

1. 두 이차방정식 $x^2 + 9x + a = 0$, $x^2 + bx + 10 = 0$ 의 공통인 근이 -2 일 때, $\frac{a}{b}$ 를 구하면?

① 1 ② -2 ③ 2 ④ -3 ⑤ 3

해설

두 이차방정식의 공통인 근이 -2 이므로 각각의 방정식에 $x = -2$ 를 대입하면

$$4 - 18 + a = 0, 4 - 2b + 10 = 0$$

$$\therefore a = 14, b = 7$$

$$\therefore \frac{a}{b} = 2$$

2. 다음 이차방정식 $(x-a)^2 = b$ 일 때, 다음 중 유리수의 근을 가지는 것은?

① $a = 0, b = -1$

② $a = 0, b = 2$

③ $a = -1, b = -1$

④ $a = -1, b = 2$

⑤ $a = 0, b = 4$

해설

$(x-a)^2 = b$ 에서 유리수의 근을 갖기 위해서는 b 가 0 이상인 제곱수 이면 된다.

따라서 $(x-0)^2 = 4$ 일 때이므로 $a = 0, b = 4$ 이다.

3. 다음은 이차방정식 $2x^2 - 5x + 1 = 0$ 의 근을 근의 공식을 이용하여 구하는 과정일 때, 안에 들어갈 수의 합은?

$$x = \frac{-\square \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times \square}}{2 \times \square}$$

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2}$$
이므로
 $(-5) + 1 + 2 = -2$ 이다.

4. 이차방정식 $a^2x^2 + 2(2-a)x + 1 = 0$ 이 해를 갖지 않도록 하는 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은?

① 0

② 2

③ 1

④ $\frac{1}{2}$

⑤ -1

해설

$$D = 4(2-a)^2 - 4a^2 < 0$$

$$\therefore a > 1$$

5. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 $(3, a)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -6$

해설

y 축으로 -3 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -\frac{1}{3}x^2 - 3 \text{ 이고}$$

이것이 $(3, a)$ 를 지나므로

$$\therefore a = -\frac{1}{3}(3)^2 - 3 = -6$$

6. 다음 보기의 이차함수의 그래프 중 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포괄 수 없는 것을 모두 고르면?

① $y = -2x^2 - 4x - 1$

② $y = -2(x - 1)^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$

④ $y = x^2 - 2x - (1 + 3x^2)$

⑤ $y = -(2 - x)(2 + x) + 1$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행 이동하여 두 이차 함수의 그래프를 완전히 포괄 수 있다.
따라서 $a = -2$ 가 아닌 것은 ③,⑤이다.

7. 다음 중 $-3, \frac{3}{2}$ 을 두 근으로 갖는 이차방정식은?

① $\left(x + \frac{3}{2}\right)(x - 3) = 0$

② $(2x + 3)(x - 3) = 0$

③ $\left(x - \frac{3}{2}\right)(x - 3) = 0$

④ $(2x - 3)(x + 3) = 0$

⑤ $\left(x + \frac{3}{2}\right)(x + 3) = 0$

해설

$\frac{3}{2}, -3$ 를 대입하였을 때 성립하는 식은 ④이다.

8. 이차방정식 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 을 $(x - a)^2 = b$ 의 꼴로 변형할 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \frac{3}{2}$ 또는 1.5

▷ 정답 : $b = \frac{17}{4}$ 또는 4.25

해설

$$x^2 - 3x = 2$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}, b = \frac{17}{4}$$

9. $(a-b)^2 - (a-b) - 12 = 0$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라. (단, $a \neq b$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : -3

해설

$$(a-b)^2 - (a-b) - 12 = 0$$

$a-b = X$ 로 치환하면

$$X^2 - X - 12 = 0, (X-4)(X+3) = 0$$

$$\therefore X = 4 \text{ 또는 } X = -3$$

$$\therefore a-b = 4 \text{ 또는 } -3$$

10. 다음 이차방정식 중 해가 없는 것은?

① $x^2 - 2x - 4 = 0$

② $2x^2 - 5x + 3 = 0$

③ $x^2 - 4x + 5 = 0$

④ $x^2 - 4x + 4 = 0$

⑤ $3x^2 - 10x + 5 = 0$

해설

판별식 $D < 0$ 이면 이차방정식의 해가 없다.

① $\frac{D}{4} = 1 + 4 = 5 > 0$

② $D = 25 - 24 = 1 > 0$

③ $\frac{D}{4} = 4 - 5 = -1 < 0$

④ $\frac{D}{4} = 4 - 4 = 0$

⑤ $\frac{D}{4} = 25 - 15 = 10 > 0$

11. 다음 방정식 중에서 중근을 갖지 않는 것은?

① $x^2 - 4x + 4 = 0$

② $x^2 + 3x + \frac{9}{4} = 0$

③ $x^2 = x - 1$

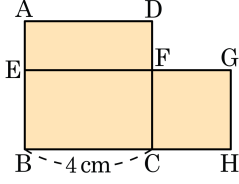
④ $x^2 = x - \frac{1}{4}$

⑤ $x^2 - 6x = -9$

해설

③ $D = 1 - 4 < 0 \quad \therefore$ 근이 없다.

12. 다음 그림에서 사각형 ABCD 와 FCHG 는 정사각형이다. $\overline{BC} = 4\text{cm}$ 이고, 정사각형 ABCD 와 직사각형 EBHG 의 넓이가 같을 때, 직사각형 EBCF 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $4 + 4\sqrt{5}$ cm

해설

$\overline{CH} = x\text{cm}$ 라고 하면

$$4 \times 4 = x(4 + x)$$

$$16 = 4x + x^2$$

$$x^2 + 4x - 16 = 0$$

$$x = -2 \pm 2\sqrt{5}$$

$x > 0$ 이므로 $x = -2 + 2\sqrt{5}(\text{cm})$ 이다.

따라서 직사각형 EBCF 의 둘레의 길이는 $\{4 + (-2 + 2\sqrt{5})\} \times 2$

$= 4 + 4\sqrt{5}(\text{cm})$ 이다.

13. 연속하는 세 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱이 다른 두 수의 제곱의 합과 같을 때, 이들 세 수의 합은?

① 9

② 10

③ 12

④ 14

⑤ 15

해설

세 자연수를 $x-1$, x , $x+1$ 이라 하면

$$(x+1)^2 = (x-1)^2 + x^2$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$\therefore x = 4 (\because x > 0)$$

$$\therefore 3 + 4 + 5 = 12$$

14. 사과 154 개를 몇 명의 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 사과의 수는 학생 수보다 3 만큼 작다. 학생 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 14 명

해설

학생 수를 x , 사과 수를 $x - 3$ 라고 하면
 $x(x - 3) = 120$
 $x^2 - 3x - 154 = 0$
 $(x - 14)(x + 11) = 0$
 $x = 14$ 또는 $x = -11$
 $\therefore x = 14$

15. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 m 일 때, $\frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2}$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

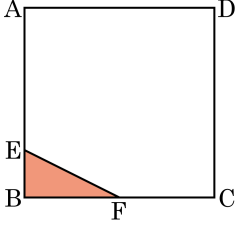
이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 에 $x = m$ 을 대입하면,

$$m^2 - 2m - 1 = 0$$

$$1 + 2m = m^2, 1 - m^2 = -2m$$

$$\therefore \frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2} = \frac{m^2}{m^2} - \frac{6m}{-2m} = 1 + 3 = 4$$

16. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 20 cm 인 정사각형 ABCD 가 있다. 점 F 는 변 BC 위를 점 C 로부터 B 까지 매초 2 cm 의 속력으로 움직이고, 점 E 는 변 AB 위를 점 B 로부터 A 까지 매초 1 cm 의 속력으로 움직이고 있다. 두 점 E, F 가 동시에 출발하였다면 몇 초 후에 $\triangle BEF$ 의 넓이가 정사각형 넓이의 $\frac{1}{16}$ 배가 되는지 구하여라.



▶ 답 : 5 초

▷ 정답 : 5 초

해설

x 초 후에 $\overline{BF} = (20 - 2x) \text{ cm}$, $\overline{BE} = x \text{ cm}$

$\triangle BEF$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \overline{BF} \times \overline{BE}$ 이고,

정사각형 넓이인 $20 \times 20 = 400 \text{ cm}^2$ 의 $\frac{1}{16}$ 배 인 25 cm^2 이므로

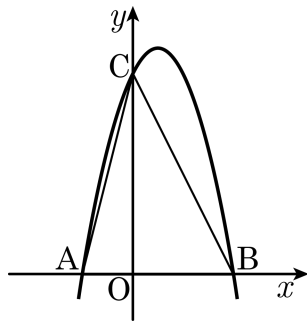
$$\frac{1}{2} (20 - 2x)x = 25$$

$$x^2 - 10x + 25 = 0$$

$$(x - 5)^2 = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ (초)} (\text{단, } 0 < x < 10)$$

17. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 8$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?

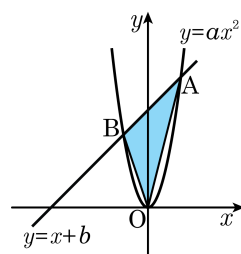


- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

해설

$y = -x^2 + 2x + 8$ 의 C 의 좌표 $(0, 8)$
 $-x^2 + 2x + 8 = 0$, $(x - 4)(x + 2) = 0$
 $x = 4$ 또는 $x = -2$
 $A(-2, 0), B(4, 0)$ 이므로
 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

18. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프와 직선 $y = x + b$ 가 점 A (2, 8) 과 점 B 에서 만날 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하여라.



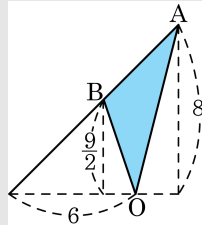
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{21}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 점 (2, 8) 을 대입, $8 = 4a$, $a = 2 \quad \therefore y = 2x^2$
 $y = x + b$ 에 점 (2, 8) 을 대입, $8 = 2 + b$, $b = 6 \quad \therefore y = x + 6$
 $y = 2x^2$ 과 $y = x + 6$ 의 교점을 구하면
 $2x^2 = x + 6$
 $2x^2 - x - 6 = 0$
 $(2x + 3)(x - 2) = 0$
 $\therefore x = -\frac{3}{2}$ 또는 $x = 2$
 $\therefore B \left(-\frac{3}{2}, \frac{9}{2} \right)$

$y = x + 6$ 에서 $x = -6$ 일 때, $y = 0$ 이므로



$\triangle ABO$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 - \frac{1}{2} \times 2 \times 8 - \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{9}{2} = \frac{21}{2}$ 이다.

19. $[f(x)]_b^a = f(a) - f(b)$ 라고 할 때, $[2x^2 + x]_1^a = 0$ 을 만족하는 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$[2x^2 + x]_1^a = 0$$

$$(2a^2 + a) - (2 + 1) = 0$$

$$2a^2 + a - 3 = 0$$

$$(a - 1)(2a + 3) = 0$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = -\frac{3}{2}$$

따라서 양수 a 의 값은 1 이다.

20. 이차함수 $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프와 직선 $y = 48$ 사이에 둘러싸인 도형 내부의 좌표 중, x , y 좌표의 값이 모두 자연수인 점의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 170 개

해설

$y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프와 직선 $y = 48$ 이 만나는 두 점은 각각 $(-6, 48)$, $(6, 48)$
둘러싸인 부분의 x 좌표의 범위는 $-6 \leq x \leq 6$ 이므로 이 범위 안의 자연수는 1, 2, ..., 6의 6개가 있다.
(1) $y = 16$ 위에 있는 자연수인 점은 $(1, 16)$, $(2, 16)$, ..., $(6, 16)$ 로 6개가 있다.
(2) $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프 위에 있는 자연수인 점은 $(3, 12)$, $(6, 48)$ 의 2개가 있다.
따라서
 x 좌표가 6일 때 : 1개
 x 좌표가 5일 때 :
 y 좌표는 34부터 48까지이므로 15개
 x 좌표가 4일 때 :
 y 좌표는 22부터 48까지이므로 27개
 x 좌표가 3일 때 :
 y 좌표는 12부터 48까지이므로 37개
 x 좌표가 2일 때 :
 y 좌표는 6부터 48까지이므로 43개
 x 좌표가 1일 때 :
 y 좌표는 2부터 48까지이므로 47개
 $\therefore 1 + 15 + 27 + 37 + 43 + 47 = 170$ (개)