

1. 다항식 $2x^3 + x^2 - 5x + 3$ 을 $x^2 + x - 1$ 로 나눌 때, 몫과 나머지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

직접 나누어 보면

∴ 몫 : $2x - 1$, 나머지 : $-2x + 2$

몫과 나머지의 합은 1

2. 등식 $a(x+1)^2 + b(x+1) + cx^2 = 3x - 1$ 가 모든 x 의 값에 대하여 항상 성립할 때 상수 a, b, c 에 대하여 $\frac{a}{c} + b$ 의 값을 구하면?

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -2 ⑤ -1

해설

좌변을 전개해서 계수비교하면
 $(a+c)x^2 + (2a+b)x + a+b = 3x - 1$
 $\therefore a+c=0, 2a+b=3, a+b=-1$
 $\therefore a=4, b=-5, c=-4$
 $\therefore \frac{a}{c} + b = -6$

3. 실수 x, y 에 대하여 $x + y + (xy - 1)i = 2 + i$ 일 때 $x^2 + y^2$ 의 값은?

① 4

② 2

③ 1

④ 0

⑤ -1

해설

$$x + y = 2, \quad xy - 1 = 1 \quad \therefore xy = 2$$

$$\therefore x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 0$$

4. $(1 + 3i)(1 - 3i) - (2 - i)(3 + i)$ 를 계산하면?

- ① $17 - i$ ② $3 + i$ ③ $3 - i$ ④ $7 + i$ ⑤ $7 - i$

해설

$$\begin{aligned} & (1 + 3i)(1 - 3i) - (2 - i)(3 + i) \\ &= (1 + 9) - (6 - i + 1) \\ &= 3 + i \end{aligned}$$

5. $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$ 을 간단히 하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① i ② $-i$ ③ $1+i$ ④ 0 ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} i^2 &= -1, \quad i^3 = i^2 \times i = -i, \quad i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1, \\ i^5 &= i^4 \times i = i \\ i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 &= i + (-1) + (-i) + 1 + i = i \end{aligned}$$

6. $x = 1 + \sqrt{2}i, y = 1 - \sqrt{2}i$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② 1 ③ -2 ④ 2 ⑤ -3

해설

$$\begin{aligned}x^2 &= (1 + \sqrt{2}i)^2 = 1 + 2\sqrt{2}i - 2 = -1 + 2\sqrt{2}i \\y^2 &= (1 - \sqrt{2}i)^2 = 1 - 2\sqrt{2}i - 2 = -1 - 2\sqrt{2}i \\\therefore x^2 + y^2 &= -2\end{aligned}$$

해설

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 2^2 - 2 \times 3 = -2$$

7. $z = \frac{1+3i}{1-i}$ 일 때, 다음 중 z 의 켤레복소수 $\bar{z}$ 와 같은 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $\frac{1+3i}{1+i}$
 ④ $\frac{1-i}{1+3i}$

② $\frac{1-3i}{1+i}$
 ⑤ $\frac{1+i}{1-3i}$

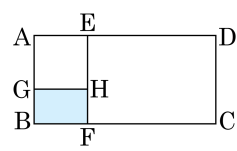
③ $\frac{1-3i}{1-i}$

해설

$$\overline{\left(\frac{z_2}{z_1}\right)} = \frac{\bar{z}_2}{\bar{z}_1} \text{ 이므로}$$

$$\bar{z} = \overline{\left(\frac{1+3i}{1-i}\right)} = \frac{\overline{1+3i}}{\overline{1-i}} = \frac{1-3i}{1+i}$$

8. 다음 그림의 사각형 AGHE, 사각형 EFCD는 정사각형이고, $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b$ 일때, 사각형 GBFH의 넓이는?



- ① $a^2 - 2ab - b^2$ ② $a^2 + 3b^2 - 2ab$
 ③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$ ④ $-a^2 + 3ab - b^2$
 ⑤ $-a^2 + 2ab - b^2$

해설

$$\begin{aligned} \square GBFH &= \square ABCD - \square AGHE - \square EFCD \\ &= ab - (a-b)^2 - b^2 = ab - (a^2 - 2ab + b^2) - b^2 \\ &= -a^2 + 3ab - 2b^2 \end{aligned}$$

9. 임의의 x 에 대하여 $x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ 를 만족하는 상수 a, b, c, d 의 합 $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입 하면
 $-1 = a + b + c + d$
 $\therefore a + b + c + d = -1$

해설

$x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$
 $= (x+1)\{a(x+1)^2 + b(x+1) + c\} + d$
 $= (x+1)[(x+1)\{a(x+1) + b\} + c] + d$ 이므로
 $x^3 - 1$ 을 $x + 1$ 로 연속으로 나눌 때
차례대로 나오는 나머지가 d, c, b 가 되고 마지막 몫이 a 이다.

-1	1	0	0	-1	
		-1	1	-1	
-1	1	-1	1	-2	← d
		-1	2		
-1	1	-2	3	← c	
		-1			
	1	-3	← b		
	↑				
	a				

10. 다항식 x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 나눌 때, 나머지가 $3x+4$ 가 되도록 상수 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 직접나눈 나머지는
 $(a-b+16)x+4b-8$
 $(a-b+16)x+4b-8=3x+4\cdots\cdots㉠$
㉠이 x 에 대한 항등식이므로,
 $a-b+16=3, 4b-8=4$
 $\therefore a=-10, b=3$
 $\therefore a+b=-7$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$ 의 양변의 계수를 비교하여 $a=-10, b=3, p=-4$ 를 구해도 된다.

11. 다항식 $x^4 - 3x^2 + ax + 5$ 를 $x + 2$ 로 나누면 나머지가 3이다. a 의 값은?

① 0

② 2

③ 3

④ -2

⑤ -3

해설

$x^4 - 3x^2 + ax + 5 = f(x)$ 라 놓자.

$f(-2) = 3$ 에서 $-2a + 9 = 3$

$\therefore a = 3$

12. 다항식 $ax^3 + bx^2 - 4$ 가 $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어지도록 a, b 를 정할 때, a 와 b 의 곱을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$ax^3 + bx^2 - 4 = (x^2 + x - 2)Q(x)$
 $ = (x - 1)(x + 2)Q(x)$
양변에 $x = 1, x = -2$ 를 각각 대입하면
 $a + b - 4 = 0, -8a + 4b - 4 = 0$
두 식을 연립하여 풀면 $a = 1, b = 3$
 $\therefore ab = 3$

해설

$ax^3 + bx^2 - 4 = (x^2 + x - 2)(ax + 2)$
우변을 전개하여 계수를 비교하면
 $a = 1, b = 3 \therefore ab = 3$

13. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해하였더니, $(x + ay)(x - by + c)$ 가 되었다.
이 때, a, b, c 를 순서대로 쓴 것은?

① $-1, 0, 1$

② $-1, 1, 2$

③ $-2, -1, 1$

④ $-1, -1, -2$

⑤ $-1, 2$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - y^2 + 2y &= (x + y)(x - y) - 2(x - y) \\ &= (x - y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -1, b = -1, c = -2$$

14. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2) \\ \therefore a &= -1, b = 2 \\ \therefore ab &= -1 \times 2 = -2\end{aligned}$$

15. x^3-4x^2+x+6 을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 이다. $a^2+b^2+c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ 이라 놓으면,
 $x = -1$ 일 때, $-1 - 4 - 1 + 6 = 0$
따라서, $f(x)$ 는 $(x + 1)$ 로 나누어 떨어진다.
즉, $f(x)$ 는 $(x + 1)$ 의 인수를 갖는다.
즉, $f(x) = (x + 1)Q(x)$ 몫
 $Q(x)$ 는 조립제법으로 구한다.

-1		1	-4	1	6
			-1	5	-6
		1	-5	6	0

$f(x) = (x^2 - 5x + 6)(x + 1)$
 $\therefore f(x) = (x - 3)(x - 2)(x + 1)$
 $\therefore a^2 + b^2 + c^2 = (-3)^2 + (-2)^2 + 1^2 = 14$

16. $i(x+2i)^2$ 이 실수가 되는 실수 x 의 값을 정하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

$$\begin{aligned} i(x+2i)^2 &= i(x^2 + 4ix - 4) = x^2i - 4x - 4i \\ &= -4x + (x^2 - 4)i \end{aligned}$$

실수가 되려면 허수부분이 0이면 된다.

$$\therefore x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

17. α, β 가 복소수일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{\beta}$ 는 β 의 켤레복소수이다.)

- ㉠ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이다.

㉡ $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 또는 $\beta = 0$ 이다.

㉢ $\alpha = \bar{\beta}$ 일 때, $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이다.

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- ㉠ 반례 : $\alpha = 1, \beta = i$
- ㉡ (생략)
- ㉢ $\alpha = x + yi$ 라 하면
 $\alpha\beta = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2(x, y \text{는 실수})$
 $x^2 + y^2 = 0$ 이려면 $x = 0, y = 0$
즉, $\alpha = 0$

18. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5$, $2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1$ 일 때, 두 다항식 A, B 를 구하면?

① $A = x^3 + x^2 + x + 2, B = -2x^3 - 3x^2 + 3x + 3$

② $A = x^3 - x^2 + x + 2, B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$

③ $A = x^3 - x^2 + x - 2, B = -2x^3 - x^2 + 3x + 7$

④ $A = x^3 - x^2 - x + 2, B = -2x^3 - x^2 + 5x + 3$

⑤ $A = 3x^3 - 3x^2 + 3x + 6, B = -4x^3 + x^2 + x - 1$

해설

$A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5 \cdots \textcircled{1}$

$2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1 \cdots \textcircled{2}$

$(\textcircled{1} + \textcircled{2}) \div 3 : A = x^3 - x^2 + x + 2$

$(2\textcircled{1} - \textcircled{2}) \div 3 : B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$

19. 다항식 $x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)$ 의 차수는?

① 2차

② 3차

③ 6차

④ 7차

⑤ 8차

해설

$$\begin{aligned} & x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right) \\ &= x^2(x^2+1)(x^2+2x+3) \\ &\therefore 6\text{차 다항식} \end{aligned}$$

20. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

21. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} & (x + 1)(y + 1)(z + 1) \\ &= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

22. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 겹넓이는 52이고, 모서리의 길이의 합은 36이다. 이 상자의 대각선의 길이는?

① 5 ② $\sqrt{29}$ ③ $\sqrt{33}$ ④ 6 ⑤ $\sqrt{42}$

해설

세 모서리의 길이를 a, b, c 라 하면
 $2(ab + bc + ca) = 52$
 $4(a + b + c) = 36 \rightarrow a + b + c = 9$
(직육면체 대각선의 길이)
 $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
 $= \sqrt{(a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)}$
 $= \sqrt{81 - 52} = \sqrt{29}$

23. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$, 양변에 $x + 1$ 을 곱하면,

$$(x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1 \text{ 에서 } x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \dots\dots ①$$

$x^2 - x + 1 = 0$ 를 x 로 나누어 정리한다.

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$$

$$① \text{ 에 대입하면, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$$

24. $\frac{2x+3a}{4x+1}$ 가 x 에 관계없이 일정한 값을 가질 때, $12a$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12a = 2$

해설

$\frac{2x+3a}{4x+1} = k$ (일정값 $= k$)라 놓으면 $2x+3a = k(4x+1)$ 에서

$$(2-4k)x + 3a - k = 0$$

이 식은 x 에 대한 항등식이므로,

$$2-4k = 0, 3a - k = 0$$

$$k = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } 3a = k \text{ 에서 } a = \frac{1}{6}$$

$$\therefore 12a = 2$$

25. 세 실수 a, b, c 에 대하여 $(a, b, c) = ab + bc$ 로 정의한다. 이때, 등식 $(x, a, y) - (2x, b, y) = (x, 2, y)$ 이 임의의 실수 x, y 에 대하여 성립하도록 a, b 의 값을 정하면?

- ① $a = 1, b = 2$
- ② $a = 2, b = 2$
- ③ $a = 2, b = 0$
- ④ $a = 0, b = 2$
- ⑤ $a = 0, b = 0$

해설

기호의 정의에 따라서 주어진 식을 다시 쓰면
 $(ax + ay) - (2bx + by) = 2x + 2y$
이 식을 x, y 에 대하여 정리하면
 $(a - 2b - 2)x + (a - b - 2)y = 0$
이 등식이 임의의 x, y 에 대하여 성립하므로
 $a - 2b - 2 = 0, a - b - 2 = 0$
위의 두 식을 연립하여 풀면 $a = 2, b = 0$

26. $(x^3 + 2x^2 - 3x + 2)^4(2x - 1)^7$ 을 전개했을 때, 모든 계수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$(x^3 + 2x^2 - 3x + 2)^4 \cdot (2x - 1)^7$
 $= a_0x^{19} + a_1x^{18} + a_2x^{17} + \cdots + a_{19}$ 로 놓으면
계수들의 총합 $a_0 + a_1 + \cdots + a_{19}$ 는 양변에 $x = 1$ 을 대입한
결과와 같으므로 항등식의 성질에서
 $(1 + 2 - 3 + 2)^4 \cdot (2 - 1)^7 = 2^4 = 16$

27. x 에 대한 다항식 $2x^3 - 5x^2 + ax + b$ 가 다항식 $x^2 - x + 2$ 로 나누어떨어지도록 상수 a, b 의 값을 정하면?

- ① $a = 7, b = -6$ ② $a = 6, b = -5$ ③ $a = 5, b = -3$
④ $a = 4, b = -5$ ⑤ $a = 3, b = 7$

해설

직접 나누면

몫이 $2x - 3$, 나머지가 $(a - 7)x + b + 6$ 이므로

$$2x^3 - 5x^2 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 2)(2x - 3) + (a - 7)x + b + 6$$

$x^2 - x + 2$ 로 나누어떨어지기 위해서는 나머지가 0이어야 하므로

$$(a - 7)x + b + 6 = 0$$

$$\therefore a = 7, b = -6$$

28. $3x^3 - 5x + 2 = a(x - 1)^3 + b(x - 1)^2 + c(x - 1) + d$ 이 x 에 대한
항등식일 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① -16
- ② 16
- ③ 20
- ④ 23
- ⑤ 25

해설

$$a(x - 1)^3 + b(x - 1)^2 + c(x - 1) + d = (x - 1) \{ a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c \} + d$$
$$= (x - 1)(x - 1)[a(x - 1) + b] + c + d \text{ 이므로}$$
조립제법을 쓰면

1	3	0	-5	2	
		3	3	-2	
1	3	3	-2	0	← d
		3	6		
1	3	6	4		← c
		3			
	3	9			← b
	↑				
	a				

$$a + b + c + d = 3 + 9 + 4 + 0 = 16$$

해설

이 문제의 경우 계수의 합을 구하는 것이므로 양변에 $x = 2$ 를
대입해서 한꺼번에 구하는 값을 얻을 수 있다.

29. $16a^4 - 250ab^3$ 의 인수가 아닌 것은?

① a

② $2a - 5b$

③ $2a(2a - 5b)$

④ $4a^2 + 10ab + 25b^2$

⑤ $2a(2a + 5b)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2a(8a^3 - 125b^3) \\ &= 2a\{(2a)^3 - (5b)^3\} \\ &= 2a(2a - 5b)(4a^2 + 10ab + 25b^2)\end{aligned}$$

30. 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)} \quad (\text{단, } a \neq b \neq c)$$

- ① -1
- ② 1
- ③ $-\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{1}{2}$
- ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} (\text{준 식}) &= \frac{a^2(c-b) + b^2(a-c) + c^2(b-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{(c-b)a^2 - (c^2 - b^2)a + bc(c-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{(c-b)(a-b)(a-c)}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 1 \end{aligned}$$

31. $10^2 - 9^2 + 8^2 - 7^2 + 6^2 - 5^2 + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2$ 의 값을 구하면?

① 51

② 52

③ 53

④ 54

⑤ 55

해설

$$\begin{aligned} & (10 - 9)(10 + 9) + (8 - 7)(8 + 7) + (6 - 5)(6 + 5) \\ & + (4 - 3)(4 + 3) + (2 - 1)(2 + 1) \\ & = 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 55 \end{aligned}$$

32. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A \otimes B$ 를 $A \otimes B = \frac{B}{B-A}$ 라 할 때, $(x \otimes x^2) + (x^2 - x) \otimes (x - 1)$ 을 간단히 하면? (단, $x \neq 0, x \neq 1$ 인 실수)

- ① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} (x \otimes x^2) &= \frac{x^2}{x^2 - x} = \frac{x^2}{x(x - 1)} = \frac{x}{x - 1} \\ (x^2 - x) \otimes (x - 1) &= \frac{x - 1}{(x - 1) - (x^2 - x)} \\ &= \frac{x - 1}{x - 1 - x^2 + x} \\ &= \frac{(x - 1)}{-(x^2 - 2x + 1)} \\ &= \frac{(x - 1)}{-(x - 1)^2} \\ &= -\frac{1}{x - 1} \\ \therefore (\text{주어진 식}) &= \frac{x}{x - 1} - \frac{1}{(x - 1)} = \frac{x - 1}{x - 1} = 1 \end{aligned}$$

33. 두 다항식 $x^3 + 2x^2 - x - 2, 2x^3 + (a - 2)x^2 - 2x$ 의 최대공약수가 이차식이 되도록 하는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$x^3 + 2x^2 - x - 3 = x^2(x + 2) - (x + 2)$
 $= (x + 2)(x - 1)(x - 2)$
 $2x^3 + (a - 2)x^2 - 2x = x(2x^2 + (a - 2)x - 2) \cdots \textcircled{1}$
두 식의 최대 공약수가 이차식이므로
 $x = -2, -1, 1$ 을 $\textcircled{1}$ 식에 대입하면
식의 값이 동시에 0이 되는 경우가 있어야 한다.
 $x = -2$ 일 때, $8 - 2a + 4 - 2 = 0, a = 5$
 $x = -1$ 일 때, $2 - a + 2 - 2 = 0, a = 2$
 $x = 1$ 일 때, $2 + a - 2 - 2 = 0, a = 2$
 $x = -1, 1$ 일때, 일치함
최대 공약수는 $(x + 1)(x - 1)$
 $\therefore a = 2$

34. 다음 안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (\text{}x^2 + \text{}x + \text{}) = x + 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$\text{}x^2 + \text{}x + \text{} = A$ 라 하면
 $(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div A = x + 2$
 $\therefore A = (x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (x + 2)$
 $\therefore A = x^2 + 2x - 1$ 이므로
안에 알맞은 수는 차례대로 1, 2, -1 이다.

35. 사차식 $3x^4 - 5x^2 + 4x - 7$ 을 이차식 A 로 나누었더니 몫이 $x^2 - 2$ 이고 나머지가 $4x - 5$ 일 때, 이차식 A 를 구하면?

① $3x^2 - 2$

② $3x^2 - 1$

③ $3x^2$

④ $3x^2 + 1$

⑤ $3x^2 + 2$

해설

$$\text{검산식 : } 3x^4 - 5x^2 + 4x - 7 = A(x^2 - 2) + 4x - 5$$

$$A = \frac{3x^4 - 5x^2 - 2}{x^2 - 2} = 3x^2 + 1$$

36. 다항식 $A = 2x^3 - 7x^2 - 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x - 1$, 나머지가 $-7x - 2$ 이다. 다항식 $B = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은?

① 3

② 6

③ 9

④ 14

⑤ 17

해설

$A = 2x^3 - 7x^2 - 4 = B(2x - 1) - 7x - 2$ 이다.

$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = B(2x - 1)$

좌변을 $2x - 1$ 로 나누면

$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = (2x - 1)(x^2 - 3x + 2)$

$\therefore B = x^2 - 3x + 2$

37. $\frac{1}{\sqrt{-2}-\sqrt{-1}}$ 의 값은 ?

① $1-\sqrt{2}$

② $-1-\sqrt{2}$

③ $(1+\sqrt{2})i$

④ $-(1+\sqrt{2})i$

⑤ $(1-\sqrt{2})i$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{-2}-\sqrt{-1}} &= \frac{1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{1}{i} \\ &= (\sqrt{2}+1) \times (-i) \\ &= -(1+\sqrt{2})i\end{aligned}$$

38. 다음 중 옳지 않은 것은?

① -2 의 제곱근은 $\sqrt{2}i$ 와 $-\sqrt{2}i$ 이다.

② $\sqrt{-2} \times \sqrt{-3} = -\sqrt{(-2)(-3)}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}i$

④ $\frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{-2}} = \sqrt{\frac{-8}{-2}}$

⑤ $-\sqrt{-16} = -4i$

해설

$$\textcircled{3} \quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-4}} = \frac{\sqrt{2}}{2i} = -\frac{\sqrt{2}}{2}i$$

39. $\sqrt{-12} + \sqrt{-3}\sqrt{-6} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}} = a + bi$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

① 15

② 25

③ 35

④ 45

⑤ 55

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{-12} + \sqrt{-3}\sqrt{-6} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}} \\ &= 2\sqrt{3}i - 3\sqrt{2} + \sqrt{3}i \\ &= -3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}i \\ &= a + bi \\ &\text{따라서, } a = -3\sqrt{2}, b = 3\sqrt{3} \\ &\therefore a^2 + b^2 = 18 + 27 = 45 \end{aligned}$$

41. 복소수 $z = x + yi$ 를 좌표평면 위에 점 $p(x, y)$ 에 대응시킬 때, $(3 - 4i)z$ 가 실수가 되게 하는 점 p 의 자취가 나타내는 도형은?

- ① 기울기가 양인 직선 ② 기울기가 음인 직선
③ 위로 볼록한 포물선 ④ 아래로 볼록한 포물선
⑤ 원

해설

$$\begin{aligned}(3 - 4i)z &= (3 - 4i)(x + yi) \\ &= (3x + 4y) + (-4x + 3y)i\end{aligned}$$

실수가 되려면 허수부 $-4x + 3y = 0$ 이다.

$$\therefore y = \frac{4}{3}x \quad (\Rightarrow \text{기울기가 양인 직선})$$

42. 복소수 $z = (1+i)x^2 + (5+2i)x + 3(2-i)$ 에서 z 가 순허수일 때, 실수 x 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} z &= (x^2 + 5x + 6) + (x^2 + 2x - 3)i \\ &= (x+2)(x+3) + (x-1)(x+3)i \end{aligned}$$

순허수가 되려면 실수부=0, 허수부 $\neq$ 0
 $\therefore x = -2$

43. 복소수 $(1+i)x^2 - (2+i)x - 3 - 2i$ 를 제곱하면 음의 실수가 된다고 할 때, 실수 x 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$(\text{준식}) = x^2 - 2x - 3 + (x^2 - x - 2)i$$

이것을 제곱해서 음의 실수가 되려면 순허수이어야 하므로

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \cdots \text{㉠}, x^2 - x - 2 \neq 0 \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠에서 } x = 3, x = -1$$

이 중에서 ㉡를 만족하는 것은 $\therefore x = 3$

44. 복소수 $(1+i)x^2 + 2(2+i)x + 3 - 3i$ 를 제곱하면 음의 실수가 된다.
이 때, 실수 x 의 값은?
(단, $i^2 = -1$)

① -1 ② 1 ③ -3 ④ 3 ⑤ 7

해설

$(x^2 + 4x + 3) + (x^2 + 2x - 3)i$ 가 순허수이어야 하므로
 $x^2 + 4x + 3 = 0$, $x^2 + 2x - 3 \neq 0$
 $(x+3)(x+1) = 0$, $x = -1$, $x = -3$
 $(x+3)(x-1) \neq 0$, $x \neq 1$, $x \neq -3$
 $\therefore x = -1$

45. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 3(k + i) - k(1 - i)^2$ 의 값이 순허수가 될 때, $z \cdot \bar{z}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$z = 3(k + i) - k(1 - i)^2$ 를 정리하면

$$z = 3k + 3i + 2ki = 3k + (3 + 2k)i$$

이것이 순허수이려면 $3k = 0$, $3 + 2k \neq 0$

$k = 0$ 이므로 $z = 3i$, $\bar{z} = -3i$

$$\therefore z \cdot \bar{z} = 3i \cdot -3i = 9$$

46. $|x-y|+(y-2)i=5x-2-3xi$ 를 만족하는 실수를 x, y 라 할 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은? (단, $i^2=-1$)

① $\frac{3}{2}$

② $\frac{2}{3}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{3}{4}$

해설

(i) $x \geq y$ 일 때,
 $(x-y)+(y-2)i=5x-2-3xi$
 $x-y=5x-2, y-2=-3x$
 $\therefore x=0, y=2(x < y \text{이므로 부적합})$

(ii) $x < y$ 일 때,
 $-(x-y)+(y-2)i=5x-2-3xi$
 $-x+y=5x-2, y-2=-3x$

$$\therefore x=\frac{4}{9}, y=\frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{x}{y}=\frac{4}{9} \times \frac{3}{2}=\frac{2}{3}$$

47. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = \frac{x+i}{x-i}$ 를 만족하는 실수 x 의 값은?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 2

⑤ -5

해설

$$(1 + \sqrt{3}i)(x - i) = 2(x + i)$$

$$(x + \sqrt{3}) + (\sqrt{3}x - 1)i = 2x + 2i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$x + \sqrt{3} = 2x, \quad \sqrt{3}x - 1 = 2$$

$$\therefore x = \sqrt{3}$$

48. 실수 x, y 대하여 $\frac{x}{1+i} + \frac{y}{1-i} = 2-i$ 가 성립할 때, $2x+y$ 의 값은?

① 8

② 7

③ 5

④ 4

⑤ $\frac{9}{5}$

해설

$$\frac{(1-i)x + (1+i)y}{(1+i)(1-i)} = 2-i$$

$$\frac{(x+y) - (x-y)i}{2} = 2-i$$

$$(x+y) - (x-y)i = 4-2i$$

복소수의 상등에 의해서

$$x+y = 4 \cdots \textcircled{1}, \quad x-y = 2 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } x=3, y=1 \quad \therefore 2x+y=7$$

49. 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{1+i} + \frac{y}{1-i} = 2-i$ 가 성립할 때, $2x+y$ 의 값은?

① 8 ② 7 ③ 5 ④ 4 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}\frac{x}{1+i} + \frac{y}{1-i} &= \frac{x(1-i) + y(1+i)}{(1+i)(1-i)} \\ &= \frac{(x+y) + (-x+y)i}{2}\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{(x+y) + (-x+y)i}{2} = 2-i \text{ 이므로,}$$

복소수의 상등에서 $x+y=4, -x+y=-2$

이것을 풀면 $x=3, y=1$

따라서, $2x+y=2 \times 3 + 1 = 7$

50. $(i-1)x^2 - 3(a+i)x + (5+2i) = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값을 α, β 라 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값을 구하면($\alpha > \beta$) ?

① $\frac{7}{6}$

② $\frac{4}{3}$

③ $\frac{3}{2}$

④ $\frac{5}{3}$

⑤ $\frac{11}{6}$

해설

$$(i-1)x^2 - 3(a+i)x + (5+2i) = 0$$

$$(-x^2 - 3ax + 5) + (x^2 - 3x + 2)i = 0$$

$$-x^2 - 3ax + 5 = 0 \cdots \textcircled{a}$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \cdots \textcircled{b}$$

⑥을 인수분해하면,

$$(x-1)(x-2) = 0, \therefore x = 1, 2$$

⑥에 대입하면,

$$x = 1 \text{ 일 때, } -1 - 3a + 5 = 0, \therefore a = \frac{4}{3}$$

$$x = 2 \text{ 일 때, } -4 - 6a + 5 = 0, \therefore a = \frac{1}{6}$$

$$\therefore \alpha = \frac{4}{3}, \beta = \frac{1}{6} (\because \alpha > \beta)$$

$$\therefore \alpha - \beta = \frac{4}{3} - \frac{1}{6} = \frac{7}{6}$$