{\text{A}}, \textcircled{\text{B}}$ 에서 x, y 는 이차방정식 $t^2 + 7t + 12 = 0$ 의 두 근이

므로 $x = -3, y = -4$ 또는 $x = -4, y = -3$

(i), (ii)로부터 구하는 모든 해의 합은 0

14. 연립방정식 $xy = z$, $yz = x$, $zx = y$ 를 만족하는 0이 아닌 실수해 x, y, z 의 쌍 (x, y, z) 의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 4개
④ 8개 ⑤ 무수히 많다.

해설

주어진 식을 변변 곱하면 $(xyz)^2 = xyz$

$xyz \neq 0$ 이므로 $xyz = 1$

여기에 $xy = z$ 를 대입하면 $z^2 = 1$, $z = \pm 1$

(i) $z = 1$ 을 주어진 연립방정식에 대입하면,

$$xy = 1, x = y$$

$$\therefore (x, y, z) = (1, 1, 1), (-1, -1, 1)$$

(ii) $z = -1$ 을 주어진 연립방정식에 대입하면

$$xy = -1, x = -y$$

$$\therefore (x, y, z) = (1, -1, -1), (-1, 1, -1)$$

(i), (ii)에서 조건을 만족하는 (x, y, z) 는 모두 4개이다.

15. 방정식 $xy + 2x = 3y + 10$ 을 만족하는 양의 정수가 $x = \alpha$, $y = \beta$ 일 때, $\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

주어진 식을 변형하면

$$xy + 2x - 3y = 10, xy + 2x - 3y - 6 = 4,$$

$$(x - 3)(y + 2) = 4$$

$y + 2 \geq 3$ 이므로 두 자연수의 곱이 4가 되는 경우는

$$x - 3 = 1, y + 2 = 4$$

$$\therefore x = 4, y = 2$$

16. 300 원짜리 사과와 200 원짜리 귤을 합하여 15 개를 사는데 금액을 3950 원 이하로 골보다 사과를 많이 사려고 한다. 이 조건을 만족하여 살 수 있는 사과의 개수는 최대 몇 개인가?

▶ 답: 개

▶ 정답 : 9개

해설

사과의 개수 : x 개, 귤의 개수 : $(15 - x)$ 개

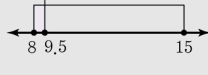
$$\begin{cases} 300x + 200(15 - x) \leq 3950 \cdots \textcircled{7} \\ 8 \leq x \leq 15 \end{cases}$$

$$\textcircled{7} : 300x + 3000 - 200x \leq 3950$$

$$100x \leq 3950 - 3000$$

$$100x \leq 950$$

$$\therefore x < 9.5$$



따라서 살 수 있는 사과의 최대 개수는 9 개이다.

17. $|x+3| \leq |x-2|$ 을 풀면?

① $x \leq -3$

② $-3 \leq x \leq -\frac{1}{2}$

③ $-3 < x \leq -\frac{1}{2}$

④ $2 \leq x$

⑤ $x \leq -\frac{1}{2}$

해설

$$|x+3| - |x-2| \leq 0$$

i) $x < -3$ 일 때

$$-x-3+x-2=-5 \leq 0 \quad \therefore x < -3$$

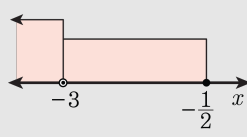
ii) $-3 \leq x < 2$ 일 때

$$x+3+x-2=2x+1 \leq 0, x \leq -\frac{1}{2} \quad \therefore -3 \leq x \leq -\frac{1}{2}$$

iii) $x \geq 2$ 일 때

$$x+3-x+2=5 \leq 0 \text{ (해가없다)}$$

$\therefore$ i), ii), iii)에서 $x \leq -\frac{1}{2}$



18. 이차부등식 $(k-1)x^2-2x+k+1 < 0$ 이 모든 실수 x 에 대해서 성립할
실수 k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-\sqrt{2} < k < \sqrt{2}$ ② $k > \sqrt{2}$ ③ $k < -\sqrt{2}$
④ $-\sqrt{2} < k < 1$ ⑤ $1 < k < \sqrt{2}$

해설

$$(k-1)x^2-2x+(k+1) < 0$$



i) 위로 볼록이어야 하므로 $k < 1$

ii) x 축과 만나지 않아야 하므로 $\frac{D}{4} < 0$

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 - (k-1)(k+1) < 0$$

$$2 - k^2 < 0, k^2 > 2$$

$$\therefore k < -\sqrt{2}, k > \sqrt{2}$$

i), ii) 모두 만족하는 범위는 $k < -\sqrt{2}$

19. 이차함수 $y = x^2 - 2x$ 의 그래프가 직선 $y = a$ 보다 아래쪽에 있는 x 의 값의 범위가 $-1 < x < b$ 일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$x^2 - 2x < a \text{ 에서 } x^2 - 2x - a < 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

한편, 해가 $-1 < x < b$ 이고

이차항의 계수가 1인 이차부등식은

$$(x + 1)(x - b) < 0$$

$$\therefore x^2 + (1 - b)x - b < 0 \text{ 이}$$

부등식 $\textcircled{㉠}$ 과 일치해야 하므로

$$1 - b = -2, a = b$$

따라서 $a = 3, b = 3$ 이므로 $ab = 9$

20. $\begin{cases} (x-4)(x-2) \geq 0 \\ x^2 - x - 12 < 0 \end{cases}$ 을 만족하는 해의 범위가

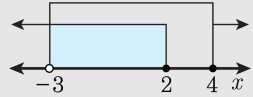
$a < x \leq b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$(x-4)(x-2) \geq 0, x \leq 2, x \geq 4$$

$$(x+3)(x-4) < 0, -3 < x < 4$$



$$\therefore -3 < x \leq 2$$

$$a = -3, b = 2$$

$$\therefore a + b = -1$$

21. 이차방정식 $x^2 - 4x + k = 0$ 의 두 실근이 모두 3보다 작기 위한 실수 k 의 범위를 구하면 $m < k \leq n$ 이다. mn 의 값을 구하면?

① 10 ② 12 ③ -15 ④ -12 ⑤ -10

해설

i) $D/4 = 4 - k \geq 0, k \leq 4$
ii) $f(3) > 0, k > 3$ 따라서,
i) ii)를 모두 만족하는 k 의 범위는 $3 < k \leq 4$
 $m = 3, n = 4$ 이므로 $mn = 12$

22. 복소수 $z = a + bi$ (a, b : 실수)에 대하여 $\langle z \rangle = b + ai$ 로 나타낸다.

$z = \frac{4+3i}{5}$ 일 때, $5z^5 \langle z \rangle^4$ 의 값을 구하면?

① $3 + 4i$

② $4 + 3i$

③ $5 + 4i$

④ $5 + 3i$

⑤ $4 + 5i$

해설

$$z \langle z \rangle = (a + bi)(b + ai) = (a^2 + b^2)i$$

$$z = \frac{4+3i}{5} \text{ 이므로}$$

$$z \langle z \rangle = \left\{ \left(\frac{4}{5} \right)^2 + \left(\frac{3}{5} \right)^2 \right\} i = i$$

$$\begin{aligned} \therefore 5z^5 \langle z \rangle^4 &= 5z(z \langle z \rangle)^4 \\ &= 5 \left(\frac{4+3i}{5} \right) (i)^4 \\ &= 4 + 3i \end{aligned}$$

23. 구간 $0 < x < 5$ 에서 $x = \frac{1}{x - [x]}$ 를 만족시키는 x 의 개수는? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수)

- ① 2개
- ② 3개
- ③ 4개
- ④ 5개
- ⑤ 무수히 많다.

해설

$x - [x] \neq 0$ 이므로 x 는 정수가 아니다.
주어진 식의 양변에 $x - [x]$ 를 곱하면
 $x^2 - x[x] - 1 = 0$
(i) $0 < x < 1$ 일 때 $[x] = 0, x^2 - 1 = 0$
 $\therefore x = \pm 1$, 이 값은 $0 < x < 1$ 에 속하지 않는다.
 $\therefore$ 해가 없다.
(ii) $1 < x < 2$ 일 때 $[x] = 1, x^2 - x - 1 = 0$
 $\therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$
 $1 < x < 2$ 이므로 $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
(iii) $2 < x < 3$ 일 때 $[x] = 2$
 $\therefore x^2 - 2x - 1 = 0$
 $\therefore x = 1 \pm \sqrt{1+1} = 1 \pm \sqrt{2}$
 $2 < x < 3$ 이므로 $x = 1 + \sqrt{2}$
(iv) $3 < x < 4$ 일 때 $[x] = 3$
 $\therefore x^2 - 3x - 1 = 0$
 $\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{9+4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$
 $3 < x < 4$ 이므로 $x = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$
(v) $4 < x < 5$ 일 때 $[x] = 4$
 $\therefore x^2 - 4x - 1 = 0$
 $x = 2 \pm \sqrt{4+1} = 2 \pm \sqrt{5}$
 $4 < x < 5$ 이므로 $x = 2 + \sqrt{5}$
(i), (ii), (iii), (iv), (v)에서 x 의 개수는 4개

24. 이차방정식 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 이차식 $f(x)$ 에 대하여 $f(\alpha) = 3, f(\beta) = 3, f(1) = -2$ 를 만족한다. 이차방정식 $f(x) = 0$ 를 구하면?

① $x^2 - 2x - 4 = 0$

② $x^2 - 4x - 1 = 0$

③ $x^2 - x - 4 = 0$

④ $x^2 - x + 4 = 0$

⑤ $x^2 - 2x - 1 = 0$

해설

$x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 이고

$f(x) = ax^2 + bx + c$ 라 하면

$ax^2 + bx + c = 3$ 에서 $ax^2 + bx + c - 3 = 0$

$$\therefore -\frac{b}{a} = \alpha + \beta = 2$$

$$\text{또, } \frac{c-3}{a} = \alpha\beta = -4$$

$f(1) = a + b + c = -2$ 이므로

$a = -b - c - 2, b = -2a$ 에서

$$b = -2(-b - c - 2) = 2b + 2c + 4$$

$$\therefore b + 2c + 4 = 0$$

$c - 3 = -4a$ 에서

$$c = -4(-b - c - 2) + 3 = 4b + 4c + 11$$

연립하여 풀면 $c = -1, b = -2, a = 1$

$$\therefore f(x) = x^2 - 2x - 1$$

25. $y = x^2 + 2ax + a$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

$$y = x^2 + 2ax + a = (x + a)^2 - a^2 + a$$

최솟값은 $-a^2 + a$ 이다.

$$\text{즉, } m = -a^2 + a = -\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \text{ 이다.}$$

$\therefore a = \frac{1}{2}$ 일 때, m 은 최댓값 $\frac{1}{4}$ 을 갖는다.

26. 태은이네 가게에서 판매하고 있는 상품의 1개당 판매가격을 원래의 가격보다 $x\%$ 올리면 이 상품의 판매량은 $\frac{2}{3}x\%$ 감소한다고 한다. 이 때, 판매 금액이 최대가 되게 하는 x 의 값은?
- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

원래의 상품1개당 판매 가격을 a 원, 판매량을 b 개라 하자.
가격을 $x\%$ 올리면 상품 1개당 판매 가격이 $a\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 원, 판매량이 $b\left(1 - \frac{2x}{300}\right)$ 개이므로
판매 금액은

$$\begin{aligned} & ab\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{2x}{300}\right) \\ &= ab \cdot \frac{100+x}{100} \cdot \frac{300-2x}{300} \\ &= \frac{ab}{30000}(100+x)(300-2x) \\ &= \frac{ab}{30000}(-2x^2 + 100x + 30000) \\ &= \frac{ab}{30000}\{-2(x-25)^2 + 31250\} \end{aligned}$$

따라서 $x = 25(\%)$ 일 때 판매 금액은 최대가 된다.

27. 방정식 $2x^2 + 2xy + 5y^2 + 6x + 12y + 9 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

준식을 y 에 대한 내림차순으로 정리하면

$$5y^2 + 2(x+6)y + (2x^2 + 6x + 9) = 0$$

y 가 실근을 가져야 하므로 판별식 $\frac{D}{4} \geq 0$

$$\begin{aligned}\frac{D}{4} &= (x+6)^2 - 5(2x^2 + 6x + 9) \\ &= -9x^2 - 18x - 9 = -9(x+1)^2 \geq 0\end{aligned}$$

따라서 $-9(x+1)^2 = 0$

$$x+1 = 0$$

$$\therefore x = -1$$

준식에 $x = -1$ 을 대입하면

$$2 - 2y + 5y^2 - 6 + 12y + 9 = 0$$

$$5y^2 + 10y + 5 = 0$$

$$5(y+1)^2 = 0$$

$$\therefore y = -1$$

$$\therefore x + y = -2$$

28. $A : 0.4 - 0.25x \leq 1.5x - 1.35$, $B : -\frac{1-2x}{4} < \frac{2-x}{2} - \frac{x-1}{3}$ 가 있다. A

에서 B 를 제외한 수는?

① $x < 1$

② $x \geq 1$

③ $x < \frac{19}{16}$

④ $x \leq \frac{19}{16}$

⑤ $x \geq \frac{19}{16}$

해설

$0.4 - 0.25x \leq 1.5x - 1.35$ 의 양변에 100을 곱하면

$$40 - 25x \leq 150x - 135$$

$$175 \leq 175x$$

$$1 \leq x$$

$$A : 1 \leq x$$

$-\frac{1-2x}{4} < \frac{2-x}{2} - \frac{x-1}{3}$ 의 양변에 12를 곱하면

$$-3(1-2x) < 6(2-x) - 4(x-1)$$

$$-3 + 6x < 12 - 6x - 4x + 4$$

$$x < \frac{19}{16}$$

$$B : x < \frac{19}{16} \text{ 이므로}$$

A 에서 B 를 제외한 수는 $x \geq \frac{19}{16}$ 이다.

29. 등식 $2(x + 2y) + 1 = -x + 3y$ 이 성립한다고 할 때, $-1 < 2x + y < 1$ 을 만족하는 정수 x, y 를 구하려고 한다. 다음 빈 칸에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

[풀이]
 $2(x + 2y) + 1 = -x + 3y$ 를 y 에 대해서 정리하면 $y = (\quad)$ 이 된다.
 $-1 < 2x + y < 1$ 를 풀 때 y 대신 $y = (\quad)$ 를 대입하면 $-1 < -x - 1 < 1$ 이 된다.
부등식을 풀면 $-2 < x < 0$ 이 되므로 정수인 x 는 ($\ominus$) 이 된다.
 x 값을 ($\omin�$) 에 대입하면 $y = (\quad)$ 가 된다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\omin� -3x - 1$

▷ 정답 : $\omin� -1$

▷ 정답 : $\omin� 2$

해설

$2(x + 2y) + 1 = -x + 3y$ 를 y 에 대해서 정리하면

$$2(x + 2y) + 1 = -x + 3y$$

$$2x + 4y + 1 = -x + 3y$$

$$4y - 3y = -x - 2x - 1$$

$$y = -3x - 1$$

$-1 < 2x + y < 1$ 에 y 대신 $y = -3x - 1$ 를 대입하면

$$-1 < 2x + (-3x - 1) < 1$$

$$-1 < -x - 1 < 1$$

$$0 < -x < 2$$

$$-2 < x < 0$$

정수인 x 는 -1 이 된다.

x 값을 $y = -3x - 1$ 에 대입하면 $y = 2$ 이다.

30. 연립부등식 $a+1 < \frac{x}{2} < \frac{a+11}{6}$ 의 해가 $-2 < x < 3$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 2

해설

$$a+1 < \frac{x}{2}, 2a+2 < x$$

$$\frac{x}{2} < \frac{a+11}{6}, x < \frac{a+11}{3}$$

$$2a+2 < x < \frac{a+11}{3} \text{ 과 } -2 < x < 3 \text{ 이 같으므로}$$

$$2a+2 = -2$$

$$\therefore a = -2$$

31. $0 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \leq 0$ 이 항상 성립되게 하는 실수 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① 4

② 3

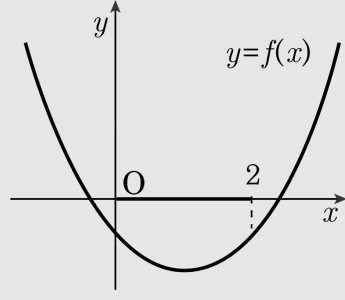
③ 2

④ 1

⑤ -1

해설

$f(x) = x^2 - ax + a^2 - 4$ 로 놓을 때
주어진 부등식의 해가 0, 2 를 포함 하려면
 $f(0) \leq 0, f(2) \leq 0$ 이어야 한다.



$$f(0) = a^2 - 4 \leq 0$$

$$\therefore -2 \leq a \leq 2 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(2) = -2a + a^2 \leq 0$$

$$\therefore 0 \leq a \leq 2 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②의 공통 범위는 $0 \leq a \leq 2$

따라서 $M = 2, m = 0$ 이므로 $M - m = 2$

32. 이차부등식 $x^2 - 2x - 3 > 3|x - 1|$ 의 해가 이차부등식 $ax^2 + 2x + c < 0$ 의 해와 같을 때, 실수 a, c 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

1) $x \geq 1$ 일 때,
 $x^2 - 2x - 3 > 3x - 3, x^2 - 5x > 0$
 $x(x - 5) > 0, x < 0$ 또는 $x > 5$
 $\therefore x > 5$
2) $x < 1$ 일 때,
 $x^2 - 2x - 3 > -3x + 3, x^2 + x - 6 > 0$
 $(x + 3)(x - 2) > 0, x < -3$ 또는 $x > 2$
 $\therefore x < -3$
1), 2)에서 $x < -3$ 또는 $x > 5$
한편 $ax^2 + 2x + c < 0$ 의 해가
 $x < -3$ 또는 $x > 5$ 이므로
 $a < 0$ 이고, $ax^2 + 2x + c = a(x + 3)(x - 5)$ 이다.
 $ax^2 + 2x + c = ax^2 - 2ax - 15a$ 에서
 $a = -1, c = 15 \quad \therefore a + c = 14$

33. 이차방정식 $x^2 - (p+1)x + 2p-1 = 0$ 의 두 근 중 한 근은 -1보다 작고, 다른 한 근은 1보다 크도록 실수 p 의 범위를 정하면?

① $p > -\frac{1}{3}$
④ $p < -\frac{1}{3}$

② $p > 1$
⑤ $p < 1$

③ $-\frac{1}{3} < p < 1$

해설

$f(x) = x^2 - (p+1)x + 2p-1$ 로 놓으면

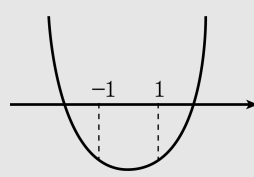
i) $f(-1) = 1 + p + 1 + 2p - 1 = 3p + 1 < 0$

$\therefore p < -\frac{1}{3}$

ii) $f(1) = 1 - p - 1 + 2p - 1 = p - 1 < 0$

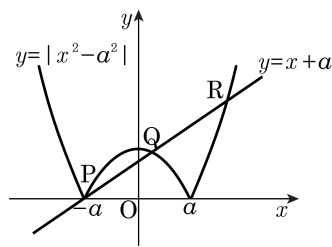
$\therefore p < 1$

i) ii)에서 $p < -\frac{1}{3}$



34. 다음 그림과 같이 함수 $y = |x^2 - a^2|$ 의 그래프와 직선 $y = x + a$ 가 세 점, P, Q, R에서 만난다. $\overline{PQ} \cdot \overline{QR} = 12$ 일 때, 양수 a 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$



해설

점 Q는 $y = -x^2 + a^2$ 의 그래프와

직선 $y = x + a$ 의 교점이므로

$$-x^2 + a^2 = x + a \text{ 에서}$$

$$x^2 + x - a^2 + a = 0$$

$$(x + a)(x - a + 1) = 0$$

$$\therefore x = -a \text{ 또는 } x = a - 1$$

$$\therefore Q(a - 1, 2a - 1)$$

점 R는 $y = x^2 - a^2$ 의 그래프와

직선 $y = x + a$ 의 교점이므로

$$x^2 - a^2 = x + a \text{ 에서}$$

$$x^2 - x - a^2 - a = 0$$

$$(x + a)(x - a - 1) = 0$$

$$\therefore x = -a \text{ 또는 } x = a + 1$$

$$\therefore R(a + 1, 2a + 1)$$

점 P의 좌표는 $(-a, 0)$ 이므로

$$\overline{PQ} = \sqrt{(2a - 1)^2 + (2a - 1)^2} = \sqrt{2} |2a - 1|$$

$$\overline{QR} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

$$\overline{PQ} \cdot \overline{QR} = 12 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{2} |2a - 1| \cdot 2\sqrt{2} = 12, \quad |2a - 1| = 3$$

$$\therefore 2a - 1 = 3 \text{ 또는 } 2a - 1 = -3$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -1$$

그런데 $a > 0$ 이므로 $a = 2$

35. $\frac{1}{\sqrt{-2}-\sqrt{-1}}$ 의 값은?

① $1-\sqrt{2}$

② $-1-\sqrt{2}$

③ $(1+\sqrt{2})i$

④ $-(1+\sqrt{2})i$

⑤ $(1-\sqrt{2})i$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{-2}-\sqrt{-1}} &= \frac{1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{1}{i} \\ &= (\sqrt{2}+1) \times (-i) \\ &= -(1+\sqrt{2})i\end{aligned}$$

36. 다음 중 옳지 않은 것은?

① -2 의 제곱근은 $\sqrt{2}i$ 와 $-\sqrt{2}i$ 이다.

② $\sqrt{-2} \times \sqrt{-3} = -\sqrt{(-2)(-3)}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}i$

④ $\frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{-2}} = \sqrt{\frac{-8}{-2}}$

⑤ $-\sqrt{-16} = -4i$

해설

$$\textcircled{3} \quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-4}} = \frac{\sqrt{2}}{2i} = -\frac{\sqrt{2}}{2}i$$

38. 복소수 $z = x + yi$ 를 좌표평면 위에 점 $p(x, y)$ 에 대응시킬 때, $(3 - 4i)z$ 가 실수가 되게 하는 점 p 의 자취가 나타내는 도형은?

- ① 기울기가 양인 직선 ② 기울기가 음인 직선
③ 위로 볼록한 포물선 ④ 아래로 볼록한 포물선
⑤ 원

해설

$$\begin{aligned}(3 - 4i)z &= (3 - 4i)(x + yi) \\ &= (3x + 4y) + (-4x + 3y)i\end{aligned}$$

실수가 되려면 허수부 $-4x + 3y = 0$ 이다.

$$\therefore y = \frac{4}{3}x \quad (\Rightarrow \text{기울기가 양인 직선})$$

39. 복소수 $z = (1 + i)x^2 + x - (2 + i)$ 가 0이 아닌 실수가 되도록 실수 x 의 값을 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① -1 ② 1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 2

해설

복소수 z 를 $a + bi$ (a, b 는 실수)의 꼴로 정리하면
 $z = (x^2 + x - 2) + (x^2 - 1)i$
이것이 실수가 되려면 허수부분이 0이 되어야 한다.
즉, $x^2 - 1 = 0$, $x = \pm 1$
한편, $x = 1$ 이면 $z = 0 + 0i = 0$ 이므로
 $z \neq 0$ 라는 조건에 맞지 않는다.
 $\therefore x = -1$

40. 한 자리 자연수 a 에 대하여 a 는 b 의 $\frac{1}{2}$ 보다 크고, b 는 c 의 $\frac{1}{3}$ 보다 크고, c 는 d 의 $\frac{1}{4}$ 보다 클 때, d 의 최댓값을 구하여라. (단, b, c, d 는 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 215

해설

$1 \leq a \leq 9 \cdots \textcircled{\tiny \text{㉠}}$
 $a > \frac{1}{2}b \cdots \textcircled{\tiny \text{㉡}}$
 $b > \frac{1}{3}c \cdots \textcircled{\tiny \text{㉢}}$
 $c > \frac{1}{4}d \cdots \textcircled{\tiny \text{㉣}}$
 $\textcircled{\tiny \text{㉠}}$ 에서 $2 \leq 2a \leq 18$
 $\textcircled{\tiny \text{㉡}}$ 에서 $b < 2a \quad \therefore b < 18, 3b < 54$
 $\textcircled{\tiny \text{㉢}}$ 에서 $c < 3b \quad \therefore c < 54, 4c < 216$
 $\textcircled{\tiny \text{㉣}}$ 에서 $d < 4c \quad \therefore d < 216$
따라서 자연수 d 의 최댓값은 215 이다.